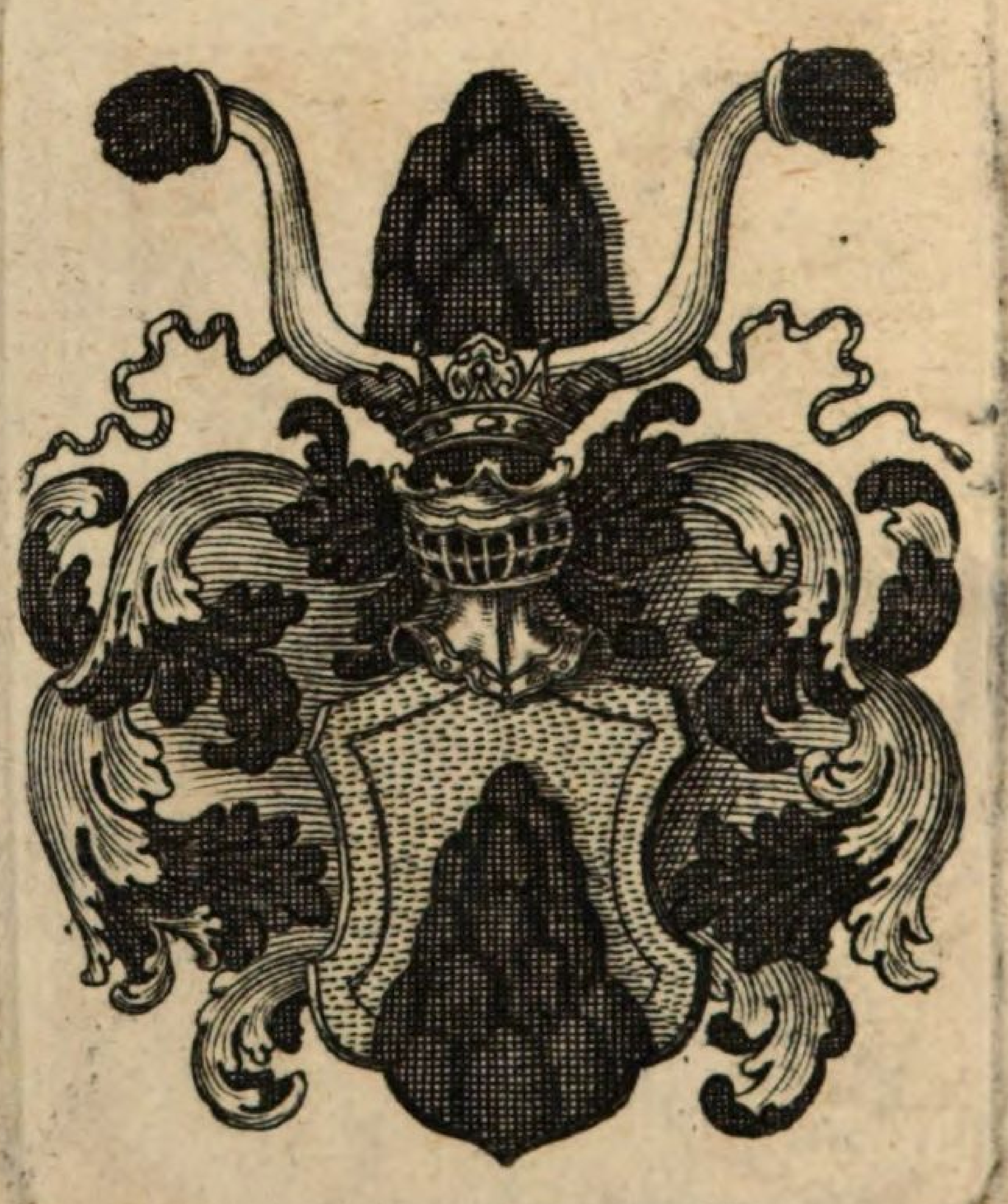
R

Ad Conventū Monacensē
Ord: Erem: S. Augustini



6

<36604962740019

<36604962740019

Bayer. Staatsbibliothek

Math. P. 594

Matheſis. Geometria generalis

252.

R

MATHESIS.
SUM̄A GEOME TRIÆ PRACTICÆ
Igna via
Inſci tia
Contemptꝰ
Pœnitentia.
Difficultas.

SUMMA
GEOMETRIÆ PRACTICÆ,

worinnen Erſtlich/

Bernhard Cantzlers

kurtzer und leichter Bericht

vom

Feldmeſſen/

Auf die insgemein vor andern für-
kommende Fälle deß Meſſens und
Abtheilens gerichtet;

Zum Zweyten/

Unterſchiedliche in Frieden- und Kriegs-
Zeiten/ zu Land und Waſſer
nützliche

ANNOTATIONES

auch

Arithmeticæ, Trigonometricæ, Graphicæ
Geographicæ, Nauticæ, Aquæ-ductoriæ &c.
Additiones und Inventiones;

durch

M. ABDIAM TREW, Math.
& Phyſ. P. Altdorf.

Zum Dritten/

Ein neuer Anhang enthalten/
In welchem das Feldmeſſen nach denen heut zu Tag
richtigſten Manieren kürtzlich vorgeſtellet wird

von

Joh. Gabriel Doppelmayr/ Math. P. P.

Nürnberg/
In Verlegung Wolfgang Moritz Endters.
Druckts Johann Ernſt Adelbulner.
An. MDCCXVIII.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Denen WolEdlen / Geſtrengen / Für-ſichtigen und Wolweiſen

Herꝛn GABRIELI Nützeln / auf Sünderſpiel /

und

Herꝛn Jobſt Chriſtoph Kreß / dem Jüngern von Kreſſenſtein / auf Rätzelsdorff und Mungenau /

Deß Innern Rahts / auch wolverordnetem reſpectivè Herꝛn Scholarchæ,

Meinen großgünſtig gebietenden Herren.

Wie auch

Dem Erbaren und Fürnehmen /

Herꝛn Philippo Eckenbrecht / Handelsmann deß Heiligen Röm. Reichs Stadt Nürnberg.

Meinem inſonders günſtigen Herꝛn.

Mit Wünſchung eines glückſeeligen Fried- und Freudenreichen Neuen Jahrs / glücklicher Regierung und alles erſprießlichen Wolergehens zuvor / WolEdle / Geſtrenge Fürſichtige / Wolweiſe; Auch Erbar und Fürnehmer / inſonders günſtiger Herꝛ /

Es ſchreibt der hochgelehrte / und in freyen Künſten / ſonderlich aber um die Matheſin, hochverdiente Mann / Philippus Melanchthon, in einer Dedication-Schrifft / an einen Wol-Edlen und Hochweiſen Raht dieſer deß H. Reichs Stadt Nürnberg / daß dieſe löbliche Respublica es in den Mathematiſchen Künſten nicht allein andern Städten deß Teutſchlands / ſondern auch vielen Univerſitäten zuvor thue. Welches Lob / ob es wol nun über die 100. Jahr alt / und meiner Vermutung nach / fürnemlich auf Bernhardum Waltherum gangen / deſſen Obſervationum Aſtronomicarum der Edle und hochberühmte Mathematicus Tycho Brahe in Inſtauratione Aſtronomiæ ſich gebraucht; ſo haben ſich doch nicht allein dazumal andere dieſes Lobs wol würdige / als Schonerus, Vernerus, &c. gefunden / ſondern es grünet auch noch immerzu / und wird biß auf heutigen Tag niemand gefunden werden / der dieſer löblichen Reipublicæ ſolch unſterbliches Lob nehmen könnte. Zwar iſt zu beſorgen / wenn wir / die wir Gelehrte heiſſen und ſeyn ſollen / daſſelbige mit unſerer Kunſt hätten ſollen erhalten / es dörffte längſt erloſchen ſeyn. Indem jetziger Zeit faſt dieſe Perſuaſion regiert / man halte ſich mit der Matheſi auf / daß man in andern Künſten und Facultäten nicht proficiren könne / ſey alſo faſt wie Syrach ſage von dem / welcher die Schrifft lehren und lernen ſoll /

ſoll/daß ein ſolcher ſonſt nichts müſſe/zu thun ha- ben. Nun könte ich zwar faſt mein eigen Exem- pel hiewider anziehen / als der ich das Studium Mathematicum, in dem gantzen Lauff meiner Studien/und deren vor dieſem bedienten Officien/ ehe ich hieher kommen / niemaln für mein für- nehmſtes Studium gehalten/doch gleichwol nicht allein nun in das 27. Jahr Profeſſionem Ma- thematicam bediene; (da man vielleicht ſagen möchte / ich auch nicht allerdings in Abrede bin/ es hätte geheiſſen docendo diſcimus,) ſondern auch zu Anſpach/in meinem mühſamen Officio, da ich neben der Theologia und deren fürnehmen Controverſiis alle Partes Philoſophiæ, neben denen drey Hauptſprachen/dociren müſſen zwe- en Tractatus Mathematicos, aus deren einem auch etliche Problemata in dieſe gegenwärtige Schrift eingebracht/publicirt habe. Aber es müſ- ſte mit leid ſeyn/wenn dieſes Lob allein / oder für- nemlich durch mich/der ich zwar ein alter und mit vielen Benefibiis verbundener Nürnberg. Diener/ doch kein geborner Nürnberger bin / erhalten wer- den ſollte. Das löbliche Exempel E. E. Wol-Ade- lichen Geſtreng und Herrlichkeit / wie auch mei- nes günſtigen Herrn/und vieler andren diß Orts nicht zugedencken / macht / daß ich nicht Urſach hab/ meines einfältigen Exempli zu dieſem En- de(wie es denn ohne das nicht derentwegen / ſon-

dern den Studioſis ſolchen falſchen Wahn zu benehmen/geſchehen)zu gedencken. Es ſind nunmehr faſt zwantzig Jahr/daß E. E. Wol-Adeliche Herꝛlichkeiten allhier zu Altdorff Studiorum cauſâ ſich aufgehalten/ mit welchem daß es ihnen nicht fürnemlich um die Matheſin,(deren ſie allbereit gute Fundamenta heraus gebracht/) ſondern um ſolche Studien zu thun geweſen/ dadurch ſie zum Regiment vor andern tüchtig würden/erweiſet jetzo das Werck/ und haben es auch dazumaln ihre löbliche ſpecimina erwieſen. Gleichwol haben dieſelbe mir und meiner Profeſſion die groſſe Eher gethan/daß ſie zu unterſchiedlichen malen/bey mir/zu Hauß/auf dem Obſervatorio Aſtronomico, und auf dem Feld ſich exercirt/und unterſchiedliche Problemata, ſo gleichfalls in dieſem Tractätlein angezogen/practiciren helffen:auch mit dieſem ihrem Exemplo andern Anlaß gegeben/daß ich offtmals geſagt/ und noch/ ich hab in langer Zeit weder vor oder hernach nicht mehr/und danckbarere Auditores in einem privato Collegio gehabt/als dazumal.

Herꝛn Philipp Eckenbrecht aber betreffend/iſt zwar deſſen rühmliche ſcienz in Mathematicis, ſonderlich Aſtronomicis, auch ſeine Liberalität gegen dem hochberühmten Kaiſerlichen Mathematico, Johanne Kepplero, deſſen wolthätiger Hoſpes er eine geraume Zeit geweſen/ für ſich

ſelbſt

ſelbſt Stadt-und Landkündig. Doch kan ich mein eigenes Exempel deren mit ihme gehabten Converſation nicht ungemeldet laſſen/wie nemlich/nachdem bey meiner angehenden Profeſſion ein guter Freund mir gerathen/ mit ihme/ als einem in Matheſi wol verſirten Mann/ mich bekandt zu machen: Ich faſt ſagen kan/ ich habe mehr im Werck bey ihm erfahren/ als mir geſagt worden/und gäntzlich dafür halte/daß wenn jemals einer in dieſer löblichen Stadt Nürnberg geweſen/um welches willen man ſagen könne/ es thue es dieſe Stadt Univerſitäten zuvor/ſolches jetzo ſeiner Perſon wegen/ wenn ſonſt niemand wäre/ ſeyn könne.

Daß nun ſolches ich dieſes Orts zu gedencken keine Scheu getragen/da ſtehe ich in gutem Vertrauen/ will auch unterthänig u. dienſtlich gebeten haben/es werden hochgedachte meine Groß-günſtig-gebietende/und mein günſtiger Herr kein Mißfallen haben / das was ein ſo fürnehmer Mann/Philippus Melanchthon, dieſer Reipublicæ rühmlich zu ſeyn erachtet/ ich gleichfalls dafür halte / und mit gegenwärtig-unterthänig- und Dienſtgefliſſener Dedication bezeugen wolle. Aufs wenigſte darum: Damit andere/ welche ohne das/und in ſolchen Künſten ſtudiren welche dieſer artium wol nöthiger bedörffẽ/ deſto mehr mit ſo fürnehmen exemplis angereitzt werden

den/ſintemal nicht auszuſprechen / wie ein groſ-ſes Stuck der Phyſice, und deren darauf erbaue-ten Medicin, mit dieſem Studio ab-und zugehe/ würde auch mancher Phantaſt mit ſeinen unge-ſchickten/ und auf der Matheſi vermeintlich fun-dirten Prognoſticis, nicht halb ſo viel Aberglau-ben ſtifften/ und offt Schreckens erregen können/ wenn die Leut von ihren Geiſtlichen beſſer von dergleichen Sachen/ und wie weit die Zeichen deß Himmels zu fürchten oder nicht zu fürchten ſind/ berichtet würden. Weil aber die Leut wiſſen/ daß viel Studioſi Theologiæ, in ihren Studen-ten Jahren / wenig mit ſolchen Sachen umgan-gen/ ſo haben ſie zu ihnen kein Vertrauen / ſie re-den gleich dazu oder darwider. Indeſſen ſchnei-den die durſtigen Aſtrologi getroſt auf / und bil-den den Leuten für / niemand verſtehe die Kunſt/ als ſie/ ſchreibt einer darwider / welcher die Sach verſtehet/ ſo bleibt er dahinden. Wie Anno 1654. mit unterſchiedlichen ſobriis ſcriptis von ſelber Finſterniß geſchehen ; Wenn man aber insge-mein beſſer Bericht hievon hätte / würden nicht allein viel ſolche Schrecken vor ſolchen Phæno-mentis, ſondern auch hernach viel Sarcaſmi und ſcripta Satyrica, (wie mit dergleichen noch heuti-ges Tages nicht allein von gemeldter Finſterniß/ ſondern auch mit Michael Stifelii, eines mehr in der Arithmetica als Theologia oder auch Aſtro-

logia

logia verſirten Pfarrers/ vor 100. Jahren edirtem Prognoſtico vom Jüngſten Tag/ unſere Widerſacher ſich zu kützeln wiſſen) wol verbleiben.

Wollen alſo E. E. Wol-Adelich Geſtreng und Herꝛlichkeit/ wie auch mein günſtiger Herꝛ/ ſolch mein Beginnen im Beſten vermercken/ meine reſpective großgünſtig-gebietende/ und günſtige Herren verbleiben. Thue hiemit dieſelbe Göttlicher Protection/ zu langem Leben/ glücklicher Regierung/ und allem erwünſchten Wolergehen unterthän- und dienſtlich befehlen. Datum ex Muſæo Altdorffino den 8. Dec. Anno 1662.

E. E. Wol-Adelich Geſtr.
und Herꝛlichkeit/

wie auch

meines günſtigen Herꝛn reſpectivè
unterthäniger auch dienſtgefliſſener

M. ABDIAS TREW,
Math. & Phyſ. Prof. Pub.

Bernhard Cantzlers / damals Kellers zu Michelſtadt.

Vorrede an den Leſer.

Ich mach mir keinen Zweiffel / es werden ſich nicht wenig befinden / die dafür halten / ich hätte wol mit dieſem Büchlein daheim bleiben können: Weiln eben von dieſen Materien in allerhand Sprachen viel und mancherley gute Tractätlein ausgangen / und in Druck gebracht worden.

Nun iſt ſolches zwar nicht ohne: es ſind aber gleichwol der mehrer Theil derſelben Tractätlein alſo beſchaffen / daß ſie von dem gemeinen Mann nicht leichtlich verſtanden werden / ob ſie auch ſchon in unſer Teutſchen Sprach beſchrieben worden.

Dannenhero von vielen / ja auch von denen / die ſich geſchworne Feldmeſſer nennen laſſen / deß Jacob Röbels Büchlein / ſo gantz voller Irrthum ſteckt / wegen ſeiner vermeinten Leichte / allen andern mit groſſer Verwunderung vorgezogen wird.

Solchem Fehler nun zu begegnen / und dem gemeinen Mann gedacht irrig Büchlein aus

den

den Händen zu nehmen / und etwas Beſſers an die Statt zu geben / hat mich zu dieſem Wercklein bewogẽ. Darinnen denn verhoffentlich nichts zu finden / ſo nit aus rechtem Geometriſ. Grund bewieſen werden könte.

Damit aber gegenwärtigs Büchlein nit zu groß würde / und die Form eines Compendii behalten möchte / hab ich weitläufftige mathematiſche Demonſtrationes ausgelaſſẽ: nichts deſto weniger gleichwol allwegen die Ort / darinnen jedes demonſtrirt zu finden / beygeſetzt. Weiln auch die vorige in dieſer Kunſt ausgangene Büchlein / faſt alle nur auf ein gewiſſe Landes-Art gerichtet / u. mit groſſer Mühe auf ein ander Ort / da die Ruth mehr oder weniger Schuh hat / reducirt werden müſſen: zudeme auch ihre Rechnungen (ob ſie zwar juſt) gantz ſchwer u. undeutlich / darein ſich nicht ein jeder leichtlich richten kan: als habe aus Hrn. D. Johann Hartmann Beyers ausgangenen Viſier-Kunſt / ich Anleitung genommen / dieſes Tractätlein alſo anzuordnen / daß es nicht allein an allen Orten zubrauchen: ſondern auch die darinnen vorkommende Rechnungen alſo zu vollführen / daß man kein gemeinen Bruch zu brauchen gedrungen werde. Inmaſſẽ denn alles durch Scrupul (wie in den Aſtronomiſchen Rechnungen

nungen mit ſechtzigfältigen geſchicht) aber hiedurch zehenfältige viel leichter verricht wird.

Hierzu aber zu gelangen/muß die Ruthe jedes Orts / ſie ſey kurtz oder lang / in zehen Theil vertheilt werden/ wie denn deßwegen hernacher beſſerer Bericht erfolgen ſoll/und wie gantz leicht dieſer Weg ſey / ſich klärlich befinden wird.

Es ſoll aber niemand/der vor deß Rechnens gantz unerfahren / ihme die Gedancken machen/ daß er die Species Arithmeticas hieraus lernen werde / ſondern ſolche ſoll ein jeder zuvor können: Es wird nur allhie ein beſſer Compendium , zu Vermeidung der beſchwerlichen Brüch-Rechnungen / gewieſen/ und daß man der verdrießlichen Reduction, was heraus komme / wenn man Ruthen in Zoll/ꝛc. multiplicir oder dividir/überhaben ſeyn könne: Welches ſonſten Species emergens genennet wird. Denn ſolte die gantze Arithmetica, hierinnen tractirt werden / würde diß Büchlein über eines Compendii gebührliche Grösſe gewachſen ſeyn.

Jnmaſſen ich mich inſonderheit befliſſen/ ſolches in gegenwärtig klein Format zu bringen/damit es ſamt den Tabulis Sinuum, Tangentium, und Secantium, ſo durch Anord-

nung

nung Herrn Bartholomæi Pitiſci ſeligen / in gleichem Format hiebey gedruckt worden / zuſammen gebunden werden könnten. Wie denn deren Nutz offtermals hierinnen unterſchiedlich erſcheinen / und man zu Solvirung etlicher Aufgaben / derſelben nicht entberen können wird.

Solche Tabulas aber und doctrinam Triangulorum recht zu verſtehen / hat Herr Joh. Enoch Meyer / Baumeiſter zu Straßburg / in ſeinem Teutſchen Manuale Mathematico davon in An. 1612. und 1619. einen feinen Bericht in Druck kommen laſſen / dahin der Leſer Kürtz halben gewieſen ſeyn ſoll.

Uber dieſes wolte ich auch nicht gern hierinnen einen ſolchen Leſer haben / der nit zuvor wiſſen ſolte / was ein Punct / item ein gerade oder gebogene Linea, deßgleichẽ was Perpendicular oder Parallel-Linien wären / viel weniger einen ſolchen / der nicht wiſſen ſolte / was ein rechter / ſtumpffer oder ſcharffer Winckel wäre / welches auch ſonſtẽ mehrentheils alle gemeine Handwercksleut zu wiſſen pflegen.

Das Büchlein aber ſoll in drey Theil / und ein jedes wiederum in ſeine gewiſſe Problemata oder Aufgaben abgetheilet werden.

Im Erſten wird gehandelt vom Verſtand deß Maß / vom Rechnen / und andern / ſo hierzu vonnöhten.

Im

Im Andern/ von Meſſung allerhand Feldungen/ und ſolches auf unterſchiedliche Manier: dabey auch allweg nach Gelegenheit deß Irrmeſſens Anregung geſchehẽ ſoll.

Im Dritten/ von der Felder-Abtheilung/ in zween / drey oder mehr / gleiche oder ungleche Theil/ an welchem nicht weniger / als am Meſſen ſelbſten/ gelegen iſt.

Weilen auch der ander Theil ſich bisweilen auf den erſten / und der dritte Theil ſich offtmals auf den erſten und andern Theil ziehen wird/ hab ich alle drey Theil nicht in Capitel vertheilen/ ſondern mit Zahlen (es ſeyen gleich Definitiones, Theoremata, oder Problemata, wie auch vorgemeldt) unterſcheiden wollen. Damit im Zuruckſchlagen ein jedes unter ſeinem gewiſſen Theil und Numero deſto förderlicher zu finden ſeyn möge.

ANNOTATIO.

BEy dieſer Præfation deß Authoris dieſes erſten Theils iſt für gut angeſehen / folgende Erinnerungen zu thun:

1. Daß der Author etlicher zwar geſchwornen/ doch in ihrer Kunſt übel berichteten Feldmeſſer zu ſeinen Zeiten / und ihres Lehrmeiſters Jacob Köbels gedenckt: welcher üble Arbeit ihn zur Edition dieſes Büchleins verurſachet. Da thä-

thäte man zwar/ wie ich der Zuverſicht ſeyn will/ unſern heutigen Feldmeſſern unrecht/ wenn man ſolches auf ſie deuten wolte: Gleichwie ich auch nicht vermeine/ daß die von dem Authore allegirte Schrifften Jac. Köbels/ heut zu Tag/ anders⸗wo als in alten Bibliothecken zu finden/ und wer ſo einfältig ſeyn/ und derſelben in geſchworner Feldmeſſer⸗Arbeit ſich gebrauchen wolte/ demſelben man bey ſo hellem heutigen Liecht der Mathematiſchen Künſte bald Feyerabend geben würde. So hat doch der Verleger für gut angeſehen/ dieſes Büchlein noch einmal/ und zwar mit einem Augmento, und ſonſt verbeſſert/ zu publiciren, Nicht allein darum/ daß diese Erinnerung in Mathematiſchen Künſten nicht fürzugeben/ welches man nicht demonſtrire/ oder wo es von andern demonſtrirt/ weiſen köñe/ keines Wegs aus den Mathematiſ. Schulen komen zu laſſen. Ja die Mathematiſchen Künſt auch darum denen Gelehrten/ die gleich nicht eben ex profeſſo damit umgehen/ lieb ſeyn ſollen/ daß ſie keinen Jrrthum leiden/ ſondern in applicirtem Beweiſe die Jrrthumen ſich gleichſam ſelbſt widerlegen/ (welches hernach die Studioſos auch in andern ſcientiis perſpicaciores und prudentiores mache) wie an ſeinem Ort aus etlichen Exemplis dieſes Authors erſcheinen wird. Nicht allein aber darum/ wie gemeldt/ iſt für gut angeſehen worden/ dieſes Büchlein

lein wiederum zu publiciren / ſondern auch / weil es noch immer Nachfrag gehabt/und ſolches ohne Zweiffel derentwegen / weil das jenige / welches Jacob Köbel und ſeine Diſcipuli, durch ungeſchickte Mittel geſucht / nemlich die Facilität/ daß man leicht von ſolcher Arbeit kommen könne/ dieſer Author durch rechte Mittel erlangt. Alſo daß man wenig Bücher hievon finden wird / da das Nöthige/von dem Unnöthigen/ſo hübſch unterſchieden / und ſo fein leicht und doch dabey gründlich fürgegeben wird. Welches wo mans haben kan / freylich zu ergreiffen iſt. Alldieweil nicht allein von der Medicin Hippocrates recht ſagt: Vita brevis, Ars longa; ſondern von allen Künſten wahr iſt/daß man gar nicht Urſach hab/ ſolche mit Fleiß ſchwer zu machen / weil ſie dennoch langſam gnug eingehen / und damit gehet/ wie Sirach 18. von unſerm gantzen Leben ſagt: Wenn ein Menſch gleichſam ſein Beſtes gethan hat/ſo iſts kaum angefangē/ und wenn er meint / er habs vollendet / ſo fehlt es noch weit. Daß alſo ſolche Büchlein/ wie dieſes iſt/da ſchwere Sachē fein leicht / ſo viel die Kunſt leiden mag / fürgegeben werden / billich hoch zu halten ſind.

II. Daß der Author die 5. ſpecies Arithmetices, Erklärung der Geometriſchen Terminorum, und anders / ſo man in dieſer Kunſt vorher wiſſen muß / auſſen gelaſſen / da ſtellen wir

ſei-

ſeine Urſachen an ihren Ort / da ſie gelten / nemlich wo man der Kürtze ſich befleiſſet / und fürnemlich nur das jenige lehren will / wovon andere nicht recht gelehret haben. Aber weil man dieſes Orts nicht allein auf die Kürtz geſehen / ſondern auch auf die Vollkommenheit / daß nemlich / ſo viel müglich / nichts dahind bleibe / deſſen Unwiſſenheit den Begierigen dieſer Kunſt / in ſeinem guten Fürſatz irr machen / und daß er erſt nach andern Büchern ſich umſehen / und darinnen ſo lang / biß er den Sachen überdrüſſig / ſich aufhalten müſſe / als hat man zwar dem Authori ſeinen Methodum gantz laſſen / doch hernach in den Additionibus eines und das andere ſetzen wollen / welches den Incipienten dieſer Kunſt zu guten Statten kommen möchte. Dörffte derohalben dieſen fürträglich ſeyn / wenn ſie / ehe ſie mit dem Authore zu Werck giengen / zuvor in dem Andern Haupt-Theil / aufs wenigſt / die erſte zwo Additiones, deren eine die ſpecies Arithmeticæ, die andere die Erklärung der Geometriſchen Terminorum handelt / für ſich nehmen. Wolten ſie die 4 und 5 Addition, da man dem Grund der Triangul-Rechnung gehandelt wird / auch aufs wenigſt curſoriè zuvor durchgehen / dörffte es ihnen auch nicht hinderlich / ſondern förderlich ſeyn.

III. Was die Authores anlangt / welche der Author anzeucht / heut zu Tage aber nicht wol mehr zu bekommen ſeyn möchten / können jetzo die Tabulæ Trigonometricæ Adriani Vlaq. in octavo zu Leiden in Holland / oder des Frobenii in quarto zu Hamburg gedruckt / oder (ſonderlich auf dem Feld / und wer an Statt der Logarithmorum mit den Compendiis, ſo unten pag 253. erwehnt / wie bey dem Feldmeſſen wol ſeyn kan / ſich contentiren wolte) Simonis Stevini in 12 vor dieſem von Simon Halbmeyern verlegt / und noch der Zeit bey dem Verleger dieſes Wercks zu finden / gebraucht werden.

So viel war zu erinnern von der Præfation des Authoris.

Regi-

Regiſter/

oder

Blatweiſer/ was in dieſem Tractat gelehret und gehandelt wird.

Im erſten Theil.

I. Vom Verſtand des Meß/ von der Rechnung und andern/ ſo zum Feldmeſſen nöhtig. am 1. Blat.
von I. biß VIII.
IX. Wie man unterſchiedliche Zahlen/ ſo neben den Ruthen auch Scrupul/ oder Zehener anhangend haben/ addiren ſoll.
X. Wie man die Ruthen und Scrupel oder Zehener ſubtrahiren ſoll. 11
XI. Wie man mit dieſen Zahlen multipliciren ſoll. 12
XII. Wie man ſich im dividiren mit dieſen Zahlen verhalten ſoll. 13
XIII. Wie man Radicem quadratam extrahiren ſoll. 17
XIV. Von Inſtrumenten/ ſo im Feldmeſſen gebraucht werden. 22
XV. Wie man erkennen ſoll/ ob ein Eck eines Feldes ſtumpff/ winckelrecht oder ſcharff ſey. 23

XVI. Wie man die Gröſſe eines Winckels oder Ecks in Graden und Minuten finden ſoll. pag. 25

XVII. Eines Winckels Gröſſe in Graden / von Minuten / mit einem gemeinen Winckelmaß zu finden. 28

XVIII. Wie man auf einer geraden Linien / ein Perpendicular in ein Puncten / ſo auſſerhalb der Linien iſt / ziehen ſoll. 30

XIX. Wie man einer gegebenen Linien ein Parallel, das iſt / ein gleich-lauffende Linien ziehen ſolle. 30

XX. Wie man erkennen ſoll / ob zwo Seiten eines Feldes / ſo gegeneinander über ſtehen / Parallel ſeyen oder nicht. 32

XXI. Wie man ſich zum vörderſten / wenn ein Feld zu meſſen / fürgegeben worden / verhalten ſolle. 33

XXII. Wie die vielſeitigen Felder / ſo mit rechten Linien beſchloſſen / und nicht regulirt befunden / dadurch man kommen kan / in Triangel und Vierungen abzutheilen. 35

XXIII. Wie ein irregulirt Feld zu meſſen / dadurch man nicht kommen kan. 36

XXIV. Wie man ſich mit einem irregulirten Feld oder Wald zu verhalten / dadurch man nicht kommen oder ſehen kan / auch nicht ſo viel Platz und Gelegenheit / ſolches in eine Vierung einzuſchlieſſen. 38

Der

Der Andere Theil.

Von Meſſung der Felder / und wie deren Inhalt richtig zu finden.

I. Wie ein Feld zu meſſen / ſo vier gleiche Seiten / und winckelrechte Ecken hat. pag. 41

II. Wie man die überlängte winckelrechte Vierungen meſſen ſoll. 43

III. Wie man ein dreyſeitig Feld / von geraden Linien / ſo ein winckelrecht Eck hat / meſſen ſoll. 44

IV. Wie man ein dreyſeitig Feld / dadurch man kommen kan (ungeachtet ob es ein rechten Winckel habe oder nicht) meſſen ſoll. 45

V. Wie man ein Triangel meſſen ſoll / da man nicht Gelegenheit / ein Perpendicular in demſelben zu ziehen. 46

VI. Wie man ein Triangel meſſen ſoll / ſo drey gleiche Seiten hat. 49

VIII. Wie man ein dreyſeitig Feld von ungleichen Seiten / auch ungeacht der Winckel / meſſen ſoll. 52

IX. Wie man aus zwo bekandten Seiten eines Triangels und dem Winckel / ſo von ſolchen zweyen Seiten beſchloſſen wird / den Inhalt finden ſoll. 54

X. Vorgedachten Triangels Inhalt / auf ein andern Weg / durch ein Perpendicular-Linien zu finden. 55

XI. Wie man ſich mit den Triangeln verhalten ſoll/ wann die zwo bekandten Seiten einen ſtumpffen Winckel beſchlieſſen. pag. 56
XII. Wie man aus einer bekandten Seiten eines Triangels und zweyen bekandten Winckeln / ſo der bekandten Seiten an beyden Orten anhangen / den Inhalt finden ſoll. 57
XIII. Wie man aus zwo bekandten Seiten eines Triangels und einem Winckel / ſo gegen der einen bekandten Seiten überſtehet/ den Inhalt finden ſoll. 58
XIV. Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo 4 gleiche Seiten/ aber nicht winckelrechte Ecken hat/ welches Rhombus genennet wird. 59
XV. Wie ein überlängt vierſeitig Feld / ſo nicht winckelrecht / zu meſſen / darinnen die gegeneinander überſtehende Seiten parallel und gleich ſeyn / ſonſten Rhomboides genannt. 62
XVI. Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo zween rechter Winckel nebeneinander hat / aber die 4 Seiten alle / oder auf das wenigſte 2 einander ungleich ſeyn. 64
XVII. Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo zween rechter Winckel gegeneinander überſtehend hat. 67
XVIII. Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo nur ein rechten Winckel hat. 68
XIX. Wie eines vierſeitigen Felds Inhalt zu finden / ungeachtet / ob es einen oder keinen rechten Winckel habe oder nicht. 70

XX. Wie

XX. Wie eines vierſeitigen Felds Inhalt zu finden / darinnen das ein Eck hineinwarts gewendet. pag. 72
XXI. Wie der Inhalt eines Feldes zu finden / da man zu keiner Seiten kommen / viel weniger dadurch gehen kan. 74
XXII. Wie man aller vielſeitigen regulirter Feldungen Inhalt finden ſoll. 78
XXIII. Wie man aller vielſeitigen irregulirter Feldungen Inhalt finden ſoll / wann man dadurch kommen kan. 81
XXIV. Wie man der irregulirten Feldungen Inhalt finden ſoll / wenn man nicht dadurch kommen / aber ſolche in ein Triangel oder in ein Vierung einſchlieſſen kan. 83
XXV. Wie man eines irregulirten Feldes oder Waldes Inhalt / da man auch nicht Gelegenheit / ſolches in ein Triangel oder Vierung einzuſchlieſſen / allein durch Erkenntniß der Seiten und Winckel finden ſoll. 85
XXVI. Wie eines Circulrunden Felds Inhalt zu finden. 90
XXVII. Wie man eines halben Circuls Inhalt finden ſoll. 92
XXVIII. Wie der Inhalt von einem Ausſchnitt eines Circuls (Sector Circuli genannt) zu finden. 93
Grad in Theil eines Circuls verwandelt / deſſen halber Diameter 100000. 96

Erſte und andere Scrupel in Theil eines Circuls verwandelt / deſſen halber diameter 100000. pag. 97

XXIX. Wie der Inhalt eines Abſchnittes von einem Circul / Sectio Circuli genannt / zu finden. 98

XXX. Wie der Inhalt eines Abſchnitts von einem Circul zu finden / ſo gröſſer iſt denn ein halber Circul. 100

XXXI. Wie der Inhalt eines Abſchnitts zu finden / wenn allein der Bogen und die chorda geben wird. Der Boltzen aber vom Mittel der chordæ nicht zu meſſen iſt. 101

XXXII. Auf eine andere Weiß den Inhalt eines Abſchnitts von einem Circul / ohne Erkenntniß des Boltzes / zu finden. 102

XXXIII. Der dritte Weg eines Abſchnitts Inhalt zu finden / ob ſchon der Boltz oder Sagitta auch nicht bekandt 104

XXXIV. Wie der Inhalt eines Feldes zu finden / ſo in Form eines neuen Monden gelegen. 107

XXXV. Wie man allerhand Feldungen Inhalt / ſo mit gemiſchten Linien beſchloſſen / finden ſoll. 108

Der

Der Dritte Theil.

Von Abtheilung der Felder.

I. Wie man allerhand vierſeitige Felder/ darinnen allweg die zwey gegeneinander über ſtehende Seiten miteinander Parallel (ſonſten Parallelogramma genannt) ſie ſeyn gleich winckelrecht oder nicht/ in zween oder mehr gleiche Theil abtheilen ſoll. pag. 113

II. Wie man vorgedachte Feldungen/ aus einem gegebenen Puncten/ er ſey gleich in- oder auſſerhalb des Feldes/ oder aber auch auf der einen Seiten/ in zween gleiche Theil abtheilen ſoll. 114

III. Wie man von vorgedachten Feldungen eine gewiſſe Ruthen- oder Morgenzahl abſchneiden ſoll. 115

IV. Wie man ein jeden Triangel/ aus einem Winckel/ in zween oder mehr gleiche Theil abtheilen ſoll. 116

V. Wie man ein Triangel auf einen andern Weg theilen ſoll/ damit die Eck nicht alle ſo gar ſpitzig zuſammen kommen/ wie in vorgehender Theilung geſchehen. 117

VI. Wie man ein jeden Triangel/ auf ein zierlichern Weg/ in etliche gleiche Stück abtheilen ſoll/ alſo daß die Linien der Abtheilungen/ mit einer Seiten des Triangels/ parallel lauffen. 118

VII. Wie man einen jeden Triangel in etlich gleiche

Stück abtheilen ſoll / alſo daß die Abtheilungs-Linien auf der einen Seiten des Triangels perpendicular ſeyn. pag. 120
VIII. Vorgedachter Aufgab ein kürtzern Weg abzuhelffen. 122
IX. Wie ein Triangel aus einem gegebenen Puncten / auf einer Seiten / in zwey oder mehr gleiche Stück abzutheilen. 123
X. Wie man ſich verhalten ſoll / wenn der gegebene Punct auſſerhalb des Triangels iſt. 124
XI. Wie man ſich verhalten ſoll / wenn der gegebene Punct innerhalb des Triangels iſt. 125
XII. Wie man von einem Triangel ein gewiſſe Ruthen- oder Morgen-Zahl abſchneiden ſoll. 127
XIII. Wie man von einem Triangel aus einem gegebenen Puncten / auf der einen Seiten des Triangels / ein gewiſſe Ruthen- oder Morgen-Zahl abſchneiden ſoll. 129
XIV. Wie man die irregulirte Vierungen / Trapezia genannt / in zwey oder mehr gleiche Stück abtheilen ſoll. 130
XV. Wie man ſich verhalten ſoll / wenn in dergleichen Vierungen nicht zwo Seiten miteinander parallel haben. 131
XVI. Wie man ein irregulirte Vierung / aus einem gegebenen Puncten / auf der einen Seiten / in zwey gleiche Stück abtheilen ſolle. 133
XVII. Wie alle regulirte vielſeitige Felder in zwey oder mehr gleiche Stück abzutheilen. 134

XVIII. Wie man allerhand vielſeitige Feldung / in zwey oder mehr gleiche Stück abtheilen ſoll. pag. 135
XIX. Was ferner bey nächſtgedachter Feldung Abtheilung zu bedencken. 137
XX. Wie die irregulirte vielſeitige Felder auf ein andern Weg abzutheilen. 138
XXI. Wie ein Circulrund Feld in zwey oder mehr gleiche Stück abzutheilen. 140
XXII. Wie ein Circulrund Feld aus einem gegebenen Puncten / auf dem Umkreis ſtehend / abzutheilen. 142
XXIII. Wie man allerhand Feldungen / ſo mit gemiſchten Linien beſchloſſen / abtheilen ſolle. 143
XXIV. Wie man allerhand Figuren / ſie ſeyen auch geſchaffen wie ſie wollen / in gleiche oder ungleiche Stück abtheilen / oder aber ein gewiſſe Ruthen-Zahl davon abſchneiden ſoll / alſo daß die Linien der Abtheilungen auf der einen Seiten perpendicular, oder miteinander parallel ſeyn. 145
XXV. Wie man auf einen andern und beſſern Weg vorgehende Abtheilung verrichten ſoll. 149

Der

Der Andere Haupt-Theil/

begreifft die

ADDITIONES.

I. Additio. Kurtzer Begriff des Rechnens/ ſo viel zum Feldmeſſen vonnöthen. pag. 154
Numeratio. 155
Additio. 158
Subtractio. 159
Multiplicatio. 160
Diviſio. 161
Von der Regula Detri oder Proportionis. 167
II. Additio. Die fürnehmſte *Definitiones* der *Terminornm Geometricorum*, auf das Land- und Feldmeſſen accommodiret. 170
III. Additio. Von dem Abriß der Figuren auf das Papier / und denen dazu nohtwendigen Inſtrumenten. 182
Problema I. Aus einer oder drey gegebenen Linien / da allezeit zwo zuſammen gröſſer ſind / als die dritte / einen Triangulum zu machen. 184
Problema II. Eine gegebene Lineam in zwey gleiche Theile zu theilen / Perpendicular-Lineas auf eine gegebene Lineam, oder von dannen herab zu ſencken / oder durch zu zie-

zu ziehen. Item / ein Winckelmaß zu probiren. pag. 185
Problema III. Einen gegeben Winckel einen andern Winckel / der ihm gleich ſey / an einen gegebenen Punct anmachen. 187
Probl. IV. Zu einer gegebenen Lini / eine andere durch einen gegebenen Punct / ziehen / die gegen derſelben parallel ſey. 188
Probl. V. Eine Lineam einer andern nachzutheilen / es mögen gleich die Theile an ſich ſelbſt einander gleich ſeyn oder nicht. 188
Probl. VI. Eine jede Lini zu theilen / in ſo viel Theile man will. 190
Probl. VII. Eine fürgegebene Lineam für gegebener Proportion nach zu theilen. 190
Probl. VIII. Auf eine gegebene Lineam ein Quadrat oder Parallelogrammum zu reiſſen. 192
Probl. IX. Aus einem Triangulo ein Parallelogrammum gleicher capacität zu machen. 193
Probl. X. Aus einem Parallelogramma ein Triangulum gleicher capacität zu machen. 193
Probl. XI. Aus einem Parallelogrammo ein anders in einer andern fürgegebenen Länge oder Breite zu machen / daß es doch eben ſo viel halte / als zuvor. 194

Problema XII. Ein jede Figur von geraden Linien/ in Triangula zu reſolviren. pag. 195

Probl. XIII. Eine jede Figur/ die aus geraden Linien beſtehet/ in ein Parallelogrammum verwandeln. 196

Probl. XIV. Ein ablang Parallelogrammum in ein Quadrat verwandeln. 196

Probl. XV. Eines Circuli Centrum zu finden. 196

Probl. XVI. Drey gegebene Puncta, die nicht gerad in einer Lini hinligen / in eine Circumferenz eines Circuls zu bringen. 197

Probl. XVII. Drey Puncten in einen Circul-Riß zu bringen / da man nicht Raum hat zu dem Centro. 197

Probl. XVIII. Aus einem gegebenen Stuck eines Circuls / den Circul wieder gantz zu machen. 198

Probl. XIX. Die Figuras regulares planas Geometriſch in einen Circul zu reiſſen. 198

Probl. XX. Die Figuras regulares, welche in jetztgemeldtem Problemate in einen Circul geriſſen/ auſſer einem Circul zu reiſſen. 201

Probl. XXI. Einen Circul in eine Regular-Figur/ oder um dieſelbe zu beſchreiben. 203

Probl. XXII. Ein quadrat in einen Circul/ oder einen qua-

quadrat gleichen Inhalts zu verwandeln. pag. 203

Problema XXIII. Ein artliches Inſtrument / durch welches hernach ohne Theilung eines lateris oder Diametri ein Quadrat in einen Circul / oder ein Circul in ein Quadrat verwandelt / auch eine jede Figur von gleichen Seiten / ſie ſey ſonſt regular oder irregular, die Zahl der Seiten gerad oder ungerad / kan beſchrieben werden. 204

Probl. XXIV. Wie man den eigentlichen Punct finden ſoll / in welchen zwo Linien eines ſpitzigen Winckels eigentlich einander berühren. 205

Probl. XXV. Von dem Umkreis eines Circuls ein begehrtes Theil zu nehmen (als das neundte / eilffte / dreyzehend / oder was es will) ſonderlich wenn es durch geweſene Regular-Theilungen nicht zu haben. 206

Probl. XXVI. Aus einem Circulo ein Quadrat / oder aus einem Quadrat ein Circul / gleichen Inhalts / aus jetzt beſchriebener Figur zu machen. 207

Probl. XXVII. Einen Quadranten / Circul oder halben Circul in ſeine Grad / mit Vortheil / und behend zu theilen. 209

Probl. XXVIII. Wie eine Schnecken-Lini zu reiſſen. 210

Probl. XXIX. Die fünff Corpora regularia in circulis in der Fläche fürzuſtellen. 213

Pro-

Problema XXX. Die Sectiones conicas, das iſt/ Kegel-Schnitte/ nemlich Ellipſin, eine ablange Rundung/ Parabolen und Hyperbolen/ halb-ablange Rundung/ gründlich/ und wie ſie aus ihren Kegeln entſpringen/ zu beſchreiben. pag. 215

Probl. XXXI. Eine jede geriſſene Figur/ in ebenmäſſiger Proportion/ gleich/ gröſſer oder kleiner nachzureiſſen. 223

Probl. XXXII. An einer jeden Geometriſch-geriſſenen Figur/ alle Puncten/ welche begehrt werden/ als wie ſie in ihrer diſtantz/ es ſey gerad zu/ oder auf der Seiten/ wie auch nach der Höhe ins Geſicht fallen/ fürzuſtellen. 230

Probl. XXXIII. Wie eine jede Figur nach allen Puncten/ welche man begehret/ alſo in die Perſpectio zu bringen/ daß man zu dem gantzen Abriß nicht mehr Raums erfordert/ als die Figur in ſich ſelbſt innen hat. 234

Probl. XXXIV. Wie die Schatten gründlich auf eine Figur anzubringen. 241

IV. Additio. Von dem Gebrauch der *Tabularum ſinuum tangentium* und *ſecantium*, auch der unlängſt erfundenen *Logarithmorum*. 244

V. Additio. Von der *Trigonometria*, das iſt/ von Meſſung der Linien/ ſo durch *Triangula* geſchiehet insgemein. 256

VI. Ad-

VI. Additio. Von der *Convenientz*/ Unterſcheid und Gebrauch der Inſtrumenten/ welche zum Land- und Feldmeſſen gehörig. pag. 208

VII. Additio. Etliche *Problemata* von Abſteckung der Figuren auf das Feld/ und Abtragung von dem Feld auf das Papier. 297

Problema I. Eine gerade Linie/ von dem Felde auf das Papier/ abzuſtecken und abzureiſſen. 297

Probl. II. Eine Circul-runde Linie/ auch wol eine Ellipſin, ja eine jede in einem Circul eingezeichnete Figur auf das Feld auszuſtecken/ und wiederum von dem Felde abzutragen/ auch das Centrum eines Circuli auf dem Felde zu finden. 298

Probl. III. Ein Triangulum, deſſen latera in ihrer Länge bekandt/ auf dem Felde/ allein durch die Ketten und Stäbe abzuſtecken/ doch erſtlich alſo/ daß zwey latera deſſelben zuſammen nicht länger ſeyn/ als die Ketten. 303

Probl. IV. Ein jeden fürgegebenen Winckel/ ohne oder durch das Tiſchlein/ oder transportur aus- und abzuſtecken. 304

Probl. V. Ein jedes gegebenes Triangulum, es ſeyen die latera ſo ſo lang ſie wollen/ wann man entweder die Länge aller ſolchen dreyen laterum, oder zwey latere und einen Winckel/ oder nur ein latus und zween Winckel

)()()(weiß/

weiß/ oder meſſen kan/aufs Feld abzuſtecken. pag. 306

Problema VI. Von einem gegebenen Puncte eine Linie auf dem Feld abzuſtecken/die mit einer andern allbereit abgeſteckten / einen geraden Winckel mache. 308

Probl. VII. Von einem gegebenen Puncto eine Linie abzuſtecken / die einer andern zuvor abgeſteckten parallel ſeye. 310

Probl. VIII. Eine jede fürgegebene auf geraden Linien beſtehende Figur / ſie ſey regular oder irregular, auf das Feld / vermittels der Ketten und Stäbe / ohne andere Inſtrumenra abznſtecken. 311

Probl. IX. Ein jede Figur / ſie habe ſo viel Ecken oder latera, als ſie wolle / von dem Felde aufs Papier oder Reiß-Tafel zu bringen. 313

VIII. Additio. Von Abmeſſung aller *Geometriſchen* Figuren auf dem Feld.

Problema I. Wie die Meſſung mit der Ketten oder Meßſchnur/ in aller Fällen / recht anzugreiffen. 322

Problema II. Ein jede fürgegebene diſtantiam oder Höhe / durch gehörige Mittel / abzumeſſen/ ſonderlich durch Rechnung aus den Tabulis Sinuum.

Probl. III. Ein unbegängliche diſtantiam oder Höhe/theils ohne einige / theils ohne ſolche Rechnung / die durch die Tabulas Sinuum geſchiehet / doch durch vorige Inſtrumenta zu meſſen. 350

Pro-

Problema IV. Eine unbegängliche/ doch ſonſt mit künſtlichen Inſtrumentis meßliche diſtantiam oder Höhe/ durch bloſſe Stäbe zu meſſen. pag. 361
Probl. V. Wie man meſſen könne/ ob und wie viel ein Ort höher oder niedriger ſeye als ein anders/ welches man doch nicht auf einmal erſehen/ auch wol nicht nur ſchnurſtracks darauf zugehen kan. 380
Probl. VI. Ob und welcher Geſtalt die Meſſung einer diſtantz aus einem einigen Stand zu verrichten. 384
IX. Additio. Von gründlicher Bereitung der Land-Charten. 395
Problema I. Die Circulos an dem Himmel/ welche zu Bereitung der Land-Charten zu wiſſen vonnöthen/ zu erkennen. 395
Problema II. Die Circulos des Himmels/ ſo hiezu vonnöthen/ auf die Erde zu appliciren. 399
Probl. III. Von Läng und Breite der Erdkugel/ wie ſolche zu verſtehen und zu finden. 401
Probl. IV. Wie die diſtantz zweyer weitentlegener Oerter/ ſo durch das gemeine Land- und Feldmeſſen nicht zu haben/ dem Himmel nach auszurechnen. 403
Probl. V. Die diſtantz zweyer Oerter/ deren Longitudines und Latitudines bekandt/ mit dem Circul ohne Rechnung zu finden. 410
Probl. VI. Wie die Univerſal-Landtafeln und Wappen zu machen/ und alle Ort/ ſo begehrt werden/ darauf zu bringen. 412

CATALOGUS oder Verzeichniß der fürnehmſten Oerter auf Erden/ nach deren *Longitudinibus* und *Latitudinibus*, das iſt/ nach Läng und Breite der Erdkugel. pag. 418
Problema VII. Wie die particular Land-Tafeln/ auf abſonderliche Länder zu machen. 423
X. Additio. Etliche *Problemata Epipedometrica*, (oder wie mans nennet/ *Planimetrica* und *Stereometrica*, das iſt/ Fläch- und Cörpermeß/ ſo in dem gemeinen Leben/ vor andern fürkommen. 429
Tafel der flachen *Regular*-Figuren. 433
Täfelein zu Bereitung des *ſuperficial*-Maßſtäbleins. 443
Täfelein zu Bereitung des *Cubic*-Maßſtäbleins. 445
XI. Additio. Exempla etlicher Figuren / wie die auf dem Feld practicirt werden. 453
I. Exempel mit dem Tiſchlein. 453
II. Exempel einer gemeſſenen diſtantiæ BC von zweyen Ständen / in die Höhe/ auf der Höhe ſelbſten/ durch eine transportur, auch auf dieſelben ſcalam altimetram. 456
III. Exempel einer auf dem Felde durch die transportur gemeſſenen Figur. 458
Application deſſen / ſo von dem Abriß und Abſteckung der Figuren oben gelehret worden. 458

2. Von

2. Von Abmeſſung und Ausrechnung dieſer Figur. pag. 460
3. Von Verwandlung dieſer Figur in andere. 468
IV. Ein Exempel einer Figur / zu welcher man mit den Instrumentis nicht gehen / doch von ferne die Winckel ſehen können / durch die transportur obſerviret. 469
V. Exempel. 475

Anhang.

I. Von dem Urſprung und der Nothwendigkeit des Feldmeſſens / und folglich der Geometrie, auch wie dieſe heut zu Tag eingetheilet werde. pag. 479
II. Von den dreyen Theilen / die bey dem Feldmeſſen vorkommen / und von dem Meſſen mit einigen dazu beſtimmten Mäſen / das bey allen dieſen Theilen zum Fundament erfordert wird. 481
III. Von dem erſten Theil / wie nemlich eine jede vorgegebene Fläche in Grund zu legen / und daß hiebey die Operationes nicht auf einerley Manier / weil die Beſchaffenheit der Flächen unterſchiedlich iſt / angeſtellet werden können. 484
IV. Wie eine zugängliche Fläche / bey Eintheilung derſelben in lauter Triangula in Grund zu legen ſeye. 485

V. Wie eine Fläche / die nur zum Theil zugänglich und zu überſehen iſt/in einen Grundriß gebracht werden möge. pag. 486
VI. Wie die Figur einer Flächen / die zwar gantz überſehen / aber gar nicht betretten werden mag / behörig zu Papier zu bringen. 489
VII. Wie die Fläche / die weder überſehen noch unverhindert durchwandert werden kan / auf dem Papier recht vorgeſtellet werden müſſe. 490
VIII. Wie ein Gebiethe oder kleine Herrſchafft in einen Grundriß zu bringen ſeye. 490
IX. Daß ein groſſes Land mit Beyhülff der Aſtronomie auf einem Plano verzeichnet werden müſſe. 493
X. Von dem zweyten Theil des Feldmeſſens/ wie der Inhalt einer jeden Flächen / durch die Berechnung aller ihrer Triangul auszufinden ſeye. 494
XI. Von dem dritten Theil deſſelben / nemlich von der Theilung der Flächen / daß ſolche nach Beſchaffenheit der Umſtände auf allerhand Art in verſchiedene Theile getheilet werden können. 497
XII. Eine dreyſeitige Figur in drey gleiche Theile/ und zwar ſo zu theilen / daß die Theilungs-Linien mit einer Umfangs-Linie parallel lauffen. 497
XIII. Ein vierſeitige Figur in zwey gleiche Theile ſo zu theilen / daß die Theilungs-Linie mit einer

ner

ner Linie von dern Umfang in einem parallelen Stand ſich befinde. pag. 499

XIV. Eine fünffſeitige Figur in drey gleiche Theile dergeſtalten zu theilen / daß die Theilungs-Linien mit einer Linie von dern Umfang parallel lauffen. 500

XV. Von andern Methoden in genere, da die Theilungs-Linien nicht wie vorher / mit einer Linie parallel gehen / ſondern aus einem Punct / der entweder auf der Circumferentz einer Figur / er mag gleich in einem Winckel oder auf der Linie ſich befinden / oder in derſelben Area gegeben wird / beſchrieben werden ſollen. 502

XVI. Wie bey einer dreyſeitigen Figur die Theilung aus einem Winckel in drey gleiche Theile vorzunehmen ſeye. 503

XVII. Wie in einer vierſeitigen Flächen die Theilung aus einem Winckel in zwey gleiche Theile geſchehe. 503

XVIII. Wie eine fünffſeitige Fläche aus einem Winckel in drey gleiche Theile getheilet werden möge. 504

XIX. Wie aus einem Punct auf der Seiten eines Dreyeckes die Theilung in gleiche Theile richtig vorgeſtellet werden könne. 505

XX. Wie die Theilung in einer vierſeitigen Figur aus dem Punct einer Seiten in zwey gleiche Theile geſchehen möge. 507

XXI. Wie aus einem Punct / der auf der Seiten einer fünffſeitigen Flächen gegeben wird /

da zum Fundament aus ſelbigen eine Linie/ entweder auf eine Linie oder auf einen Winckel gezogen werden ſoll / die Theilung in drey gleiche Theile darzuſtellen ſeye. pag. 508

XXII. Die Theilung einer dreyſeitigen Flächen/ wann der Punct innerhalb derſelben gegeben worden / aus beſagten Punct in drey gleiche Theile zu verrichten. 510

XXIII. Ein Viereck aus einem in der Area gegebenen Punct in drey gleiche Theile zu theilen. 512

XXIV. Eine fünffſeitige Figur aus einem Punct in ihrer Fläche in drey gleiche Theile abzutheilen. 513

Verzeichniß der Kupfer-Figuren/ wo die einzulegen.

Litera 𝔄 zum Blat 37
Litera A Pag. 170
B 176
C 184
D 188
E 194
F 198
G 201
H 205
I 207

Litera

Litera	K	ad pag. 213
	L	216
	M	216
	N	216
	O	230
	P	235
	QR	242
	S	256
	T	258
	V	260
	W	282
	X	285
	Y	293
	Z	298
	AA	300
	BB	304
	CC	308
	DD	311
	EE	313
	FF	318
	GG	320
	HH	320
	II	322
	KK	327
	LL	328
	MM	343
	NN	346
	OO	351
	PP	363
	QQ	368
	RR	371

Litera

Litera	SS	ad pag. 377
	TT	386
	VV	394
	WW	395
	XX	412
	YY ZZ	406
	AAA	429
	BBB	435
	CCC	440
	DDD	453
	EEE	458
	FFF	469
	GGG	514
	HHH	514
	III	514
	KKK	514

Weilen etlicher Figuren zu mehrmaln gedacht wird / iſt hiezu bequem / ſo die Figuren alle gegen dem End des Buchs gewendet werden / ſo darff man im leſen das Buch nicht umkehren.

Der Erſte Theil.

Vom Verſtand deß Mäß/ und von der Rechnung/ und anderm/ ſo zum Feldmeſſen nöthig.

I.

Es iſt allbereit in der Vorred an den Leſer angedeutet/ wie daß jede Ruhte / ſie ſey kurtz oder lang/ nicht in Schuh/ ſondern in 10 Theil abgetheilet werden ſoll/ welche Scrupula prima, oder erſte Scrupul zu nennen/ deren eines wiederum in 10 getheilet/ gibt Scrupula ſecunda, oder zweyte Scrupul / dieſer nächſten Gattung abermal eines in 10 Theil / kommen dritte Scrupul / und alſo forthin / wenn man gar ſcharff rechnen will. Wäre aber meines Erachtens an den andern Scrupulis im Feldmeſſen genug. Inmaſſen denn ein erſter Scrupul ein Zehendtheil / ein zweyter Scrupul ein hundert Theil / und ein dritter Scrupul / ein tauſend Theil einer Ruhten machen thut.

II.

Und werden die gantzen Ruhten mit einem Ringlein / die erſten Scrupul aber mit einer kleinen Zahl/ eins/ die andern mit zweyen/ ꝛc. und alſo forthin/ oben aufgezeichnet.

Als zum Exempel / $19^{0}.7^{1}.5^{2}.8^{3}$. wird alſo ausgeſprochen / 19 Ruhten / 7 erſte / 5 zweyte/ und 8 dritte

Scrupel. Wird alſo damit im erſten Verſtand ein Linea/ die ohne einige Breite iſt / angedeutet / daß wo ein Ruth in 1000. Theil getheilt würde / ſie ſolcher Theil 19758 lang wäre.

III.

Im andern Verſtand aber/ wenn ſolche Zahl nicht allein nach der Läng/ſondern auch nach der Breite/ als ein Superficies, oder Stuck flaches Felds betrachtet würde / wäre es 19 Stück / deren jedes einer Ruthen lang/und einer Ruthen breit/ingemein ein Creutz-Ruthen genannt. Ferners ſieben Stück / deren jedes ein Ruthen lang / aber nur ein Zehendtheil einer Ruthen breit. Und weiters 5. Stück / deren jedes ein Ruthen lang/aber nur ein hunderten Theil einer Ruthen breit. Und letzlich 8. Stück / deren jedes ein Ruthen lang / aber nur ein tauſend Theil einer Ruthen breit. Wäre nun dieſer letzten Stücklein eines / wenn die Ruthe 12. Schuh lang / und alſo jede Ruthe 144. Creutz-Schuh machet / noch bey weitem nicht der ſechſte Theil eines ſolchen Creutzſchuhes / welches ja im Feld genau gnug gemeſſen wäre / wenn man auch ſchon die 4. 5. 6. 7. und achte Scrupul / ſo manchesmal aus dem multipliciren kommen / (wie folgends zu ſehen ſeyn wird) fallen lieſſe.

Iſt aber gleichwol nicht ohne / daß auch die Auslaſſung eines der obgedachten dritten Scrupul in einem gar langen Feld etwas fürträgt.

Denn/wenn ein Stuck Feldes 1000 Ruthen lang/ und man nur 1^3. das iſt/ein dritten Scrupel an ſeiner Breite auslaſſen / und nicht in die Multiplication bringen solte/ daß alſo daß Feld im 1. Ruthen zu klein kommen würde.

IV. Ich

IV.

Ich habe auch in allen Exempeln/ſo in dieſem gantzen Büchlein ſollen tractirt werden/der Ruhten Zahl/ ſie ſey auch ſo groß ſie wolle/ behalten/ und nicht zu Morgen-oder Acker-Zahl bringen wollen/damit ja diß Büchlein ohne Verwirrung deſto füglicher an allen Orten zu gebrauchen ſeyn möge.

V.

Deßgleichen iſt männiglich bewuſt/daß faſt ein jede Lands-Art/ ein beſondere Ruhten-Zahl an Morgen im gewöhnlichen Brauch hat: Ja zu geſchweigen/daß auch wol in einem Dorff die Waldmorgen mehr Ruhten/ denn das ander Feld/ als Acker/ Wieſen und Weinberg/ zu haben pflegen.

Ann. Bey bißher geſetzten Præpoſitionibus etliche Erinnerungen zu thun/welche ich mit Fleiß zuſammen geſpart/damit ich nicht ſo offt abbrechen muß. I. Bey der erſten Propoſition / da der Author lehret/die Ruhte (welche insgemein an etlichen Orten 12/an etlichen 16 Schuh hält/)ſolle man jedesmal in 10 Theil theilen/da denn die Ruten gantze Zahlen / die Schuh aber minuta prima, die Zoll (alſo nenne ich dißmal die zehende Theil des Ingenieur-Schuhs/ wol wiſſend/daß bey den gemeinen Wercksleuten der Schuh in 12 Zöll getheilet wird/minuta ſecunda, die zehende Theil deß Zolls minuta tertia werden. Bey dieſem/ſprech ich/muß ich erinnern/daß mich füglicher bedünckt(hat es mir auch ein Ingenieur,deme ich

per diſcurſum davon erzehlet/Beyfall gegeben/) daß man nicht die Ruhten / ſondern die Schuch das Gantze ſeyn laſſe. Denn erſtlich hat es ein wunderlich Anſehen / daß ein ſo groſſes / nemlich eines Schuchs ſpatium ein minutum ſeyn ſolle/ ſonderlich wenn man es gegen den Circul hält/ da das minutum ſo ein klein Ding iſt/daß es ſchwerlich an einer Scheiben / die im Felde gebraucht wird / zu haben.

II. Ob man wol endlich an dem Facit, da man ſagen ſoll/ was ein Feld hält/ die Schuch / ja wol die Ruhten / wenn ſie nicht aufs wenigſte auf ein Viertheil oder halbes Viertheil eines Morgens lauffen/nicht achtet / ſo wäre es doch grob gemeſſen und gerechnet/ wenn man in curſu calculi, in dem Lauff des Rechnens oder Meſſens ſolche vorbey ſtreichen laſſen wolte. III. Iſt es leichter zu practiciren / wenn man ein Morgen-Zahl auf die andere reduciren ſolle / wie der Author bey num. VI. und den folgenden Propoſitionibus meldet/ auch dabey /wie ſolches auf dieſe Manier zu ziehen/gezeiget werden wird. Nach ſolcher Manier ſchrieb ich die Zahl in dem Exemplo der andern Propoſition($19^{\circ}.7^{1}.5^{2}.8^{2}.$)alſo $197^{\circ}\,5^{1}.8^{2}.$ und ſpreche es alſo aus: 197. gantze / 4. minuta prima, 8. ſecunda , oder nach der gemeinen Art zu reden / 197. Schuch / 5. Zoll / oder zehende Theil des Schuchs/ 8. zehende Theil deß Zolls.

Doch

Doch will ich dem Authori in ſeinen Rechnungen ſeine Manier laſſen / damit niemand irꝛgemacht werde.

Was ich aber gemeldet / das werd ich in den Additionibus bey meinen exemplis practicirn / und gib es denen / ſo das Werck ſelbſten treiben (wenn ſie es anderſt nicht vorhin gewuſt) zu bedencken. Werden im Werck finden / daß es kürtzere und richtigere Operationes geben wird.

IV. Daß der Author num. III. zu verſtehen gibt / bald / man könne wol zu zeiten minuta tertia (deren jedes in ſeiner Abtheilung ein zehendes Theil eines Zolls gibt) aus der Acht laſſen / und doch bald darauf ein Exempel ſetzet / da es nicht ſeyn kan. Zu dieſem gehöret ein Bericht / wenn es denn ſeyn oder nicht ſeyn könne? Antwort kurtz: Es kan nicht wol ſeyn / als in den letzten facit, oder ja nicht ehe / als bis man auf eine ſolche Zahl kom̃e / aus welcher nicht vielmehr deducirt werde. Aber mitten in curſu calculi, in dem Lauff des Rechnens / da man ſolche Zahlen hat / aus welchen mehr Zahlẽ zu ziehen / da kan ich nit rathſam finden / daß man tertia minuta negligire / ſonderlich wenn das Gantze nicht Schuch / ſondern Ruhten ſind. Denn es heiſſt: Error in initiò parvus in progreſſu fit maximus. Ein Irꝛthum / der im Anfang gering ſcheint / wird in dem Fortgang groß. Käme derowegen faſt auf deß Car-

dani Meinung / da er geſchrieben / er wolte ſich nicht reicher an Feld-Gütern wünſchen/ als wenn er deren ſo viel vermöchte/ als mancher geſchworner Feldmeſſer ſein Lebtag eingemeſſen hat.

VI.

Es kan aber leichtlich ein jeder / der ſich des Feldmeſſens unterwinden wird/ und billich des Dividirens erfahren ſeyn ſoll / durch die Ruhten-Zahl eines Morgens jedes Lands Art/ aus dem gefundenen Product die Morgen-Zahl finden. Als zu einem Exempel: Ich hab eines Feldes Inhalt gefunden 5463°. 6'. 7''. das iſt 5465 Ruten/ 6 erſte/ und 7 zweyte Scrupul / und hält der Morgen derſelben Lands-Art innen 180 Ruten/ wie viel es Morgen? Dividir die 5463°. durch 180°. komt 30. und bleibet übrig 63. Hält alſo dieſes Stuck 30 Morgen / 63. Ruten / 6 erſte und 7 zweyte Scrupul.

Da aber der Morgen 200 Ruten innhält / es iſt nur 27 Morgen/ 63°. 6'. 7''. iſt alſo aus jedem Product die Morgenzahl zu finden / wie du ſieheſt / eine ſchlechte Kunſt.

Annot. Wenn ich aber kein Product gewiſſer Ruhten habe/ ſondern höre allein/ dieſes oder jenes Feld halte ſo und ſo viel Morgē/ zum Exempel 30 und der Morgen ſolches Orts halte 180 Ruten/ wüſte aber gern/ wie viel es Morgen wären/ wenn einer 200 Schuh hielte. Das gebe ein Exempel in der regula Detri converſa, in der umgekehrten regula Detri. Davon ein mehrers im andern Haupttheil. Bey der Rechenkunſt/ ſtünden zwar die

die Zahlen in dieſer Ordnung: 180 gibt 30/ was gibt 200: Allein muß die Rechnung umgekehrter Weis geführet werden/ das iſt/ da man ſonſt die dritte Zahl mit der andern multipliciret/ und das Productum mit der erſten dividiret/ man hergegen hier die erſte mit der andern multipliciret/ und das Productum (5400) mit der dritten dividiret/ kommt 27.

VII.

Wenn du auch zu wiſſen begehreſt/ wieviel die angehängte Scrupul-Schuh machen/ kanſt du ſolches durch die Regel Detri leichtlich erfahren. Als zu einem Exempel: Wenn du an einem Orte biſt/ da die Ruth 12 Schuh lang/ ſprich 10^{1} das iſt/ zehen erſter Scrupul/ geben 12 Schuh/ was geben 6^{1}? Komt $7\frac{1}{5}$ Schuh. Und ſind ſolche Schuh nicht gevierdte oder Creutzſchuh/ ſondern ſolche Stück/ deren ein jedes ein Ruthen lang/ und eines Schuhs breit iſt.

Alſo kanſt du auch erfahren/ wieviel Theil von einem Schuh die reſtirende 7^{2} machen. Sprich 100^{2}. (zweyte Scrupul) geben 12 Schuh/ was geben 7^{22}. Kommt nach der Operation $\frac{8}{100}$ oder $\frac{2}{25}$ Theil eines Schuhs. Darzu addir die vorige $7\frac{1}{5}$ Schuh/ komt $8\frac{1}{25}$ Schuh.

Wäre alſo obgedacht Stuck Feld/ wenn es mit einer zwölffſchühigen Ruthen gemeſſen worden/ 5463. Ruthen/ 8 Schuh/ und $\frac{1}{25}$. eines Schuhs. Welcher Bruch ein ſolchen ſchmalen Riemen Felds begreifft/ der zwar einer Ruthen lang/ aber nicht gar ein halben Zoll breit iſt. Daraus denn leichtlich zu ſchlieſſen/ was für ſchmale Riemen die dritte/ vierdte/ fünffte und

ſechſte Scrupula geben würden / wenn man alſo genau ſuchen / und hierinnen ein unnothwendige præciſion haben wolte. Jnmaſſen denn ein ſechſter Scrupel ein ſolches Stücklein gibt / welches zwar einer Ruhten lang/aber wenn die Ruhten auch ſchon in tauſend mal tauſend Theil (wie hie ſeyn muß) vertheilet werden ſolte/ es nicht wol eines Haars breit ſeyn würde.

Annot. Was hievon zu halten / und wie ferners zu verſtehen / iſt oben bereit gelehret worden.

VIII.

Wenn man Schuch zu Scrupeln machen will/ wird gleicher maſſen procedirt. Als zum Exempel: An einem Ort/ die Ruhte 12 Schuch lang / wird gefragt / wie viel 9 Schuch Scrupel machen? Setze es in die Regel Detri / ſprich 12 Schuch geben 10^{1}. was geben 9. komt nach Verrichtung $7^{1}.\ 5^{2}$ das iſt 9 Schuch deren Enden / machen 7 erſte und 5 zweyte Scrupul.

IV.

Wie man unterſchiedliche / Zahlen ſo neben den Ruhten auch Scrupul/ oder Zehener anhangend haben / addiren ſoll?

Setze die Ruhten und Scrupul/welche gleiche Zeichen haben/ ordentlich untereinander / und handel damit / wie in gemeinem addiren zu geſchehen pflegt. Was über 9 iſt/behalte im Sinn/und wirffe es zu dem vorgehenden Zeichen / und alſo forthin. Als zum Exempel:

$$465^{0}.\ 7^{1}.\ 8^{2}.\ 5^{3}.$$
$$946^{0}.\ 4^{1}.\ 3^{2}.\ 7^{3}.$$
$$1412^{0}.\ 2^{1}.\ 2^{2}.\ 2^{3}.$$ Summa

Wenn

Wenn nach den gantzen Ruhten nicht gleich erſte oder andere Scrupul geſunden werden / muß die Stell nichts deſto weniger / Irrthum zu vermeiden / mit einer o ergäntzet ſeyn. Als wenn man $854^{0}.\,3^{2}.\,5^{4}.\,6^{5}.$ zu $69^{0}.\,4^{1}.\,5^{3}.\,8^{5}.$ addiren wolte / müſt es ſolcher Geſtalt geſetzt werden:

$$\begin{array}{r} 854^{0}.\,0^{1}.\,3^{2}.\,0^{3}.\,5^{4}.\,6^{5}. \\ 69^{0}.\,4^{1}.\,0^{2}.\,5^{3}.\,0^{4}.\,8^{5}. \\ \hline 923^{0}.\,4^{1}.\,3^{2}.\,5^{3}.\,6^{4}.\,4^{5}. \end{array}$$

Summa.

Annot. Dieſe Manier zu ſchreiben hat man gebrauchet / wie dieſe Decimal-Rechnung auf kommen / daß man zwiſchen jeder ſpecie der Minuten Puncten gemacht. Wozu ohne Zweifel Anlaß geben / die Logiſtica ſexageſimalis, welche man in der Sternkunſt gebrauchet / da faſt dergleichen Art zu ſchreiben gehalten werden muß. Allein hat es daſelbſt etwas andere Beſchaffenheit / weil die Species nicht allezeit einfache Figuren und Zahlen / ſondern meiſtentheils gedoppelt. Als zum Exempel / deß Mercurii täglicher Lauff iſt 3. grad. 6. minuta prima, 24 ſecunda, 12 tertia, 1. quartum, 8 quinta, 6 ſexta, ſchreibe ichs alſo:

$$\overset{0}{3}.\;\overset{1}{6}.\;\overset{2}{24}.\;\overset{3}{12}.\;\overset{4}{1}.\;\overset{5}{8}.\;\overset{6}{6}.$$

oder mache ſo viel Strichlein darüber I. II. III. IIII. V. VI.

Gleichwie ich aber nicht gern übrige Arbeit thue / wenn ich mit geringerer Mühe kan davon kommen / und daher dafür halte / es ſey einem andern auch alſo: Als habe ich hie melden wollen /

daß mich dieſes Schreiben ſolcher Zahlen/ da man zwiſchen einer jeden ſpecie und der folgenden einē Punct machet/ und ihren characterem 3/4/5 &c. darüber ſetze/ zu mühſam beduncket/ und ſeye daher gnug/ wenn man den characterem über den letztern ſetze/ wie Pitiſcus und andere auch gethan. Solchem nach ſchriebe ich die letzere Zal bloß alſo:

(5
923|43564.

Hie ſtehet zwar allein über der letzten Zahl ihr character, nemlich 5. und bedeutet/ daß es 4. fünfte Minuten ſeyn/ über den andern aber ſtehet keiner. Allein verſtehet ſich für ſichſelbſt/ wenn die letzte einfache Zal (4) fünfte Minuten bedeutet/ daß die vorhergehende (6) vierdte / wiederum die vorhergehende (5) dritte/ wieder die vorhergehende (3) zweyte oder andere/ und denn die zuvor (4) erſte Minuta, die übrige Zahl aber 923 gantze bedeuten müſſen. Welche der Author mit einer Zifer bemercket/ ich vermeine/ wenn man es jetzt gemeldter maſſen ſchreiben wolle/ ſo ſolte man einen Strich zwiſchen die Gantzen und Minuten machen/ wie oben zwiſchen 3 und 4/ ſo ſihet man alſobald/ wo ſich die Zahl/ ſo gantzes bedeutet/ ende/ und hergegen die Minuten angehen.

Alſo ſprich ich / kan man ſich im Werck damit verhalten/ wenn aber alles ausgerechnet/ und man was heraus kommen/ ausſprechen ſolle/ oder man ſonſt ſolcher Manier des Authoris gewohnet iſt/

ſo

ſo kan man dieſelbe behalten. Gleichwie ich auch Verwirrung zu vermeiden / des Authoris Manier / ſonderlich in ſeinen eigenen Exemplis behalten will.

Nicht anderſt wird gehandelt/wenn drey oder mehr Reihen der Zahlen ſollen zuſammen addirt werden.

Die Summa wird eben mit dem Zeichen/ſo die obgeſetzte Zahlen gehabt/ bezeichnet/ wie an vorgehenden Exempeln zu ſehen.

X.

Wie man die Ruhten und Scrupul oder Zehener ſubtrahiren ſoll?

Setz die gröſten Zahl/davon zu ſubtrahiren / oben/ und die andern/ ſo abgezogen werden ſoll / unten/ daß die Zeichen ordentlich aufeinander treffen/und handel/ wie im gemeinen Subtrahiren zu geſchehen pflegt.

Exempel.

Von ——	$768^{0}.9^{1}.5^{2}.8^{3}.$
Subtrahir	$543^{0}.5^{1}.4^{2}.6^{3}.$
Reſt	$225^{0}.4^{1}.1^{2}.2^{3}.$

Ein ander Exempel.

Von ——	$1412^{0}.3^{1}.2^{2}.2^{3}.$
Subtrahir	$946^{0}.4^{1}.3^{2}.7^{3}.$
Reſt	$465^{0}.8^{1}.8^{2}.5^{3}.$

Hie iſt zu mercken/ wenn die unter Figur gröſſer als die ober / daß man von der nächſten eines / welches 10 bedeutet / entlehnen muß / gleichwie im gemeinen ſubtrahirn geſchicht.

Hat die geringer Zahl/ ſo zu ſubtrahirn/ auch Scrupul anhangen/ die gröſſer aber/ davon ſubtrahirt werden ſoll/ keine/ ſo muß man ihre Stell mit Nullen ergäntzen. Als von 46°. ſind abzuziehen $31^{\circ}.\ 6^{1}.\ 8^{2}.\ 5^{3}$. ſtehet alſo:

Von — —	$46^{\circ}.\ 0^{1}.\ 0^{2}.\ 0^{3}.$
Subtrahir	$31^{\circ}.\ 3^{1}.\ 8^{2}.\ 5.$
Reſt	$14^{\circ}.\ 3^{1}.\ 1^{2}.\ 5^{3}.$

Der Reſt wird ebenmäſſig mit dem Zeichen bezeichnet/ wie die obgeſetzte Zahl/ davon ſubtrahirt worden.

XI.

Wie man mit dieſen Zahlen multipliciren ſoll?

Hie iſt nicht nothwendig/ daß alle gleichbezeichnete Zahlen untereinander geſetzt werden/ wie im addirn und ſubtrahirn geſchehen muß/ ſondern ſetz den Multiplicandum oben/ und die letzte Zifer des Multiplicanten unter die letzte deß Multiplicandi, von der rechten gegen der lincken/ und procedir ferner/ wie im gemeinen Multipliciren zu geſchehen pflegt.

Zum Exempel:

Multiplicandus	$694^{\circ}.\ 5^{1}.\ 6^{2}.\ 2^{3}.$
Multiplicans	$3\ 4^{\circ}.$
	2 7 7 8 2 4 8
	2 0 8 3 6 8 6
Product	$23615^{\circ}.\ 1^{1}.\ 0^{2}.\ 8^{3}.$

Das

Das andere Exempel.

$$124^{0}.\ 5^{1}.\ 6^{2}.$$
$$2^{0}.6^{1}.5^{2}.4^{3}.$$

49824
62280
74736
24912

$$320^{0}.\ 5^{1}.\ 8^{2}.\ 2^{3}.\ 2^{4}.\ 4^{5}.$$

Die Zeichen deß Products zu finden / ſo addir deß Multiplicandi und Multiplicanten Zeichen zuſammen / damit bezeichne die letzte Zahl deß Products; fahren alsdenn mit Abſteigung der Zeichen bis zu den gantzen Ruhten fort. Als im erſtem Exempel iſt auf deß Multiplicandi letzter Zifer das Zeichen ^{3}. und auf deß Multiplicanten das Zeichen ^{0}. Addir ^{3}. und ^{0}. kommt ^{3}. welches über die letzee Zifer deß Products, als 8 zu ſetzen / und darnach in der Ordnung von der rechten zur lincken Hand fortgefahren.

Im andern Exempel iſt auf deß Multiplicandi letzter Zifer das Zeichen ^{2}. auf des Multiplicanten ^{3}. thut zuſammen ^{5}. da man verzeichne die letzte Zifer deß Products, und fahre ferners fort / wie in beyden Exempeln augenſcheinlich beſſer zu ſehen iſt.

XII.

Wie man ſich im Dividiren mit dieſen Zahlen verhalten ſoll?

Setz den Dividentum, das iſt / die Zahl ſo dividirt werden ſoll / oben / und den Diviſorem darunter / bezeichne die Zahlen ordentlich / und handel damit / wie im gemeinen dividiren zu geſchehen pflegt.

Zum

Zum Exempel:

Dividir $13615^{0}.1^{1}.0^{2}.8^{3}$.
Mit $694^{0}.5^{1}.6^{2}.2^{3}$.
Kommt im Quotienten 34^{0}.
Stehet in der gemeinen Operation alſo:

312
277324
23618108 (34^{0}.
6948622
69456

Annot. Bey dem Authore iſt dieſe Operatio falſch gedruckt/ welches ich zur Nachricht melde/ ſoll alſo ſeyn:

1
362
27882
699074
23615108 (34^{0}.
6945622
69456

Weilen aber diß gemein dividiren in groſſen Zahlen/ wegen des viel Durchſtreichens und übereinander ſetzens der Zahlen/ gantz verdrießlich/ und gar leichtlich darinnen geirret werden kan. Alſo laß ich mir den modum zu dividiren/ welchen Pitiſcus in ſeiner Trigonometria, und ſonſten gebrauchet/ beſſer gefallen/ ob er ſchon mehr Schreibens nimmt/ nach welchem die Exempel ſolcher Geſtalt practicirt wird:

	$23615^{0}.$	$1^{1}.$	$0^{2}.$	$8^{3}.$	(3.
	6945	6	$2^{3}.$		
	20836	8	6		
	2778	2	4	8	(4°.
	694	5	6	2	
	2778	2	4	8	
Reſt	0000	0	0	0	

Iſt alſo der Quotient 34^{0}. wie zuvor auch.

Annot. Die Weis zu operiren (damit ſie auch mit Worten erkläret werde) iſt alſo:

Setze den Diviſorem unter den Dividendum, wie ſonſt im dividiren gebräuchlich/ und beſinne dich bey der vörderſten Zahl des Diviſoris gegen der lincken Hand/ wie offt dieſelbe in dem Dividendo zu haben/ nemlich diß Orts 3 mal. Das ſchreibe auf die Seiten allerdings/ wie in dem gemeinen dividiren. Darnach multiplicir ich alle einfache Zalen des Diviſoris nacheinander in den Quotientem (3) uñ zwar alſo/ daß ich von der rechten Hand den Anfang mache und ſchreib die producta unter den Diviſorem, nemlich hier alſo: 2 mal 3 iſt 6. 3 mal 6 iſt 18. ſchreib 8. behalt 1. 3 mal 5 iſt 15. 1. ſo behalten dazu/ iſt 16. ſchreib 6. behalt wiederum 1. 3 mal 4 iſt 12. 1 dazu iſt 13. ſchreib 3. behalt abermal 1. 3 mal 9 iſt 27. 1 darzu iſt 28. ſchreib 8. behalt 2. 3 mal 6 iſt 18. und 2. darzu iſt 20. Iſt alſo die gantze Zahl/ ſo durch multiplication heraus kommen/ 2083586. unter dieſe ziehe ich einen Strich/ und ſubtrahir ſie von dem Dividendo

dendo 2361510 8. reſtiren 2778248. unter dieſe ſchreibe ichs aufs neu den Diviſorem 694562. und frage erſtlich/6 in 27 wie offt hab ich? Antw. 4mal/die 4 ſchreibe ich auch beyſeits/wie zuvor die 3 und multiplicir ſolche abermal in den Diviſorē, von der Rechten zur lincken/ komt nicht mehr oder weniger heraus/als der Dividendus nach vorigē Abzuge geweſen/nemlich 2778248. reſtiret alſo nichts/uñ iſt der quotient, wie bey dem Auth. 34.

Zu mercken: Wenn der Diviſor gröſſer denn der Dividendus, ſo muß man ihm eine oder mehr Nullen (nachdem man ſcharff rechnen will/ zuſetzen / und ſolchen ihr gebührende Zeichen geben.

Als $2^{0}. 4^{1}.$ ſoll dividirt werden $6^{0}. 4^{1}.$

In gemeinem divitiren gebe es einen ſolchen Bruch $\frac{24^{1}.}{64^{1}.}$ oder aber kleiner gemacht. $\frac{8}{3}$. Solchen aber zu meiden/ ſetz an gedachten Dividendum etliche Nullen/ als allhie 3. Bezeichne ſie mit ihren gebührenden Zeichen alſo/ $2^{0}. 4^{1}. 0^{2}. 0^{3}. 0^{4}.$ Dividir ſolche mit $6^{0}. 4^{1}.$ komt im Quotienten $3^{1}. 7^{2}. 5^{3}.$ nachfolgender Operat.

$2^{0}. 4^{1}. 0^{2}. 0^{3}. 0^{4}.$ $3^{1}.$
$6^{0}. 4^{1}.$
1 9 2

4 8 0 0 ($7^{2}.$
6 4
4 4 8

3 2 0 ($5^{3}.$
6 4
3 2 0

Reſt 0 0 0

Wenn

Wenn ich nur 2 Nullen hinzu geſetzt/ wären 32 übrig blieben/ und alſo ein gemeinen Bruch geben/ und 3^{1}. 7^{2}. $\frac{1}{2}$ heraus kommen/ welcher Bruch durch Zuſetzung der dritten Nullen vermitten bleibt/ denn ein halber zweyten Scrupul gibt 5 dritte Scrupul.

Alſo handel auch in andern Exempeln/ wenn etwas überbleibt. Es wird gleichwol der Reſt/ nicht in allen Exempeln/ man ſetze auch ſo viel Nullen hinzu als man wolle/ gantz aufgehaben/ ſondern bleibt allweg etwas übrig: welches aber in fünfften Scrupuln nicht eines Haarsbreit austragen würde: Dannenhero man ſolche gar kleine Reſt/ welche kein mercklichen Irrthum gebären/ gar wol und ohne Schaden fallen laſſen kan.

Die Zeichen deß Quotienten zu finden/ ſo ſubtrahir das letzte Zeichen deß Diviſoris von dem letzten Zeichen deß Dividendi, der Reſt gibt das Zeichen/ ſo über die letzte Zifer deß Quotienten geſetzt werden ſoll. Im erſten Exempel iſt das letzte Zeichen deß Diviſoris ^{2}. deß Dividendi letzte Zeichen ebenmäſſig ^{2}. ziehe ſolches voneinander ab/ reſt o. damit bezeichne die letzte Zifer deß Quotienten/ kommt 34^{0}. das iſt/ 34. gantze.

Im andern Exempel iſt das letzte Zeichen deß Diviſoris ^{1}. deß Dividendi ^{4}. voneinander abgezogen/ reſt für die letzten Zifer deß Quotienten ^{3}.

Den reſtirenden Zifern gib ihre gebührende Zeichen/ gleichwie im multipliciren angedeut worden.

XIII.

Wie man Radicem quadratam extrahirn ſoll?

Wenn es lauter gantze Zahlen/ ſo wird nicht anderſt

gehandelt/ denn wie in der gemeinen Arithmetic gehandelt wird: Hangen aber Scrupel daran/ ſo mit einem ungeraden Zeichen bezeichnet/ muß ein Nulla/ welche das nachfolgende gerade Zeichen ob ihr haben ſoll/dabey geſetzet werden.

Bleibt was übrig/ und man den Radicem gar ſcharff ſuchen will/ ſo muß man noch ein/ zwey oder mehr paar Nullen darzu ſetzen/und ſolche ordentlich bezeichnen/ daß alſo allweg die letzte Zifer oder Nulla ein gerades Zeichen ob ihr ſtehen habe/ aus Urſachen/ wie in Bezeichnung deß Quotienten angemeldet werden ſoll.

Iſt die Zahl/ daraus Radix quadrata zu ziehen/ ein Surdiſche Zahl/ ſo wird der Radix nimmermehr exactè gefunden/ wenn man auch ſchon hundert oder noch mehr paar Nullen darzu ſetzen ſolte. Wiewol ihme ein fürnehmer Doctor Medicus ein anders/ aber vergeblich eingebildet und träumen laſſen.

Das erſte Exempel einer Rational-Zahl.

Aus $18^{0}.\ 6^{1}.\ 6^{2}.\ 2^{3}.\ 4^{4}.$ den Radicem zu ſuchen/ ſo punctir alle Zifern/ ſo an ungeraden Stellen ſtehen/ von der rechten Hand gegen der Lincken anzufahen/ procedir wie in der gemeinen Arithmetic gelehret wird/ ſo ſtehet das Exempel wie hie zu ſehen.

11
227
$186624^{4}.\ (4^{0}.\ 3^{1}.\ 2^{2}.$
48364
8

Und iſt alſo dieſer Zahl geſuchte Radix $4^{0}.\ 3^{1}.\ 3^{2}.$

Man

Man kan auch den Radicem ſolcher Geſtalt/ſuchen/ daß man deß durchſtreichens und übereinander ſetzens/ wie im Dividiren gewieſen worden/ überhaben iſt.

Muß alſo die Operation folgender Maſſen geſchehen.

$18^{0}.6^{1}.6^{2}.2^{3}.4^{4}.(4^{0}.$

4

16

---

2 6 6 2 4 $(3^{1}.$

8 3

2 4 9

---

1 7 2 4 $(2^{2}.$

8 6 2

1 7 2 4

Reſt 0 0 0 0

Kommt alſo gleichfalls wie zuvor

$4^{0}.3^{1}.2^{2}.$

Das ander Exempel einer Surdiſchen Zahl.

Aus $38^{0}\ 5^{1}.$ den Radicem zu ſuchen / muſt du auf das wenigſt noch ein Nullam darzu ſetzen / weilen das letzte Zeichen ungerad. Als:

$38^{0}.5^{1}.0^{2}.$

Hieraus Radix quadrata iſt $6^{0}.2^{1}.$ und bleiben übrig 6/ ſtehet alſo

$38^{0}.5^{1}.0^{2}.(6^{0}.$

6

36

---

2 5 0 $(2^{1}.$

1 2 2

2 4 4

Reſt 6

Willt du aber hieraus den Radicem viel näher haben / ſo ſetz ferners noch zwey paar Nullen darzu/ als:

$38^{0}.5^{1}.0^{1}.0^{2}.0^{3}.0^{4}.0^{5}.0^{6}.$

Komt der Radix $6^{0}.2^{1}.0^{2}.4^{3}.$

Und bleibt übrig 10384.

Wie in folgender Operation zu ſehen:

$38^{0}.5^{1}.0^{2}.0^{3}.0^{4}.0^{5}.0^{6}.$ $(6^{0}.$

6

36

---

25 00000 $(2^{1}.$

122

244

60000 $(0^{2}.$

1240

60000 $(4^{3}.$

12404

49616

Reſt 10384

Die Zeichen des geſundenen Radicis zu finden / ſo halbir das letzte Zeichen der Zahl / daraus die Wurtzel gezogen worden (welches die Urſach / warum man einem ungeraden Zeichen / noch ein gerades über ein Nullen zuſetzen muß) mit ſolchem Halbtheil bezeichne die letzte Zifer deß Radicis.

Als im erſten Exempel/iſt das letzte Zeichen ^{4}. ſolches halbirt/gibt ^{2}. für das letzte Zeichen deß Radicis. Den reſtirenden Zifern gib ihr gebührende Zeichen/ gleichwie im dividiren geſchehen. Dergleichen handle mit den andern Exempeln.

Wer hierinnen nicht ſonderlich geübt/oder zu extrahirung

hirung des Radicis nicht ſo viel Zeit anwenden wolt/ mag ſich der Tetragoniſchen Tafeln Clavii, Magini, Reinholdi, oder Johann Enoch Meyers/ ſo er obgedachten Manuali Mathematico einverleibt/ gebrauchen.

Annot. Dieweil aber dieſe Authores nicht allezeit mit ſich zu tragen; ja etliche wol gar nicht zu bekommen/ als will ich denen jenigen/ welchen der Author mit dieſen ſubſidiis zu dienen vermeinet/ einen Weg weiſen/ wie ſie durch die Tabulas ſinuum tangentium & ſecantium, (deren man im Feldmeſſen faſt gar nicht entberen kan) zu der extractione radicum, durch multiplication und diviſion: aus den Tabulis Logarithmorum aber/ durch bloſſe addition und ſubtraction/ nicht allein extractionis radicum, ſondern auch der multiplication und diviſion enthoben werden könne. Allein weil ſolche Operationes ohne die Principia Geometrica nicht verſtanden werden können/ wird auch (wie gemeldt) etwas in den Andern Haupt-Theil eingebracht werden müſſen.

So viel ſey nun vom Rechnen geſagt/ ſo bey dieſen Feldmeſſen gebraucht werden ſoll: Welches einem jeden / der ſich auch nur ein wenig hierinnen üben will/ Zweiffels frey mit Luſt/ gantz leicht fallen wird.

Wollen nun andere Præparatoria für die Hand nehmen.

XIV.
Von Inſtrumenten/ ſo im Feldmeſſen gebraucht werden.

Mir iſt unverborgen / daß man etlichen Orten das Feld mit Schnüren oder Meſſen-Ketten zu meſſen pflegt / den Irrthum/ ſo mit den Ruhten nur hin und wieder ſchlagen bisweilen begangen wird / damit zu vermeiden / kan auch kein Feld damit deſto hurtiger durchloffen werden.

So aber die Schnur mit Knöpffen / und die Kette mit Ringen in gewiſſe Ruhten und Schuh abgetheilt/ ſind ſolche nicht in allen Orten / wegen Ungleichheit der Maß/ zu gebrauchen: Wollen alſo bey der Ruhten eines jeden Orts verbleiben/ und dieſelbe/ wie in dieſem Theil/ Num. 1. gemeldet/ in Scrupel abtheilen. Wenn ſolche juſt abgericht / und derſelben Gebrauch recht verſtanden/ wird man auch anderer Inſtrumenten / ſie ſeyen ſo künſt- und köſtlich ſie wollen / zwar wol entberen können.

Annot. Dieſes verſtehe ich von Abmeſſung deß Inhalts der Aecker / Wieſen / Wälder und dergleichen. Ob man aber allen Operationibus auf dem Felde und Lande damit genug thun möge / wenn man fernere Diſtantias auf Städt und Schlöſſer abmeſſen will / gib ich Verſtändigen aus deme / ſo in dem andern Theil gemeldet werden wird/ zu ermeſſen. Das Winckelmaß belangend/ kan man/ ehe man damit zu Wercke gehet/ zuvor das jenige/ das der Author num. XIX. erinnert / beſehen.

Aber

Aber damit man offtmals deſto förderlicher fertig werden möge / wollen wir auch eines gemeinen Winckelhacken / denn auch bisweilen eines Quadranten / aber nicht aus Nothwendigkeit / ſondern nur Luſts wegen / gebrauchen.

Inmaſſen denn mit den Quadranten durch die Tabulas Sinuum ſolche Sachen verricht werden können / die einen Bauren / oder ſonſt Unverſtändigen dieſer Kunſt gantz unmüglich ſcheinen thun.

Als Exempli gratia: Den Inhalt eines Felds zu finden / da man zu keinen Seiten / oder Anwand kommen / vielweniger dardurch gehen kan / wie im Andern Theil Numero 21. gelehret werden ſoll.

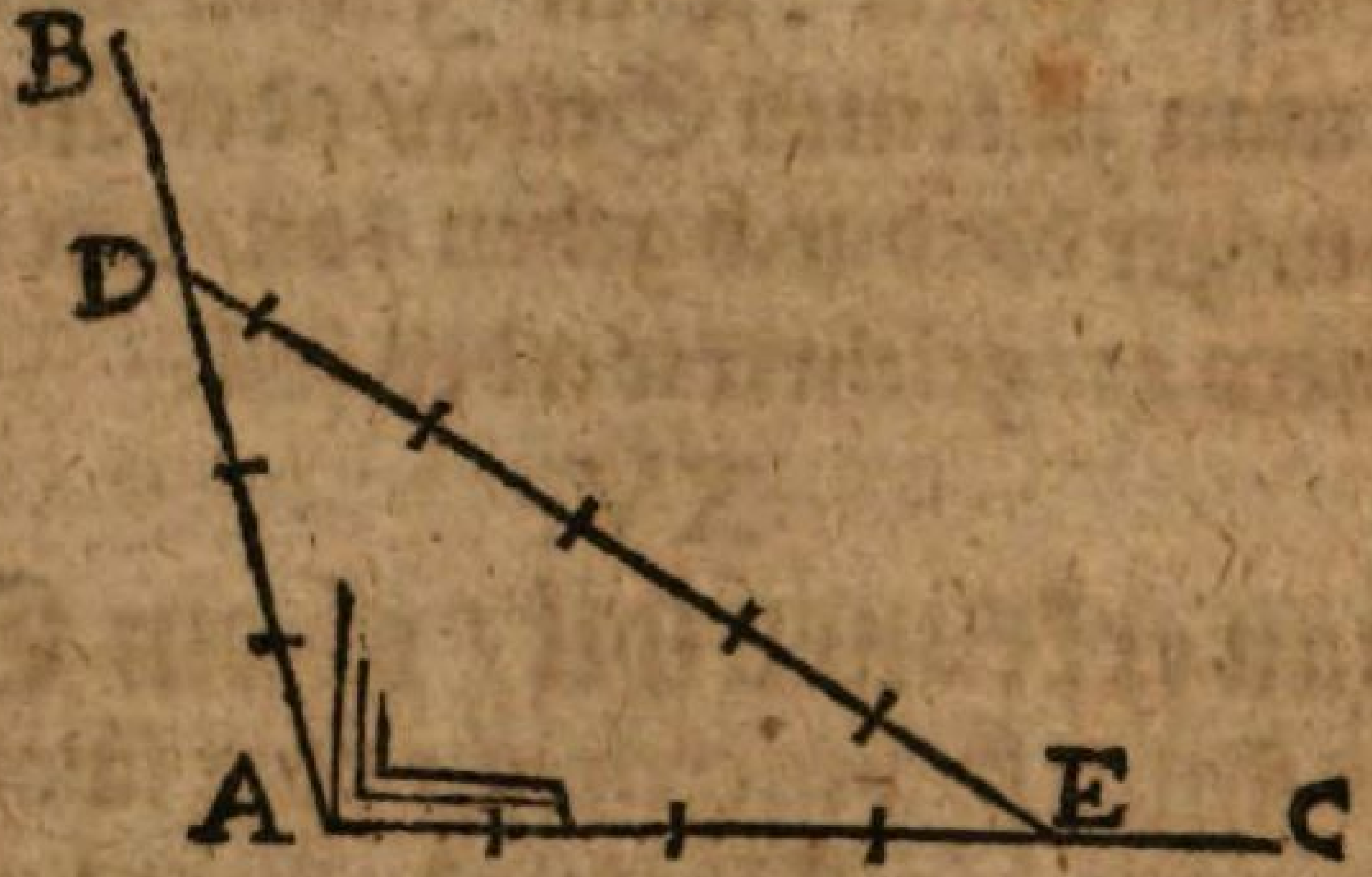
XV.

Wie man erkennen ſoll / ob ein Eck eines Felds ſtumpff / winckelrecht oder ſcharff ſey.

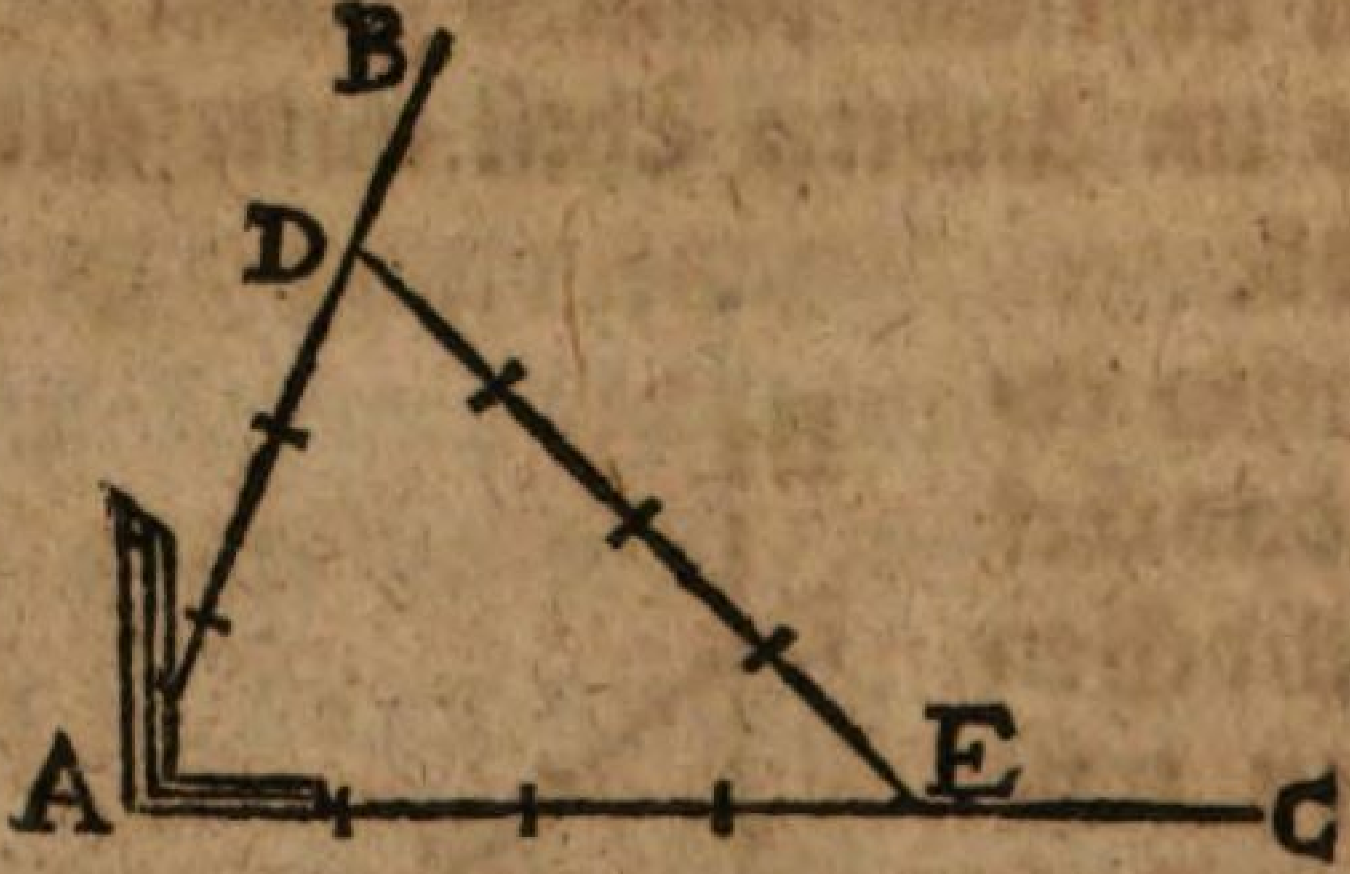
Aller Irrthum / ſo Köbel und alle andere ſeine Diſcipul im Feldmeſſen begangen / und noch begehen / fleuſt daraus / daß ſie nicht in Acht nehmen / wie die Winckel beſchaffen / ob ſie recti oder obliqui, obtuſi oder acuti, ſondern betrachten allein der Sieten Länge / und handeln darnach plumps hinein / wie ſolches nachfolgends im Andern Theil unterſchiedlich gewieſen werden ſoll.

Wilt du nun erfahren / wie das Eck oder Winckel / deſſen Quantität zu wiſſen begehreſt / beſchaffen: als in gegenwärtigem Exempel des Winckels B A C

Miß von A nach B drey Ruhten/ bezeichne das End mit D. Deßgleichen von A nach C 4 Ruhten/ bezeichne das End mit E. Miß denn von E nach D findeſt du 5 Ruthen/ ſo iſt BAC oder DAE ein rechter Winckel/ (per 47. Eucl.) und hält richtig 90. grad innen. Würde aber E D länger befunden/ denn 5°. als im folgenden Exempel 5°. 6'. ſo iſt der Winckel ſtumpff/ und hält über 90. gr. (per 12. 2 Eucl.) wie allhie zu ſehen



Befindet ſich aber weniger den 5 Ruhten/ ſo iſt der Winckel ſcharff/ und alſo unter 90 Graden (per 13. 2. Eucl.) wie nachfolgend zu ſehen.



Solches kan man viel geſchwinder mit einem Winckelmaß erfahren.

Richt deſſelben Eck in A, daß die eine Seiten richtig nach C falle/ ſihe ferners von A nach B. Fälle die ander

an der Seit deß Winckelmaß mit AB ein / ſo iſt BAC ein rechter Winckel.

Fällt AB herauswarts / ſo iſt der Winckel ſtumpff.

Fällt AB hineinwarts / ſo iſt der Winckel ſcharff / wie in obgeſetzten Figuren oder Exempel augenſcheinlich zu ſehen.

XVI.

Wie man die Gröſſe eines Winckels oder Ecks in Graden oder Minuten finden ſoll.

Solches durch einen wol ausgetheilten Quadranten zu ſuchen / iſt zwar der nächſte und beſte Weg.

Wie ſelbiger zuzurichten und zugebrauchen / haben in Teutſcher Sprach geſchrieben Levinus Hulſius und Georg Brentel / auch andere mehr.

Annot. Damit man nicht vermüſſiget werde / dieſen Authoribus (welche ohne das ſchwerlich mehr zu bekommen) weit nachzufragen / will ich in dem andern Haupt-Theil / da von dem Abriß aller Geometriſchen Figuren gemeldet wird / weiſen / wie und mit was Ordnung damit umzugehen.

Weil man aber ſolchen nicht ſtets bey der Hand haben kan / und damit umzugehen nicht jedermans Ding iſt / will ich / wie diß allein mit der Meß-Ruhten zu verrichten / Anweiſung thun.

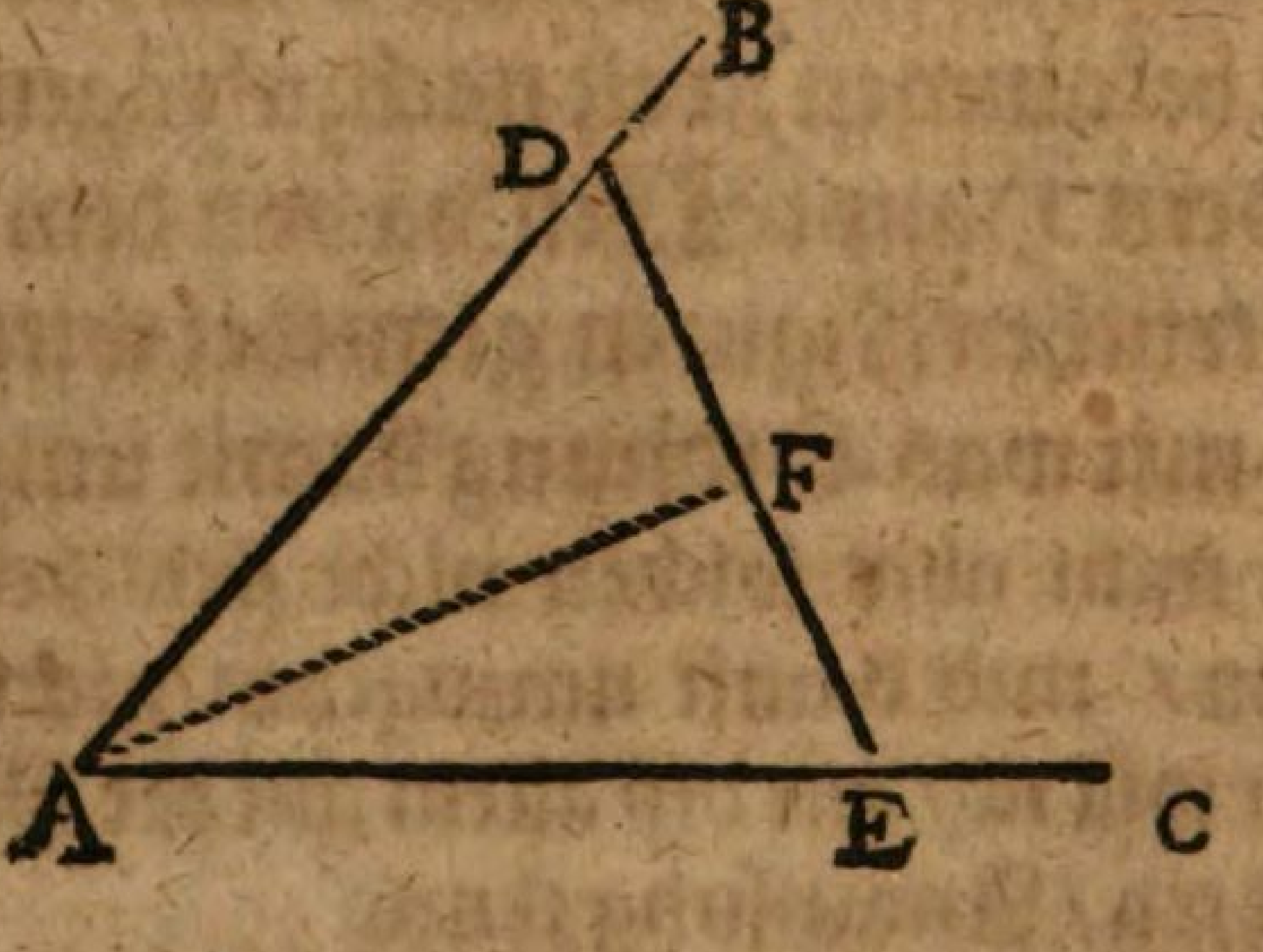
Haſt du nach vorgehender Lehr / Num. 15. erfahren / daß das geſuchte Eck ein rechten Winckel hab / ſo iſt die Sach verricht ; und alſo von 90 Graden.

Haſt du aber befunden / daß es enger oder weiter denn ein rechter Winckel / ſo miß von dem Eck A gegen B zehen Ruhten. Deßgleichen von A nach C ebenmäſſig zehen Ruhten. Biſt zwar an dieſe Zahl

nicht gebunden / magſt auch auf einer Seiten mehr oder weniger / denn an der andern / hinaus meſſen / gilt eben gleich. Allein es hat ein feinen Vortheil / wenn die zwo Seiten gleich genommen werden / ſo müſſen auch die zween gegenüberſtehende Winckel (per 5. 1. Eucl.) einander gleich ſeyn. Und wo alſo ein Winckel gefunden / hat man ſo bald die übrige zween / in dem hernach gemachten Triangel / gantz ohne Mühe.

Denn iſt der / ſo zum erſten gefunden worden / einer von den gleichen / ſo iſt der ander auch ſo groß / und der dritte das Complement zu 180 grad. als zu 2. rechten.

Iſt der 3 ſo ungleich / zum erſten bekandt / ſo iſt der Reſt zu 2 gantzen / die Summa der zweyen gleichen / davon jedem das halb Theil gebührt / und ſolches alles / per 32. 1. Eucl.



Wo ſich die 10 Ruhten von A nach B und C enden / ſetz D und E. Ferners miß von E nach D, wird allhie 8°. 2'. gefunden: haſt alſo ein gleichfüſſigen Triangel / deſſen Seiten alle drey bekandt ſehn. Hätten ſich nun von E zu D auch zehen Ruhten befunden / ſo wären die Winckel alle drey einander auch gleich geweſen per Coroll. 5. 1. Eucl.) und alſo ein jeder ein drittheil

von

von zweyen Rechten / das iſt / von 60. Graden. Weilen aber ſolches in gegenwärtigem caſu nit iſt/ müſſen die Winckel folgender Geſtalt geſucht werden: Theil die ungleiche Seiten E D in zweyen gleiche Theil/ im Puncten F ziehe von A eine blinde Linien in F, wird alſo der Triangel A D E (per 38. 1 Eucl.) in zween gleiche und winckelrechte Triangel vertheilt/ davon nur einen für die Hand zu nehmen / als A D F, deſſen Seiten A D und D F, deßgleichen der rechte Winckel bey F bekandt. Dadurch werden die andern Winckel (per 1. Ax. plan. Pitiſci) ſolcher Geſtalt gefunden.

Wie ſich verhält die Seit A D 10. zum gantzen Radio 100000. alſo hält ſich D F 4°. 1'. zum Sinui des Winckels D A F 41000. welches in Tabulis Sinuum gibt 24 gr. 12'. 18''. Solches duplirt/ gibt den gantzen Winckel D A E 48 gr. 24'. 36''. Dieſen abgezogen 180 gr. als von zweyen rechten / bleibet 131 gr. 35'. 24''. Solches halbirt/komt für den Winckel A D E 65 gr. 47'. 42''. für den Winckel A E D gleich ſo viel.

Oder aber (kürtzer davon kommen) ziehe den im Anfang gefundenen Winckel D A F 24 gr. 12'. 18''. von 90. gr. bleibt für den Winckel A D E 65 gr. 47'. 42''. wie zuvor A E D iſt dieſem gleich/und D A E noch ſo groß als D A F.

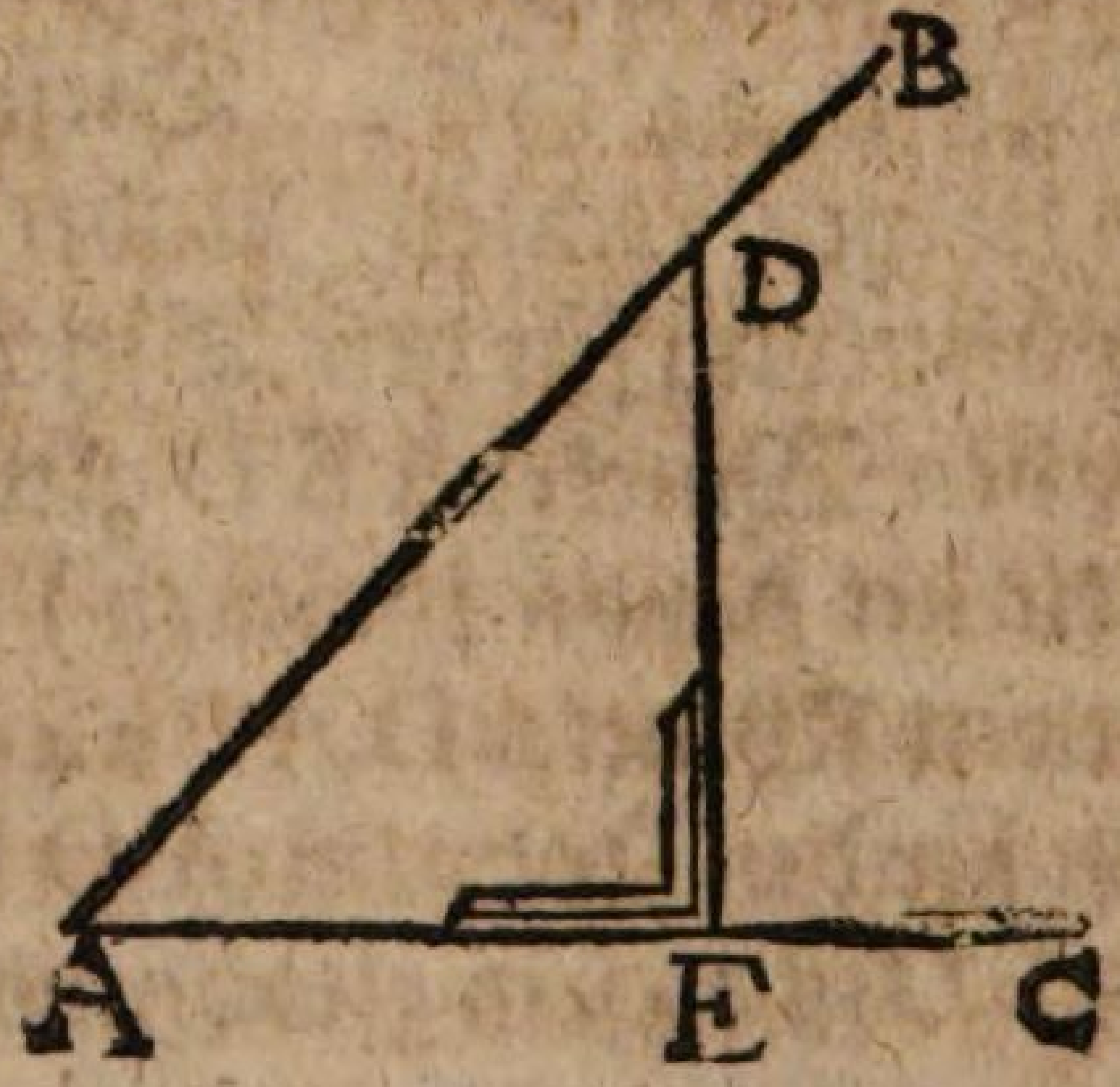
Sind alſo in dieſem Triangel alle drey Winckel ohne einig ander Mahematiſch Jnſtrument / allein mit der Meßruhten gefunden worden. Und ſolches auch gewiſſer/denn mit einem Quadranten hätte beſchehen mögen: inmaſſen die Grad darauf gantz ſchwerlich in erſte Minuten / ich geſchweig in Secunden / vertheilt werden können.

Wilt du aber unter den zweyen gleichen Winckeln einen

einen am erſten haben/ ſo ſetze es ſolcher Geſtalt in die Regul. Sprich: wie ſich verhält DF. 4°. 1'. gegen dem gantzen Sinu 100000. alſo verhält ſich DA 10°. gegen der Secanten des Winckels ADF als 243902. gibt in den Tabulis Secantium 65.gr.47'. 42". iſt alſo der Winckel AEF (per conſtructionem) ebenmäſſig 65 gr. 47'.42". Und der dritte Winckel / als DAE das Complement zu zweyen rechten 48 gr. 24'. 36". gleich wie zuvor.

XVII.

Eines Winckels Gröſſe in Graden und Minuten / mit einem gemeinen Winckelmaß zu finden.



Der Winckel ſey beſchloſſen / deſſen Größ man zu ſuchen begehrt / mit AB und AC.

Miß von A nach C deines Gefallens/ ſo viel Ruhten du wilt: (allhie ſoll in Acht genommen ſeyn) das End bezeichne mit E. Auf den Puncten E ſetz das Eck deß Winckelmäß / daß die eine Seiten deſſelben mit EA eintreffe. Ziehe von E nach der andern Seiten deß Winckelmäß ein Linien / ſo AB die andern Seiten/die den

den Winckel BAC beſchlieſſen hilfft / in D durch-ſchneide.

Miß von E nach D, wird in dieſem caſu 9°. 2'. befunden. Haſt alſo ein recht winckelichen Triangel / darinnen zwo Seiten / als AE und ED, deßgleichen der rechte Winckel bey E bekandt / daraus nun der Winckel DAE (per Ax. 1. Tring. Pitiſci) folgender Geſtalt gefunden wird.

Wie ſich verhält AE 8°. gegen dem Radio 100000. Alſo verhält ſich DE 9°. 2'. zur Tangenten deß Winckels DAE 115000. gibt in den Tabulis Tangentium 49 gr. 32'. 37''. welcher zu ſuchen geweſen.

Solcher von 90. gr. abgezogen / bleibt für den Winckel ADE 40 gr. 27'. 23''.

Annot. Noch kürtzer / daß du gar keines Rechnens bedarffſt / miß vom A gegen C bis auf E 10. Ruhten / oder wenn du nicht wol Raum zu ſo viel Ruhten haſt / nur 10 Schuh / ſetze das Winckelmaß auf E, wie die Figur zeiget / und miß dem Schenckel von E nach gegen D, erſtlich wieviel er Schuh halte / was überbleibt / miß mit dem ſubtilgetheilten Maßſtäblein / wie in dem andern Theil fol. deß Kupffers W. gezeiget werden ſoll / aus. Haſtu nun 10 Ruhten genommen / ſo iſt AE ſinus totus, ſo viel als 100000. haſt du aber nur 10 Schuch genommen / ſo iſt AE 10000 / deren ein Schuh auf gemeldetem Maß-Stäblein 1000 hat. Was dir nun ED ſolcher Theil mit den ganzen Schuhen und dem Uberſchuß gibt / das ſuche in der Area der Tabularum ſinuum, (doch daß du

ſoviel

ſo viel einfacher Zahlen hinweg werffeſt / ſo viel dein latus A E weniger hält / als der ſinus totus in den Tabulis Zifern hat) ſo findeſt du oben oder unten die Gradus, und zur Seiten die Minuten/ und bedarffſt keines Rechnens.

XVIII.

Wie man auf einer geraden Linien ein Perpendicular in ein Puncten/ ſo auſſerhalb der Linien iſt / ziehen ſoll?

Solches zu verrichten / wollen wir die nächſtvorgehende Figur wiederum für die Hand nehmen. Die Linea / aus welcher die Perpendicular zu ziehen/ſey AC: die äuſſer Punct/darauf ſie gezogen werden ſoll/ſey D. Setz das Winckelmaß mit der einen Seiten richtig auf AC,ruck ſolches ſo lang hin und wieder/bis die ander Seit richtig in D ziele/bezeichne alſo die untern Linien / da des Winckelmaß Eck ſich befindt/ mit E, und ziehe von E nach D eine Linien/ welche gegen A C (per 12. 1. Eucl.) Perpendicular Linea ſeyn wird.

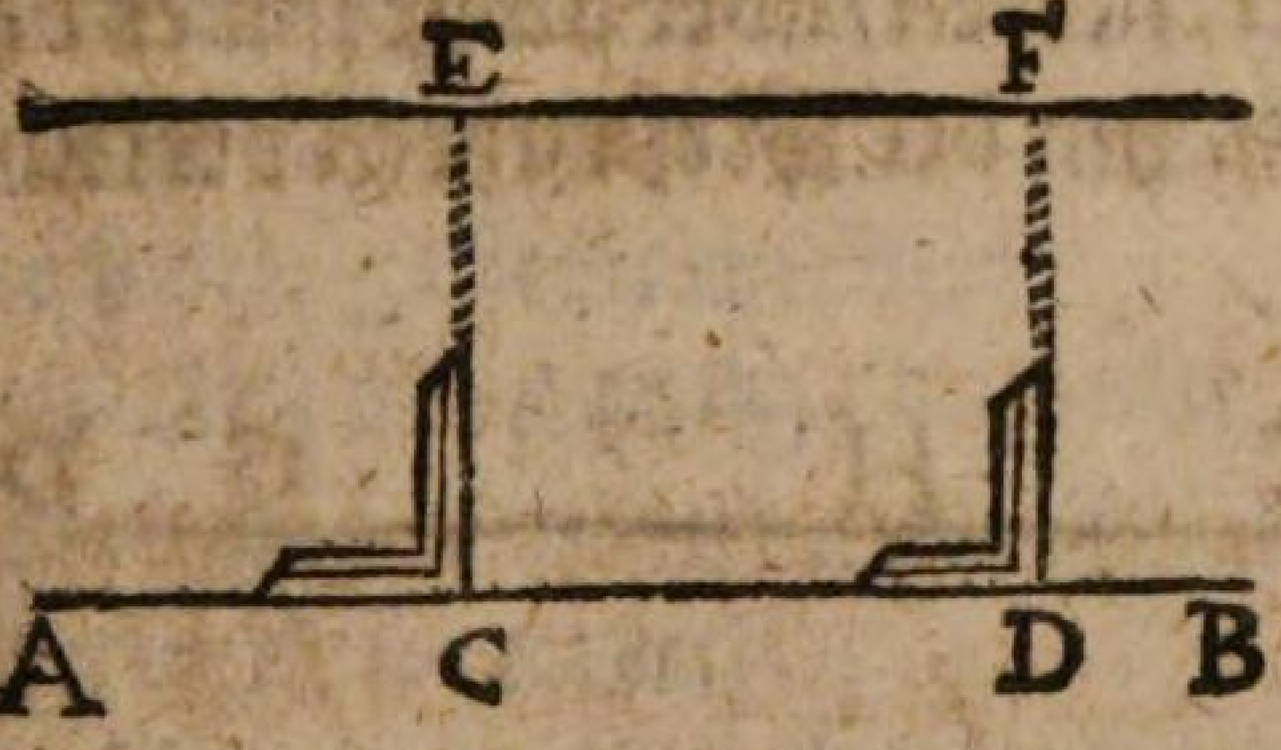
Wenn der gegebene Punct auf der Linien A C ſtünde / muß die Perpenticular gleicher Geſtalt mit Hülff des Winckelmaß gezogen werden / iſt alſo hiervon viel Wort zu machen / gantz ohne Noth.

XIX.

Wie man einer gegebenen Linien ein Parallel, das iſt / ein gleichlauffende Linien ziehen ſolle?

Die gegebene Linea ſey AB, darauf bezeichne zween Pun-

Puncten/ als C D aus C. Miß nach dem Winckelmaß ſo viel Ruhten/als weit die begehrte Linia von der gegebenen ſtehen ſoll / nemlich allhie 5°. bezeichne das End mit E.



Deßgleichen handele aus dem Puncten D nach F, ziehe durch E F eine Linien/ erlänger dieſelben auf beyden Seiten / wenn es vonnöhten/ ſo iſt ſolche (per 28. 1. Eucl.) gegen AB ein Parallel, oder gleichweitſtehende Linea.

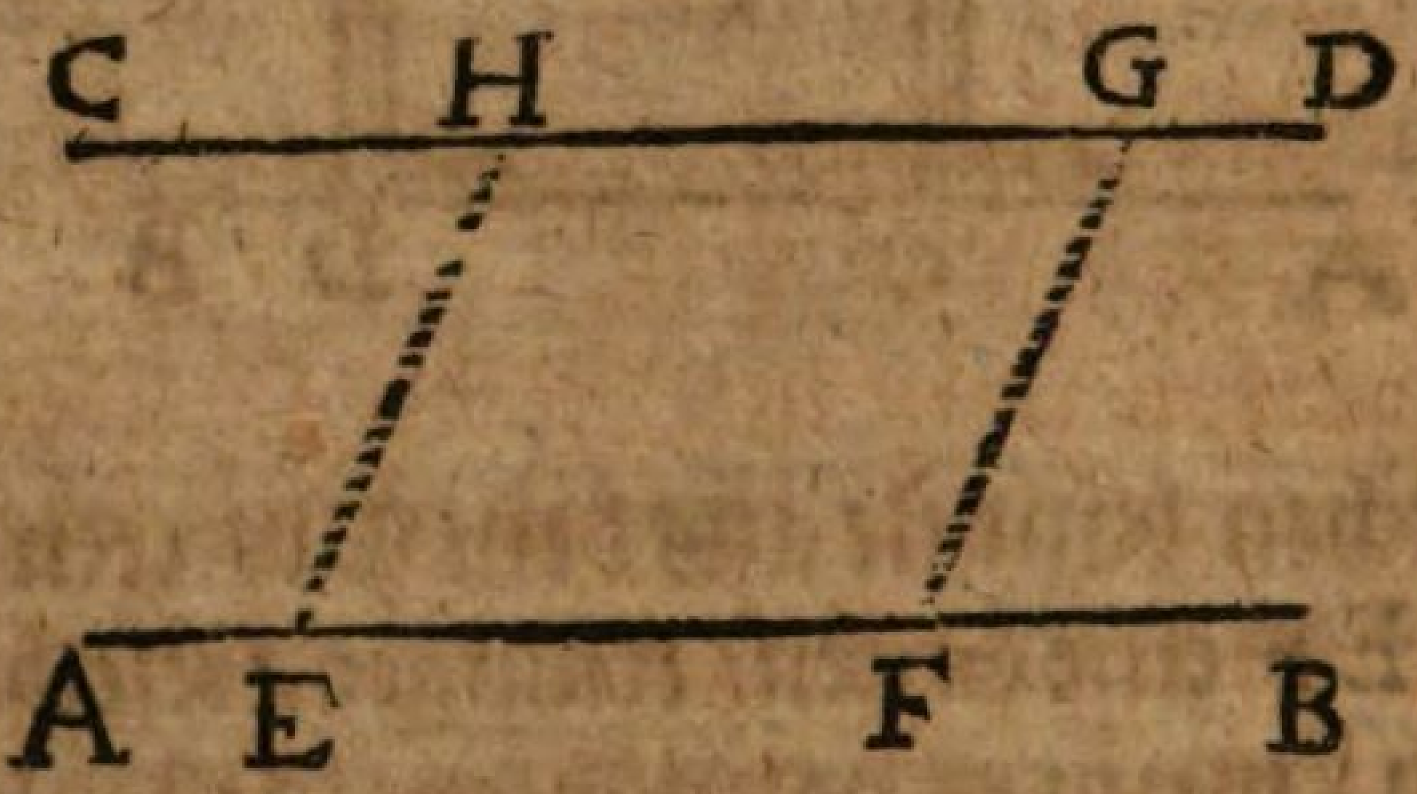
Merck: Wenn ich deß Winckelhacken / ſolchen im Feldmeſſen zu gebrauchen / gedencken thue / iſt mein Meinung nicht / daß er auf das rauhe Feld niedergelegt/ ſondern auf ein (4 Schuch hohen) Stab mit ſeinem Abſehen aufgemacht werden ſoll / darnach die angedeute Linien/ nur mit dem Aug / wie auf den Quadranten und andern Mathematiſchen Inſtrumenten geſchicht / zu ziehen ſeyn.

Etliche gebrauchen ſich zweyer gleichen Linial oder Richtſcheit / ſo in der Mitte creutzweis und winckelrecht zuſammen gemacht werden / und an den 4 Enden ihr Abſehen haben / welches ich mir nicht übel gefallen laſſe/weiln alle Seiten in æquilibrio liegen/und alſo beſſer / denn das Winckelmaß / auf dem Stab zu beveſtigen.

XX.

Wie man erkennen ſoll/ ob zwo Seiten eines Felds/ ſo gegeneinander über ſtehen/ Parallel ſeyn oder nicht.

Solches wäre zwar durch den nächſt vorgehenden Weg auch zu erfahren/aber allhie ſoll es ohn ein Winckelmaß/ allein mit der Meßruhten verricht werden.



Die zwo gegebene Seiten deß Felds ſeyen AB und CD. Mach den Anfang auf AB deines Gefallens in E, miß von dannen nach B etliche gewiſſe Ruhten/als 8/wo ſich die Zahl endet/ſey F, von F miß nach CD, ungeachtet ob es ein rechten und ſchregen Winckel gegeben werde/ bis in G. Und geſetzt/ man habe gefunden 6°. 5^{1}. ſolches merck.

Ferners miß von G nach C, eben ſo viel Ruhten/ als du unten von E nach F gemeſſen/ nemlich 8°. das End bezeichnet mit H. Letzlich miß von H nach E, findeſt du ſo viel als von F nach G geweſen/ nemlich 6°. 5^{1}. ſo ſind die zwo Linien CD und AB (per 31.1.Eucl.) miteinander Parallel.

Kommt aber weniger oder mehr/ſo ſind ſie es nicht/ ſondern werden gegen dem Ort/ da die kürtzer Seite gefunden worden (per Lemma 28. 1. Eucl.) zuſammen fallen.

XXI. Wie

XXI.

Wenn man ſich zum vorderſten/ wenn ein Feld zu meſſen/ fürgeben worden/ verhalten ſoll?

Es müſſen nicht allwegen / zu Erkündigung eines Felds Inhalts/ alle Seiten deſſelben / mit welchen es beſchloſſen / aus Nohtwendigkeit gemeſſen/ oder ſonſten durch Rechnen geſucht werden.

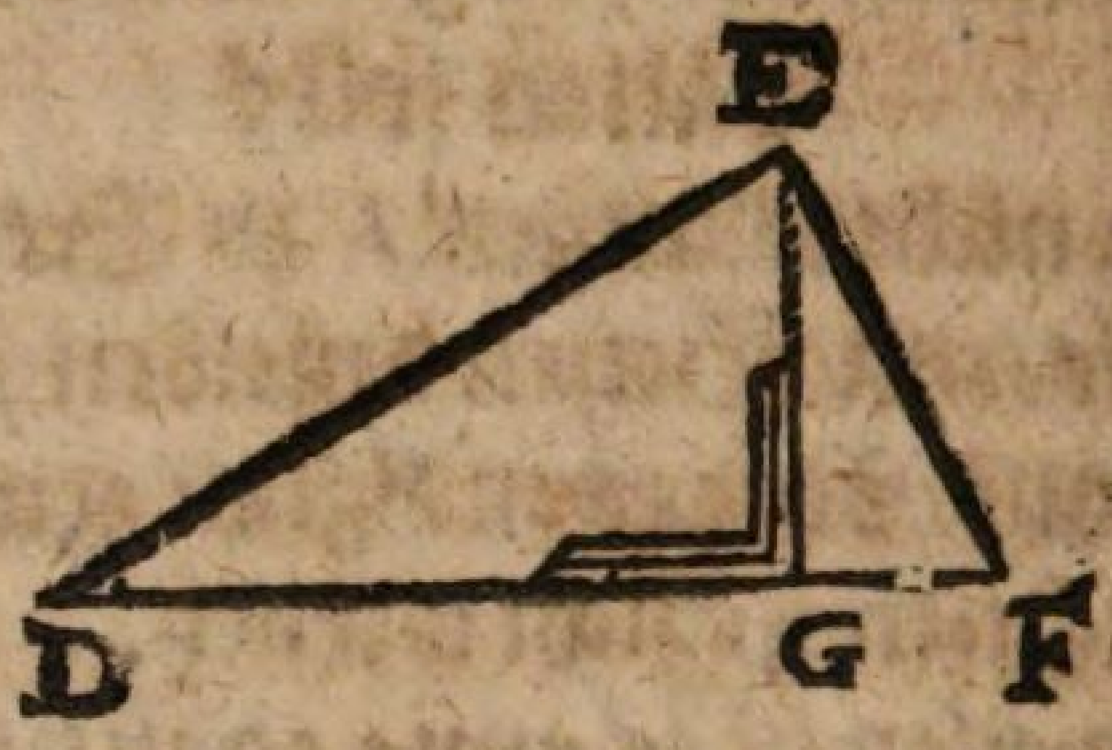
Denn bisweilen iſt es gnug / daß nur zwo Seiten / bisweilen nur eine / bisweilen auch wol gar keine / von den äuſſern bekandt ſeyn muß.

Deßwegen ſoll man deß Feldes Gelegenheit / ehe einige Meſſung geſchicht / zuvor wol abſehen / ſolches mit ſeinen Seiten und Ecken in ein Schreibtafel/ oder ſonſten nach dem Augenmaß/abzeichnen / und wie die Meſſung anzugreiffen/ ſolches in Triangel oder Vierungen zu vertheilen / Nachdenckens haben: damit die Seiten / deren man hierzu nicht bedürfftig/ zu Erſparung der Mühe und Zeit / ungemeſſen bleiben.

Als wenn ich gegenwärtigen Triangels ABC Gröſſe zu wiſſen begehrte / und durch die Lehr dieſes Theils/

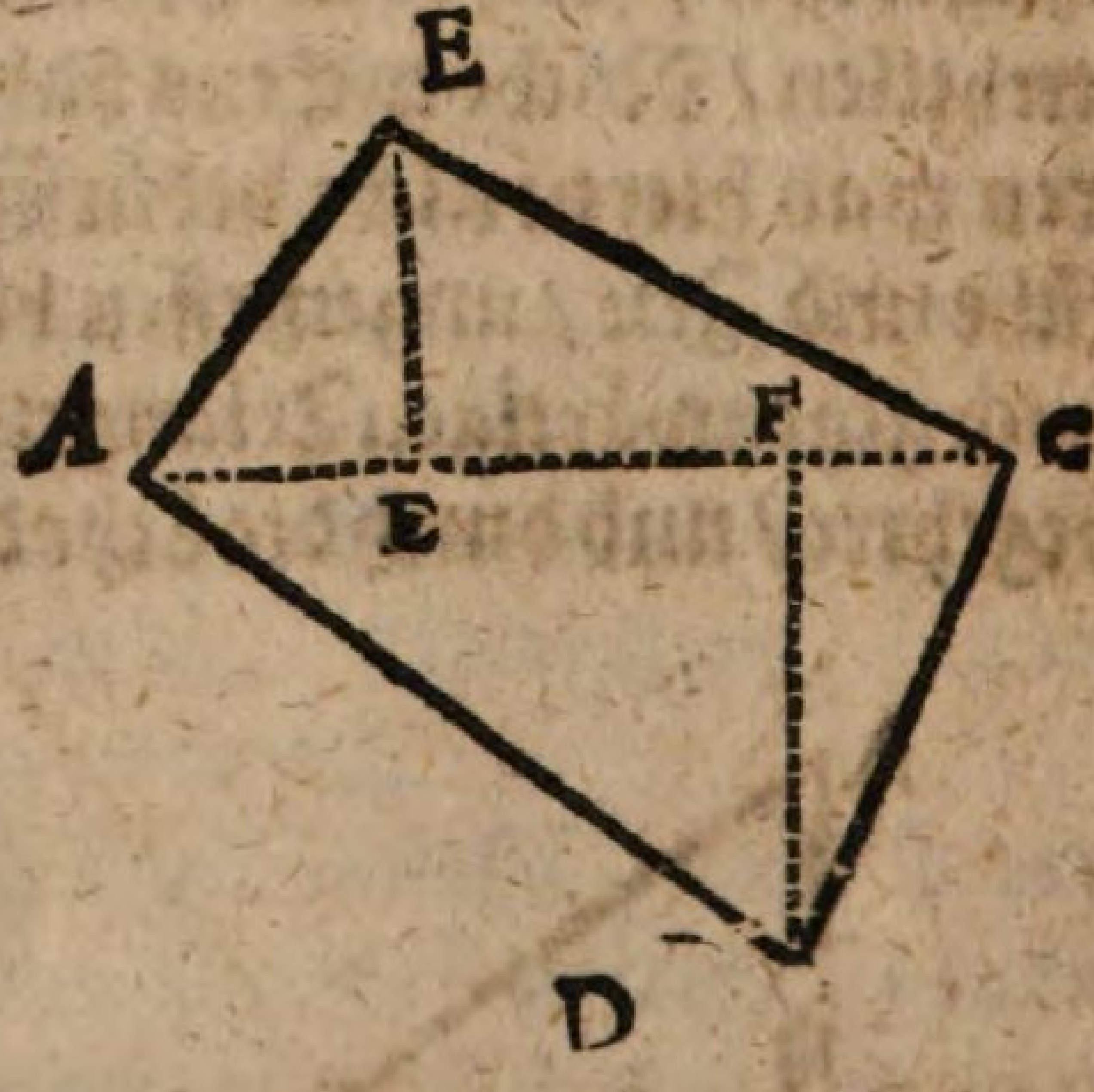
Num. 15 befunden / daß das Eck bey B einen rechten Winckel habe/ iſt es gnug / daß ich wiſſe/ wie lang AB und BC ſeyen / bedürffe hierzu der dritten Seiten AC gar nicht.

Deßgleichen in gegenwärtigem Triangel DEF, dadurch mir zu gehen ungewehrt / miſſe ich allein die Li-



nien DF, und ſuche nach Lehr dieſes Theils/Num. 18. die Perpendicular, ſo von E auf DF in Puncten G fällt/ bedürffe alſo der übrigen zweyer Seiten DE und EF gar nicht.

Item in dieſem ſchregen Viereck ABCD, darinnen ohne Nachtheil auch ich von einem Eck zum andern



kommen kan/miſſe alſo von A nach C, und von E nach B perpendiculariter/ oder winckelrecht/ deßgleichen von F nach D, beydes nach der Lehr dieſes Theils Nu. 18. daraus ich die Gröſſe ſolchen Feldes finden kan/ ob mir auch ſchon die vier äuſſere Seiten/ als AB und BC, deßgleichen CD und DA gantz unbekandt ſeyn/ wie denn diß alles im Andern Theil/ darinnen vom

ordent-

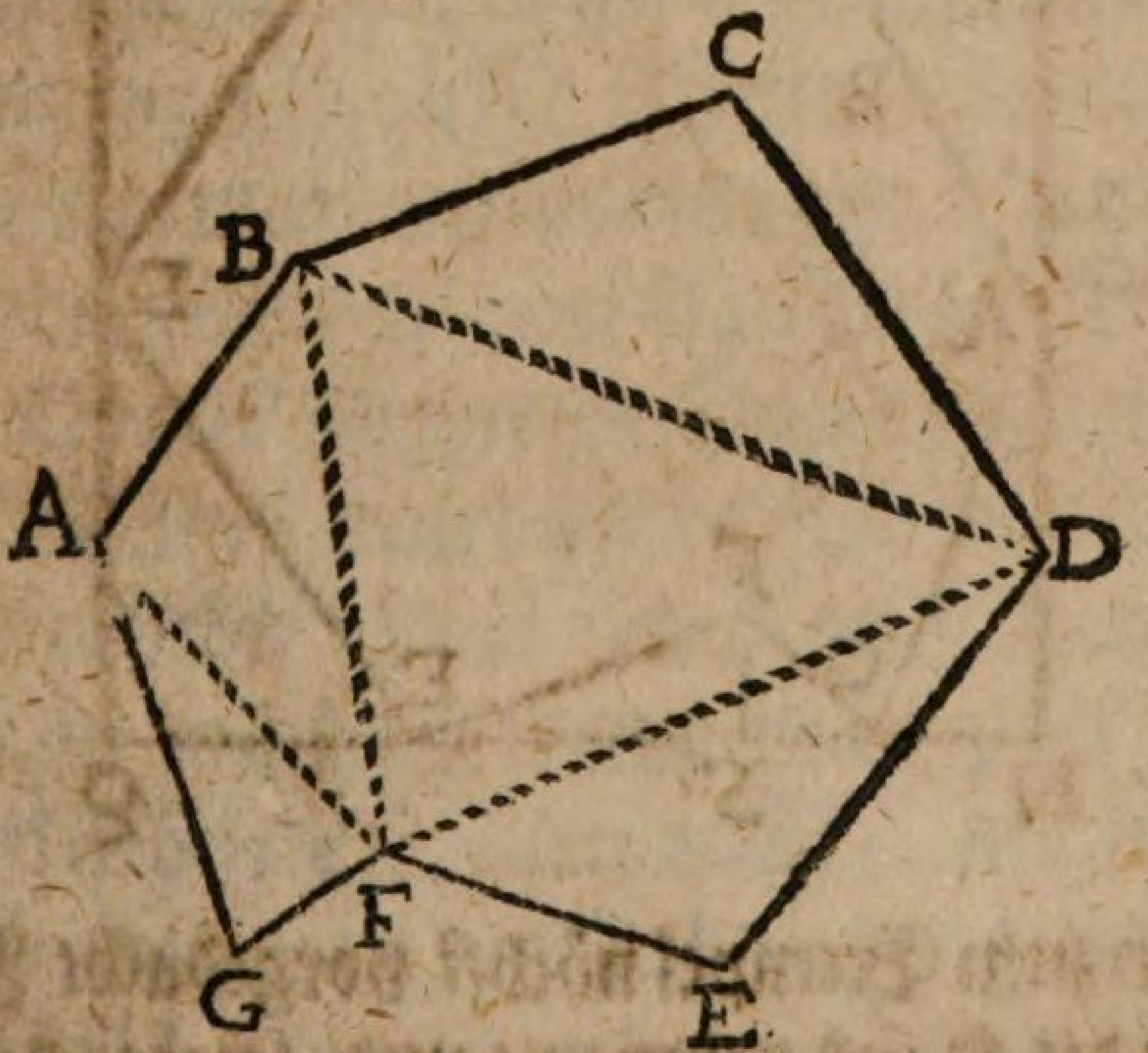
ordentlichen Meſſen gehandelt/ gnugſam und beſſer denn allhie zu vernehmen ſeyn wird.

XXII.

Wie die vielſeitigen Felder/ ſo mit rechten Linien beſchloſſen/ und nicht regulirt befunden/ dadurch man kommen kan/ in Triangel und Vierungen abzutheilen.

Es können zwar alle irregulirte Felder in eitel Triangel vertheilt/ und daraus richtig gemeſſen/ und deren Inhalt juſt gefunden werden.

Wenn aber bisweilen gantze winckelrechte Vierungen/ oder aber nur ſolcher Viereck/ deren eins zween rechter Winckel auf der Baſi mit zwo Parallel-Linien beſchloſſen/ ſonſten Trapezia genannt nach Ge-



legenheit/auch mit einbringen kan/ kommt man deſto eher zu recht/ als in dieſem Feld ABCDEFG.

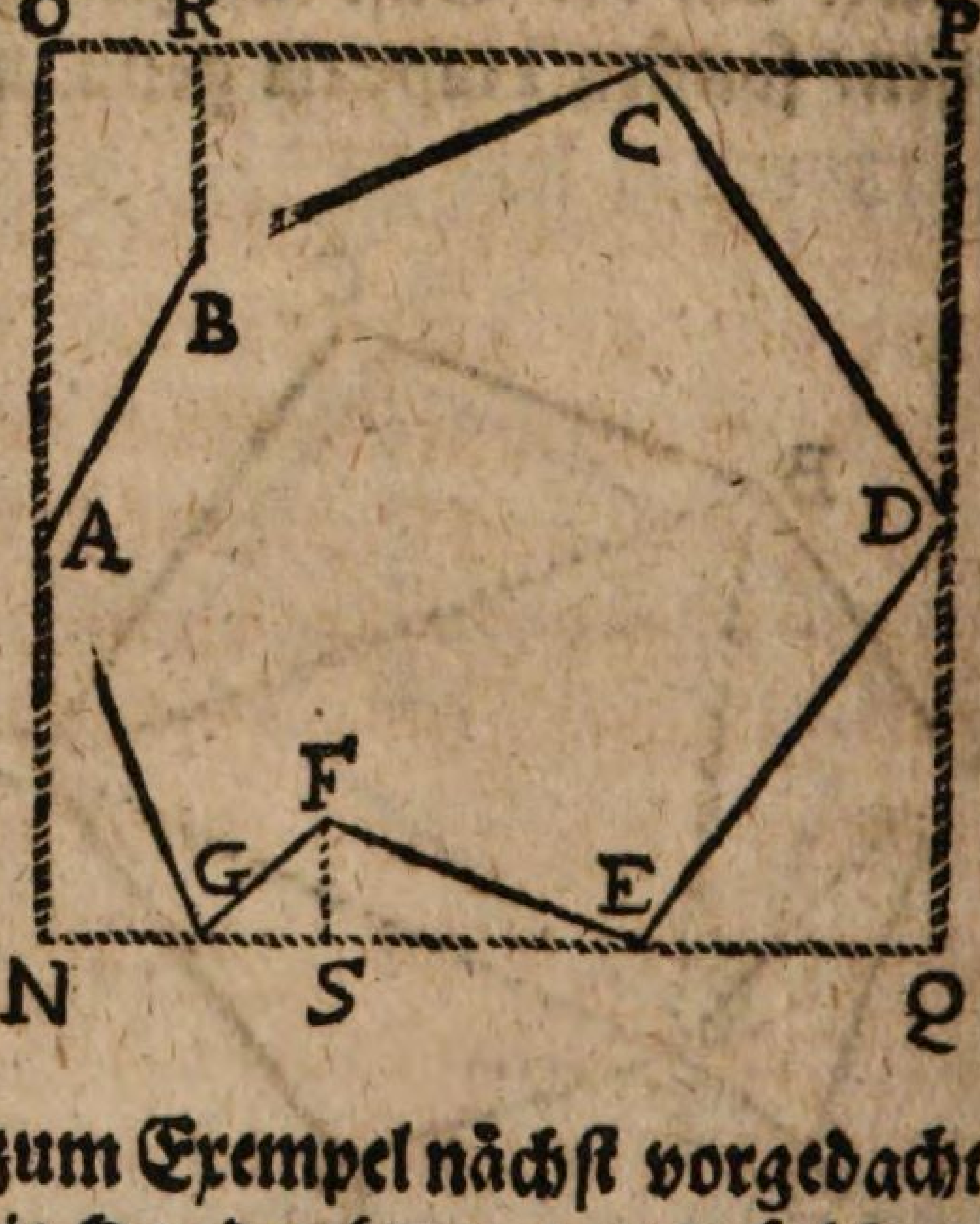
Ziehe von A nach D eine Linien/ darauf richte aus den Winckeln BCDEFG, nach Lehr dieſes Theils Nu. 18. Perpenticular-Linien/ſo iſt ſolch Feld in 4. winckel-

rechte Triangel/und in drey Trapezia getheilt/ daraus ſolchen Felds Inhalt zu finden/ und bedürffen alſo die äuſſerſten Seiten keines Meſſens.

Annot. Wie man ſolches/auch was in folgenden zu finden/ mit der Ketten und bloſſen Stäben/ ohne alle andere Inſtrumenta, auch eines Winckelhacken könne verrichten/ wird in dem Andern Haupt-Theil gewieſen werden.

XXIII.

Wie ein irregulirt Feld zu meſſen/ dadurch man nicht kommen kan?



Wollen zum Exempel nächſt vorgedacht Feld wiederum für die Hand nehmen/ und ſolches in ein winckelrechte Vierung OPQN einſchlieſſen. Wird zwar die gantze Vierung für voll gerechnet: aber die Triangel ANG. Item GFE und EQD. Deßgleichen CPC, und GRB, ſamt dem Trapezio RBOA, ſind davon abzuziehen/ bleibet alſo im Reſt deß Feldes Inhalt/

halt/wie hernacher im Andern Theil gnugſam und beſſer zu vernehmen ſeyn wird.

Annot. Dieſes iſt zwar gut und hübſch auf dem Papier. Es fragt ſich aber/wie man auf dem Felde dazu gelangen möge? Jch thäte ihm alſo/ wie Fig. I. des Blätleins A zu dieſem erſten Haupt-Theil gezeiget wird / nemlich: Jch zöge erſtlich die Lini GE (was auf dem Felde dadurch verſtanden werde/wenn man eine Lini zu ziehen begehret/das wird aus dem Andern Theil bey der Operation durch die Meß-Ketten und Stäbe gezeiget werden) und zu beyden Theilen fort hinaus/ ſo weit es vonnöthen / daß Perpendicular oder bley-rechte Linien vom A und P darauf geſencket werden mögen/welches denn geſchehen kan von A auf N, und von D auf Q. Wenn nun dieſes geſchehen / ſo fahre man aufwarts vom A und D, abermals ſo weit/bis daß von C zu beyden Seitē/nemlich auf O und P bley-rechte Linien gezogen werden mögen. Wenn nun dieſes geſchehen/ ſo hat man eine viereckichte gerad- und winckliche Figur NOPQ, in welcher/ wenn man zwo an einem Winckel ſtehende Seiten miſſt / und ineinander multipliciret/man den Jnhalt der gantzen Figur hat. An welcher (wenn man nicht gern übrige Zeit verlieret) der Augenſchein geben wird / ob es der Mühe werth/ daß man die auſſen an der Haupt-Figur anſtehende Trianguln ſo genau ausrechnet/oder nit. Muß es denn ſeyn/ſo kan/wenn man

die gantze Seiten miſſet/ zugleich Achtung gegebẽ werden/ wie weit die fürnemſte Stück/ als von N auf A, von A ferner auf O, von O auf R ꝛc. treffen. Und alſo ſolche Stück nach Anleitung folgenden Theil deß Authoris auszurechnen / (wie hievon ein mehrers in des Authoris andern Theil folget) und alſo von der gantzen Vierung abzuziehen.

XXIV.

Wie man ſich mit einem irregulirten Feld oder Wald zu verhalten/ dadurch man nicht kommen oder ſehen kan/ auch nicht ſo viel Platz und Gelegenheit/ ſolches in eine Vierung einzuſchlieſſen.

Mir iſt unverborgen/ wie daß der mehrertheil Feldmeſſer in ſolchen Fällen die Seiten alle nacheinander abzumeſſen/ und die Schrege der Winckel oder Ecken mit Hülff des Compaß/ oder ſonſten anderer Inſtrumenten abzunehmen pflegen. Reiſſens darnach in verjüngten Maßſtab auf / und meſſen die übrige Seiten der herauskommenden Triangel / oder nach Vierungen und deren Perpendicular-Linien / mit Hülff deß Circkels.

Wie ungefährlich es aber damit zugehe/ werden mir alle diejenige / ſo die doctrinam Triangulorum und Tabulas Sinuum, &c. zu gebrauchen verſtehen / gnugſam Kundſchafft geben.

Können offt durch obigen Weg kaum gantze / viel weniger halbe Ruhten juſt einbringen/ der Schuh und Scrupul zu geſchweigen.

Annot. Hier iſt deß Authoris Meinung nicht/ daß

daß man den Compaß gar nicht gebrauchen ſoll; Sintemal er aufs wenigſte dieſen uſum hat / daß er zeigt / wie ein abgemeſſen Feld / oder was es ſeyn mag / gegen den vier Hanpteckẽn der Welt / nemlich Aufgang / Nidergang / Mittag und Mitternacht lige / ſondern dieſes will er nicht haben / daß man alle Ecken durch den Compaß abmeſſen ſoll / wie man zwar hiezu eigene Inſtrumenta hat / mit welchen aber daß es auf dem Felde nicht genau / ſondern unrichtig müſſe zugehen / komt nicht allein daher / daß zu zeiten Eiſen-Bergwercker ein Gewirr machen / und verurſachen können / daß das Zünglein ſich nicht recht wendet (anderer irregularitäten und fallacien deß Magneten / von welchen bey Varenio Geogr. General p. 753. uñ andern / ſo ex profeſſo von den Magnetẽ geſchrieben / nachzuſehen) ſondern auch daß ſie zu klein / (auch die allergröſſeſte / ſo man haben kan / nicht ausgenommen) auch langſam ſtill ſtehen / alſo / daß man mit einem Quadranten / der etwa eines Schuchs lang und breit / nicht allein genauer zutrift / ſondern auch bis der Compaß einmal ſtill ſtehet / und den eigentlichẽ Punct eines einigen Winckels weiſet / man mit demſelben oder einem andern rein-ausgetheiltẽ Inſtrument, ſo zimlicher Gröſſe / etliche Winckel meſſen kan. Doch wenn man eine gantze Figur abgezeichnet / ſo kan man einen Compaß auf die Figur / oder deren Seiten eine ſe-

tzen / und zeichnen / was für eine Stellung das Zünglein davon halte. Aber zu eigentlicher Abzeichnung der Winckel ſey man gutwillig damit unverworren.

Iſt derwegen meine Meinung / der WinckelGröſſe entweder mit einem Quadranten abzunehmen / oder aber durch Lehr dieſes Theils/ Num. 16. zu erforſchen/ und darnach damit / wie im folgenden Andern Theil gelehrt werden ſoll/zu verfahren.

Die vermiſchte Feldungen / ſo mit geraden und Bogen-Linien beſchloſſen/ anlangend/ ſoll deren ebenmäſſig/wie ſolche Stuckweis zu meſſen / und deren gebührende Gröſſe juſt zu finden / wie auch der Circulrunden Feldungen/ und allerhand Segmenten derſelben/ nicht vergeſſen werden.

Will alſo hiemit den Erſten Theil beſchlieſſen/ und was noch ferner in Abſteckung der Felder zu obſerviren / ſo nicht hierinnen angedeutet worden / allwegen nach Gelegenheit bey jedes Feldes Practick/ im Meſſen und Theilen melden : auch an nothwendigen Orten die Irrthum des falſchen Feldmeſſens weiſen / und derentwegen gebührende Anregung thun. Denn wenn man ſchon allhie viel Wort darvon machen wolte / hätte doch ſolches alles in folgenden Theilen/ mit Verdruß/ wiederum repetirt werden müſſen.

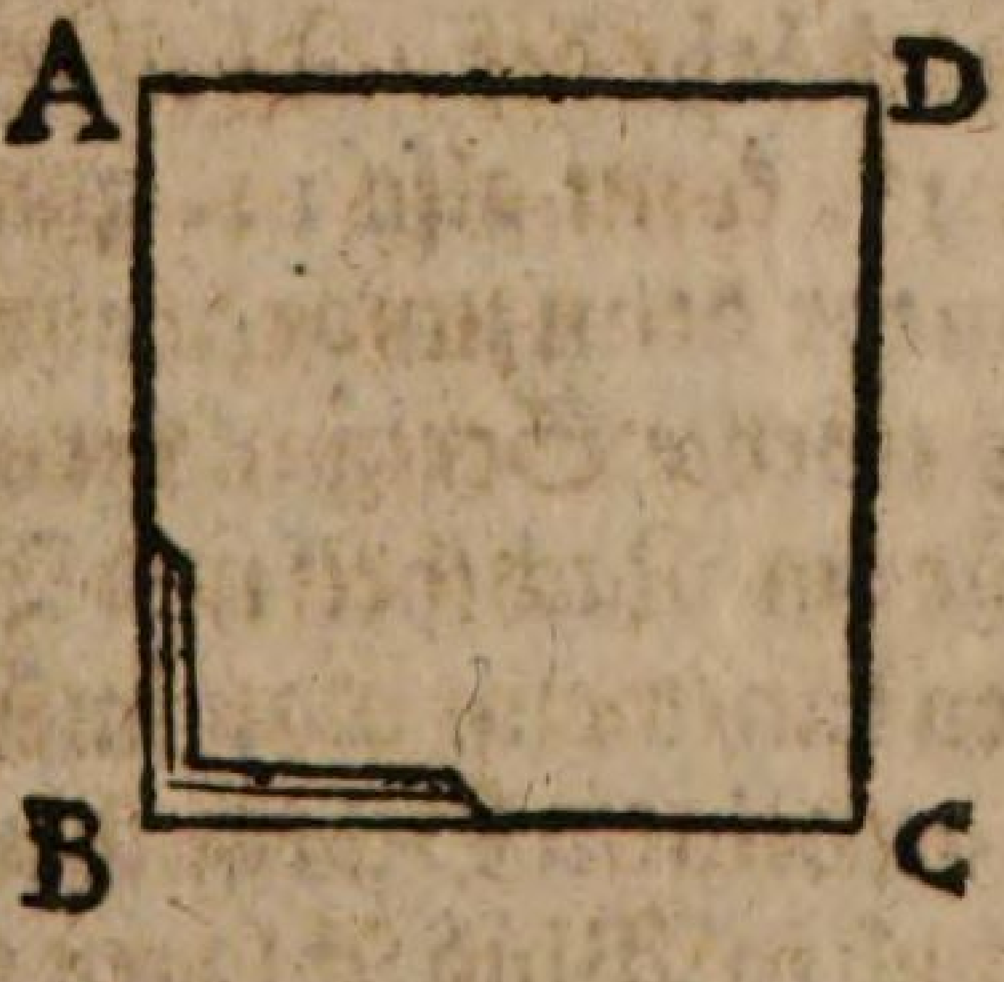
Der Andere Theil.

Von Mäſſung der Felder / und wie deren Inhalt richtig zu finden.

MAn ſolte zwar billich mit den Triangel oder dreyſeitigen Feldern / als welche die erſte Figur geben/den Anfang machen: Weiln aber ſolche ihre Menſur aus den winckelrechten Vierungen haben/will ich derſelben zweyerley Art vorgehen laſſen / und in ſolchem Herrn Christophorum Clavium &c. etlicher maſſen imitiren/und deñ von allerhand dreyſeitigen Feldern handeln / hernacher aber die übrigen/von allerhand Gattungen / für die Hand nehmen.

I.

Wie ein Feld zu meſſen / ſo vier gleiche Seiten / und winckelrechte Ecken hat.



Haſt du nach der Lehr des erſten Theils Num. 15. erfahren/daß ein Eck in ſolchem Feld winckelrecht/ als

allhie ABC, ſo müſſen die andere 3 Ecke ebenmäſſig (per 46. 1. Eucl.) winckelrecht ſeyn.

Annot. Wenn nemlich alle vier Seiten juſt einander gleich ſind/ welches und ein mehrers nit aus 46. 1. Eucl. (allwo gelehret wird/ wie ein Quadrat ſoll gelehret werden) zu beweiſen. Stehet zwar in dem Titul deutlich/ aber der Context könnte einen irꝛ machen.

Welches auch in überlängten Vierungen / wenn die gegeneinander überſtehende Linien parallel, zutreffen muß. Haſt dich alſo um die drey übrige Ecke oder Winckel nicht zu bekümmern / ſondern miſſe allein eine Seiten oder Figur/ als AB. die befunden wird 31°. (welches nach der Lehr deß erſten Theils/ N. 2. bdeut 31 Ruhten) multiplicir ſolche in ſich ſelbſt / als 31°. mit 31°. ſo komt 961°. Mache ſolches deiner Lands Art nach/ mit der Ruhten Zahl zu Morgen / ſo haſt du dieſes Felds richtigen Inhalt.

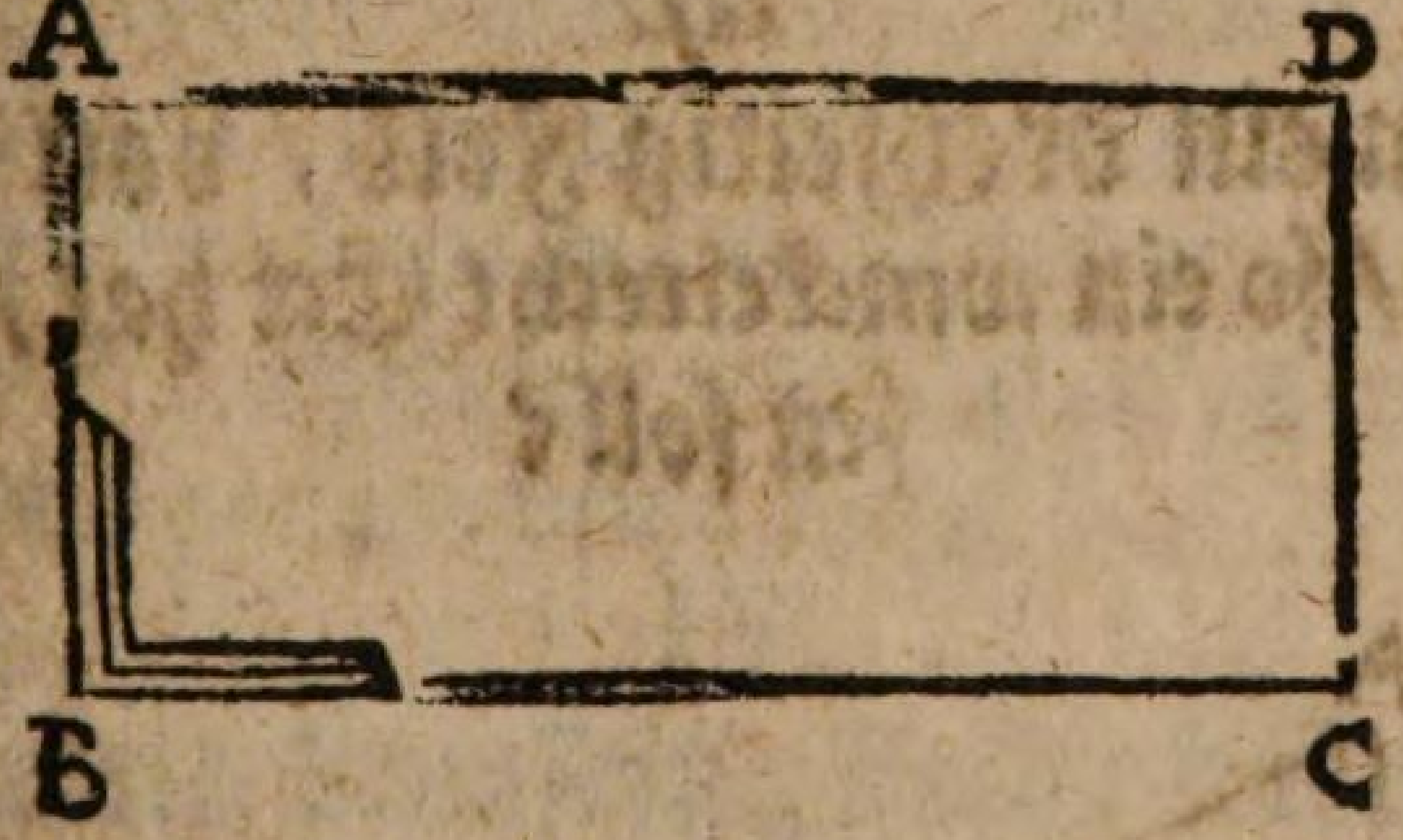
Solten aber die Seiten noch über die 31 gantze Ruhten/ auch nur einen erſten und 9 zweyter Scrupul gehabt haben (welches der Meſſer fallen laſſen/ und für nichts geachtet) daß alſo die Seit AB geweſen 31°. 1'. 9". So käm (nach Lehr deß 1 Theils/ N°. 11.) heraus 97°. 8'. 1". 6‴. 1⁗. komt alſo 11. gantzer Ruhten und 8'. 1". 6‴. 1⁗. mehr denn zuvor/ welches allein ein einzig erſtes/ und 9 zweyte Scrupul verurſachet: (daraus zu ſehen/ was für ein Nachtheil und Verluſt in groſſen Feldern kommen kan/ wenn man im Meſſen die Scrupul / oder auch gemeinem Gebrauch nach / die gantzen und halben Schuh in Wind ſchlagen will/ welches allhie zu einer Erinnerung geſagt ſeyn ſoll.

II. Wie

II.

Wie man die überlängte winckelrechte Vierungen meſſen ſoll?

Solche Feldungen haben mit nächſt vorgedachten groſſe Gemeinſchafft / denn die gegeneinander überſtehende Seiten ſind (per 33. 1. Eucl.) miteinander parallel, wie im Quadrat auch geſchicht / und iſt unter den 4. Ecken nur eines winckelrecht befunden / ſo müſſen die übrige drey auch nohtwendig winckelrecht ſeyn.



Als in beygeſetztem Exempel der Figur ABCD.

Wenn du zuvor gewiß biſt / daß die gegeneinander überſtehende Linien miteinander parallel, und nur das eine Eck / als ABC winckelrecht / darffſt du für die übrige / wie allbereit angedeut / nicht ſorgen / ſondern miſſe allein die Seiten AB, welche 26°. befunden.

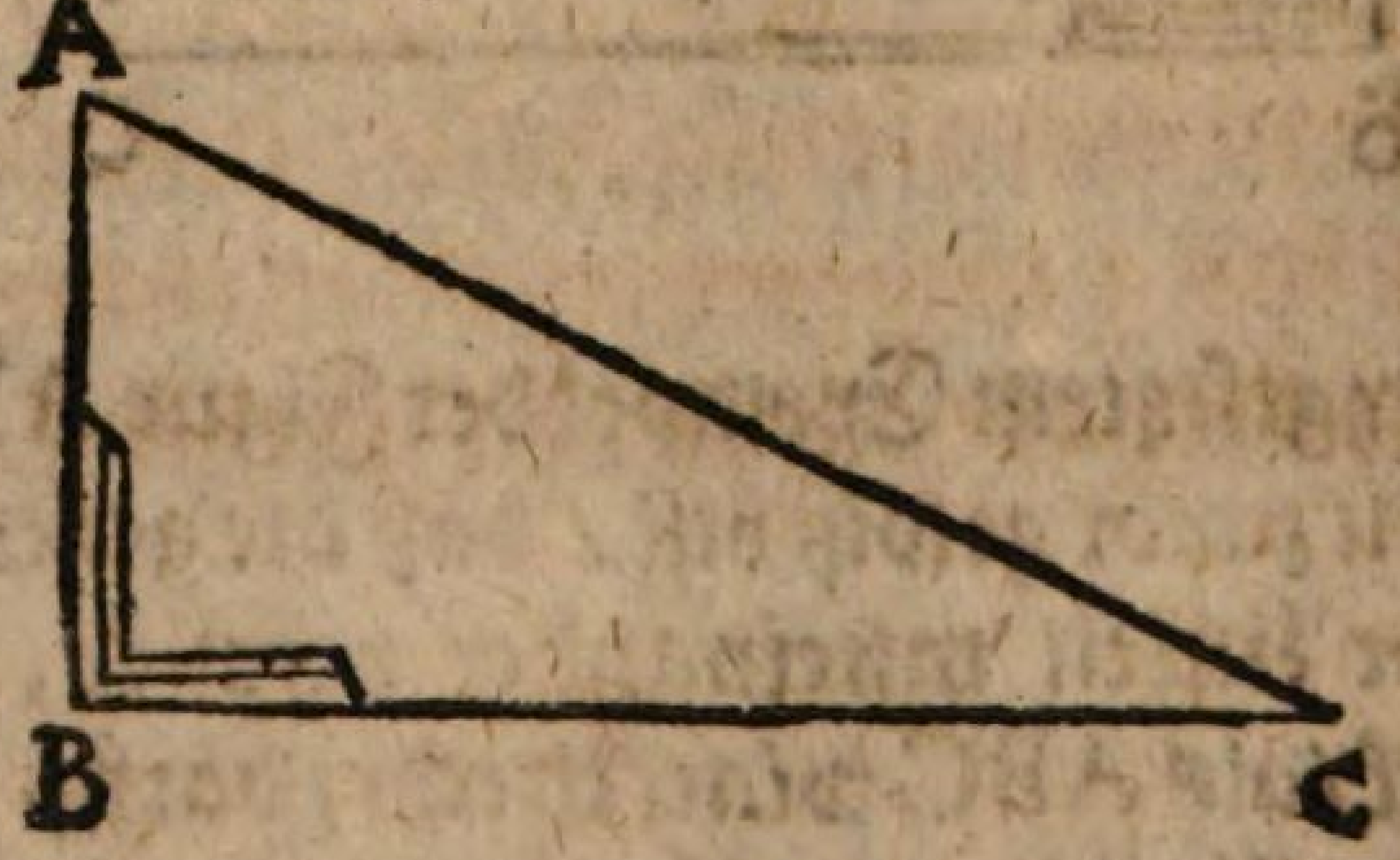
Und denn die Seiten BC. ſo 55°. begreifft. Solches multiplicir mit obgedachter Seiten AB 26°. ſo komt das Product 1430 Ruhten. Solten aber an AB auch Scrupul anhangen / als nur $1^{1}.6^{2}$. daß alſo die Seit AB $26^{\circ}.1^{1}.6^{2}$. und an BC. $2^{1}.3^{2}$. daß dieſelbige $55^{\circ}.2^{1}.3^{2}$. wäre / ſo machte es $1444^{\circ}.8^{1}.1^{2}.6^{3}.8^{4}$.

Und

Und alſo $14^{0}.\ 8^{1}.\ 1^{2}.\ 6^{3}.\ 8^{4}$. mehr denn vor. Welches allein wenig beygeſetzte Scrupul verurſachen. Daraus abermal zu ſehen/ was dahinden bleibt/ wenn man nur die gantze Ruhten und ein paar oder weniger Schuch (auch wol etlicher fürnehmer geſchworner Meſſer Brauch nach) in Wind ſchlagen / und nicht achten will. Dargegen wiederum zu viel komme/ wenn an den letzten Ruhten etwas mangelt / und dieſelbe (nur damit man im Rechnen deſto leichter davon komme) für gantz genommen werden. Welches in Warheit beydes nicht für einen geringen Fehler zu achten iſt.

III.

Wie man ein dreyſeitig Feld / von geraden Linien/ ſo ein winckelrecht Eck hat / meſſen ſoll?



Ein winckelrechter Triangel iſt nichts anderſt denn ein halbe winckelrechte Vierung. Miſſe alſo die zwo Seiten/ ſo den rechten Winckel beſchlieſſen/ als in gegenwärtigem Triangel ABC, die Linien AB, welche iſt 26^{0}. und BC, ſo 55^{0}. Multiplicir ſolche zwo Seiten miteinander/ kommt 1430^{0}. deſſen Haupttheil iſt 715^{0}. [illegible] Inhalt deß Triangels ABC.

Oder aber nim die halbe Seiten AB, als 26°. halb/ das iſt 13°. damit multiplicir die gantze Seiten BC, als 55°. komt gleichfalls 715°.

Oder aber nim die gantze Seiten AB, 26°. und die halbe BC, als 27°. 5'. multiplicir ſolche miteinander/ komt ebenmäſſig 715°.

Iſt alſo dieſer Triangel richtig der Halbtheil der vorgehenden überlängten winckelrechten Vierungen/ daran kein Scrupul gehängt geweſen.

Hangen aber Scrupul daran/alſo/ daß AB, wie in vorgehender Vierung/lang wäre 26°. 1'. 6''. und BC. 550°. 2'. 3''. ſo halbire unter dieſen Seiten die eine/ſo ſich zum bequemſten darzu ſchickt/ als AB, ſein Halbtheil 13°. 0'. 8''. damit multiplicir BC 55°. 2'. 3''. komt der vorgehenden überlängten Vierungen/ mit den Scrupuln/Halbtheil/als 722°. 4'. 0''. 8'''. 4''''. welches bewieſen wird per 41. primi Eucl.

IV.

Wie man ein dreyſeitig Feld/ dadurch man kommen kan (ungeachtet ob es ein rechten Winckel habe oder nicht) meſſen ſoll?

Das vorgebene Feld oder Triangel ſey DEF, miſſe die einen Seiten/ ſo dem Augenmaß nach die längſte möcht ſeyn/ als DF, welche befunden worden 28 . 9'.

auf

auf ſolcher richte aus G in E (nach Lehr deß Erſten Theils/ N. 18.) ein Perpendicular-Linien GE, welche nach Meſſung ſich befindt 12°. handele mit DF und EG, wie im vorhergehenden Triangel N. 3. geſchehen. Das iſt/ multiplicir DF 28°. 9¹. mit GE 12°. des Products, Halbtheil/ nemlich 173°. 4¹. iſt der Inhalt deß Triangels DFE.

Oder aber multiplicir halb DF, als 14°. 4¹. 5². mit GE 12°. gantz/ kommt gleichfalls der Inhalt 173°. 4¹. Oder aber multiplicir DF 28°. 9¹. gantz/ mit GE halb als 6°. komt ebenmäſſig offtgedacht Product 173°. 4¹.

Daraus augenſcheinlich zu ſehen/ daß alle (mit geraden Linien beſchloſſene) Triangel/ ſie haben gleich ein Stumpff/ oder eitel ſcharffe Ecke/ in winckelrechte transferirt werden können.

Denn wenn in nächſtvorgeſtelter Figur/ aus D oder F ein Perpendicular, ſo hoch als CE iſt/ aufgericht werden ſolte/ geb es ein winckelrechten Triangel/ ſo nicht gröſſern noch geringern Inhalts/ denn dieſer wäre/ welches zu demonſtriren ex prima ſexti Euclidis.

V.

Wie man einen Triangel meſſen ſoll/ da man nicht Gelegenheit/ ein Perpendicular in demſelben zu ziehen.

Wollen vorgedachten Triangel DEF wiederum vor die Hand nehmen/ doch ſolcher Geſtalt/ daß man dadurch ohne Schaden nicht kommen/ aber die 3. Seiten/ gar wol auswendig herum meſſen könne. Und ſey DF befunden 28°. 9¹ und FE 13°. und FE 13°. 6¹. aber ED 25°. 5¹.

Wenn

Wenn alle drey Seiten in einem Triangel bekandt/ die Ecken oder Winckel ſeyen wie ſie wollen/ iſt diß ein gemeine und unfehlbare Regel.

1 Addire die Länge aller dreyen Seiten.

2 Dieſe Summ halbire.

3 Von dem Halbtheil ziehe jede Seiten ſonderlich ab.

4 Die drey Reſt und den Halbtheil multiplicir continuè ineinander.

5 Aus dieſem Product ziehe Radicem quadratam; ſo iſt der Quotient oder Radix der Inhalt deß Triangels/wie Clavius in Geometr. pract. cap. 2. lib. 4. ſolches demonſtrirt.

Iſt alſo die Summa der 3 Seiten obgemeldten Triangels 68^{0}. Der Halbtheil 34^{0}. jede Seiten davon abgezogen/bleiben $5^{0}.1^{1}$. Item $20^{0}.4^{1}$. und $8^{0}.5^{1}$.

Den gefundenen Halbtheil 34^{0}. multiplicir mit dem erſten Reſt $50^{0}.1^{1}$. komt $173^{0}.4^{1}$. Diß multiplicir ferner mit $20^{0}.4^{1}$. dem andern Reſt/ komt $3537^{0}.3^{1}.6^{2}$. Solches nochmals mit dem letzten Reſt $8^{0}.5^{1}$. multiplicirt/ kommt $30067^{0}.5^{1}.6^{2}$. Hieraus Radicem quadratam gezogen/ entweder nach Lehr des Erſten Theils/ N. 13. oder aus den daſelbſten angeregten Tetragoniſchen Tafeln/ komt für den Inhalt dieſes Triangels $173^{0}.4^{1}$. wie denn nächſt vorgehend Num. 4. gleich ſo viel befunden worden.

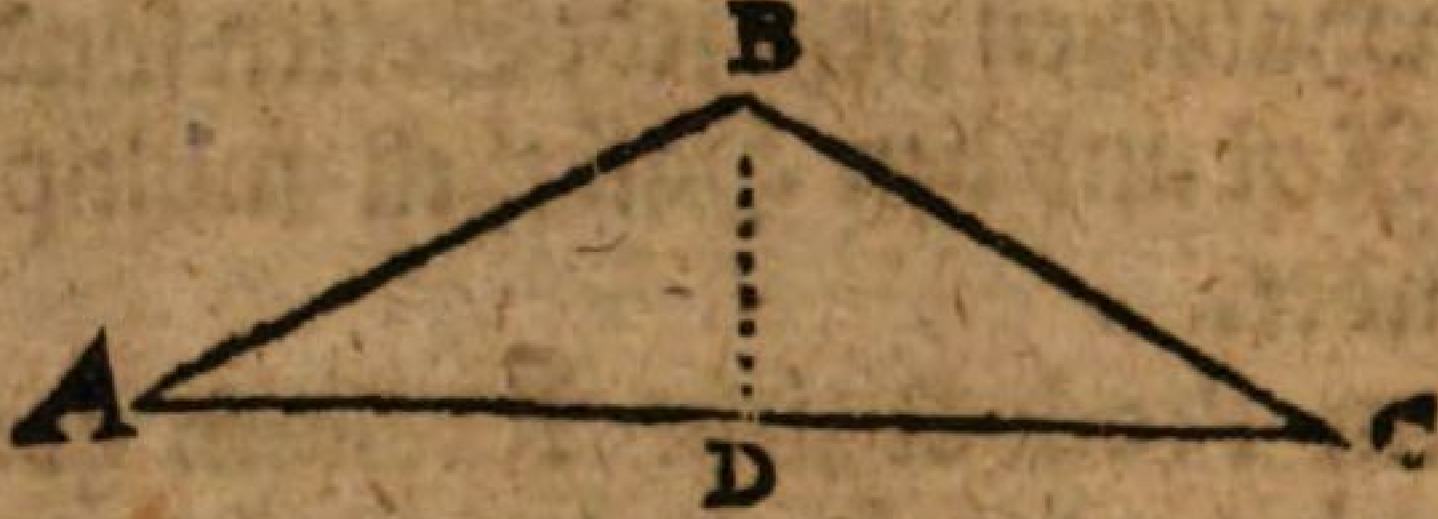
VI.

Wie man einen Triangel meſſen ſoll/ ſo zwo gleiche Seiten hat.

Es wäre zwar von dergleichen Triangeln etwas abſonderlich zu ſchreiben/gantz ohne Noht/ weilen derſelben Inhalt durch der vorgehenden Weg einen zu finden/gar leicht iſt.

Dem-

Demnach aber durch die gemeine Meſſer/ ſo deß Köbels Kunſt brauchen/ in dergleichen und andern offtmals gar grob gefehlet wird: will ich zu einem Exempel den Triangel ABC.



allhie ſetzen/deſſen zwo Seiten AB und BC jede 13°. 6ˡ. lang AC 24°. und ſolches nach Köbels 5. Regul rechnen. Hernacher aber nach der Lehr dieſes Theils/ Num. 4. und 5. examiniren.

Köbel ſpricht/ man ſoll die eine gleiche Seiten gantz mit der andern Halbtheil multipliciren/ das Product ſey des Felds Inhalt. Wenn nun das Eck/ ſo beyde gleiche Seiten beſchlieſſen/ ein rechter Winckel wäre/ ſo käme das rechte Facit. Weilen aber ABC in dieſem caſu ein ſtumpffer Winckel iſt/ welches daraus erſcheinet/ daß AC im Meſſen ſich 24°. befinden thut. Denn wenn ABC ein rechter Winckel wäre/ hätte AC nur 19°. 2ˡ. 3². + per 47. 1. Eucl. ſeyn können. Muß alſo nothwendig ein falſche Summ heraus kommen. Denn multiplicir 13°. 6ˡ. die eine gantze Seiten/ mit 6°. 8ˡ. der andern halben Seiten/ kommt der vermeinte Inhalt 92°. 4ˡ. 8².

Such aber den rechten Inhalt/ nach Lehr dieſes Theils Num. 4. Erſtlich/ daß die Linea AC 24°. lang/ iſt vorgemeldt: darauf ziehe aus D zu B nach Lehr deß Erſten Theils Num. 18. ein Perpendicular, welche befunden wird 6°. 4ˡ. Damit multiplicir AC 24°. komt

153°. 6ᴵ. deſſen Halbtheil 76°. 8ᴵ. iſt der wahre Inhalt deß Triangels ABC.

Oder multiplicir die gantze Baſſin AC 24° mit der halben perpendicular BD 3°. 2ᴵ. kommt ebenmäſſig 76°. 8ᴵ.

Oder aber multiplicir die gantze perpendicular BD 6°. 4ᴵ. mit der halben Baſi 12°. komt abermals 76°. 8ᴵ.

Wollen nun den Inhalt auch nach Lehr dieſes Theils/Num. 5. ſuchen/weiln alle drey Seiten bekant ſeyn. Die Summa der dreyen Seiten iſt 51°. 2ᴵ.

Der Halbtheil davon iſt 25°. 6ᴵ. davon die drey Seiten jede beſonder abgezogen / bleibt für den erſten Reſt 12°. für den andern ebenmäſſig 12°. für den dritten 1°. 6ᴵ.

Multiplicir den Halbtheil 25°. 6ᴵ. mit dem erſten Reſt 12°. kommt 307°. 2ᴵ. ferners mit dem andern Reſt auch 12°. kommt 3686°. 4ᴵ. Solches mit dem 3 Reſt 1°. 6ᴵ. multiplicirt/bringt 5898°. 2ᴵ. 4ᴵᴵ. Hieraus Radicem quadratam gezogen / kommt gleichmäſſig für den Inhalt 76°. 8ᴵ. Daraus zu ſehen/wie dieſe/ aus Geometriſchem Grund bewährte Modi ſo fein zuſammen treffen.

Aber nach Köbels Lehr ſolte es ſeyn 92°. 4ᴵ. 8ᴵᴵ. wie obgemeldt / ziehe davon den wahren Inhalt 76°. 8ᴵ. Reſt 15°. 6ᴵ. 8ᴵᴵ. ſo viel gefunden worden. Welches in einem ſolchen geringen Feld ein groſſer Irrthum iſt.

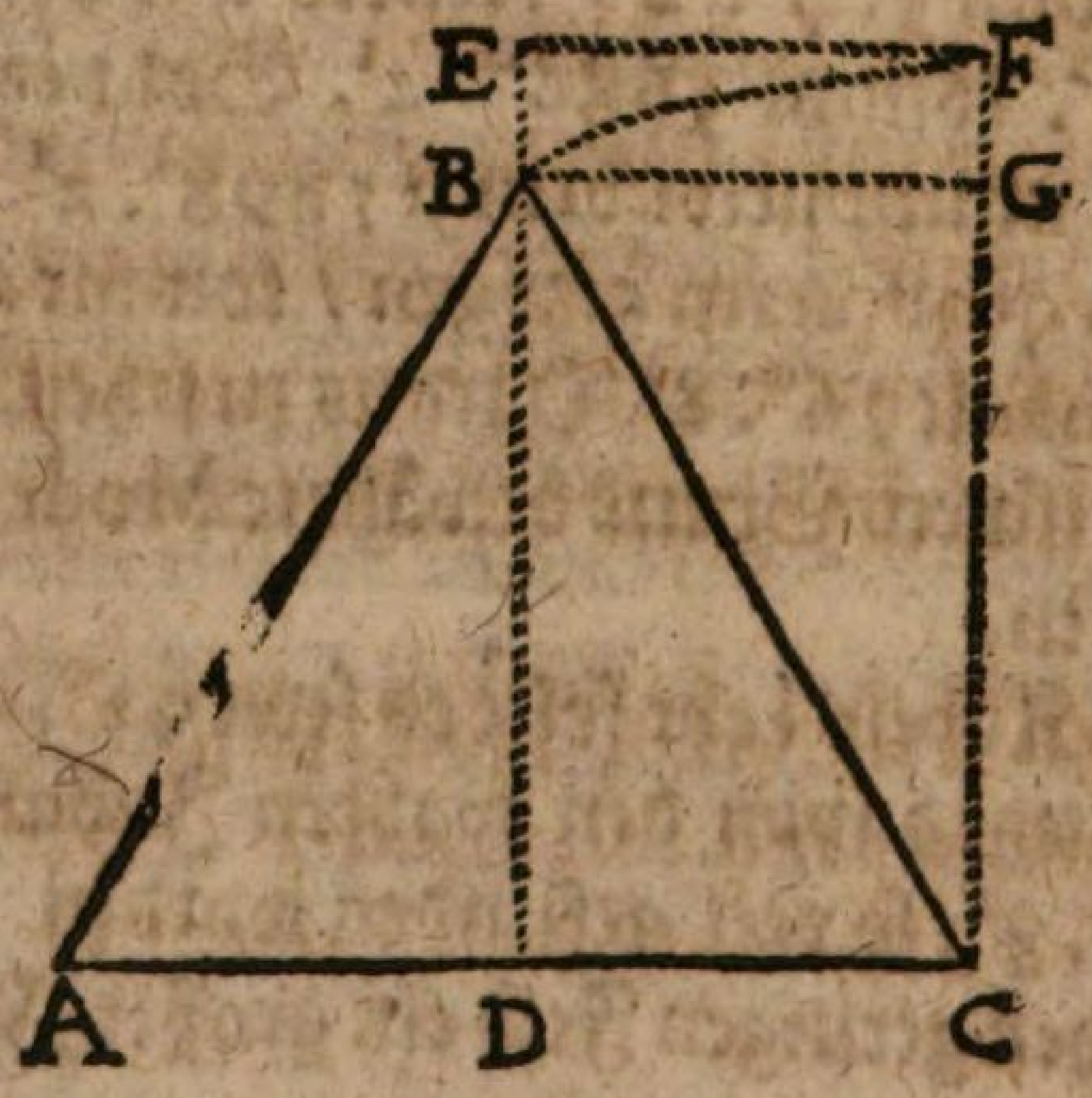
VII.

Wie man einen Triangel meſſen ſoll/ ſo drey gleiche Seiten hat.

Deßwegen abſonderliche Regeln zu ſetzen/iſt gleichwol ohne Noht. Denn deſſen Inhalt ebenmäſſig

ſig zu finden iſt / wie in vorhergehenden caſu vermeldet worden. Ich will aber Köbel dafür halten/ wenn man die eine Seiten gantz in den Halbtheil der andern multiplicire / daß der rechte Inhalt dieſes Triangels (laut ſeiner vierdten Regul) heraus komme / welches aber falſch iſt. Denn er macht aus einem gleichſeitigen Triangel ein ſolch Parallelogrammum Rectangulum, deſſen ein Latus dem Halbtheil einer Seiten / das ander Latus aber einer gantzen Seiten deß vorgegebenen Triangels gleich iſt / da doch ſolches nur der perpendicular (per 42. 1. Euclidis) gleich ſeyn ſolte.

Wollen zum Exempel deß Köbels Triangel allhie mit ABC gezeichnet/ fürnehmen / deſſen jede Seiten lang ſey 60°. Multiplicir nun diß mit einer andern



Seiten Halbtheil / als 30°. kommt 1800°. Iſt eben als wenn er einen winckelrechten Triangel gemeſſen / deſſen zwo kürtzere Seiten eine jede 60°. die länger aber auf die 84°. gehalten / da doch kein Eck in einem gleichſeitigen Triangel (per 2. cap. 10. c. 5. Ramin.) winckel-

winckelrecht ſeyn kan. Iſt alſo gefehlet / und komt um das Stuck BEFG zu viel.

Annot. Weil der Author allbereit etlichmal den Euclidem citiret / wäre am beſten / er bliebe dabey. Weil Ramus (ob er wol in einem und dem andern mehr hat) doch in dieſem unrecht daran geweſen / daß er faſt durchaus den Euclidem, ja allerecht geſchaffene Mathematiſche Demonſtrationes verworffen hat / und daher bey der Jugend und Anfängern dieſer Kunſt eine groſſe Verwirrung bringen muß / wenn ſie den Ramum mit dem Euclide conjungiren ſollen. Sonſten kan dieſes / daß in einem gleichſeitigen Triangul kein Eckwinckel nicht ſeyn kan / leichtlich aus Eucl. l. 1. prop. 17. 19. 32. &c. bewieſen werden. Denn wenn ein Triangul 3 gleiche Seiten hat / müſſen auch die 3 Winckel / welchen dieſelbe unterzogen / einander gleich ſeyn / und derowegen ein Triangul 3 gerade Winckel haben / welches aber unmüglich iſt.

Aber ſolchen Triangels Inhalt zu finden / ſuch auf AC aus D, die perpendicular nach E (wie vor oft gemeldt) wird befunden auf 52°. (aber zum ſchärffſten geſuchet / iſt ſie 51°. 9'. 6''. 1'''. 5''''.) mit deſſen Halbtheil 26°. Multiplicir die eine Seiten / als 60°. kommt für den Inhalt 1560°. oder ſcharff geſucht 1558°. 8'. 4''. 5'''.

Oder aber quadrir eine Seite / als 60°. gibt 3600°. Solches multiplicir mit 13. kommt 46800. Diß Product dividir durch 30 komt gleichfalls wie zuvor 1560.

Oder aber noch auf ein andern Weg: Quadrir eine Seiten/ als 60. kommt 3600. davon nim den zehenden Theil/ das 360.

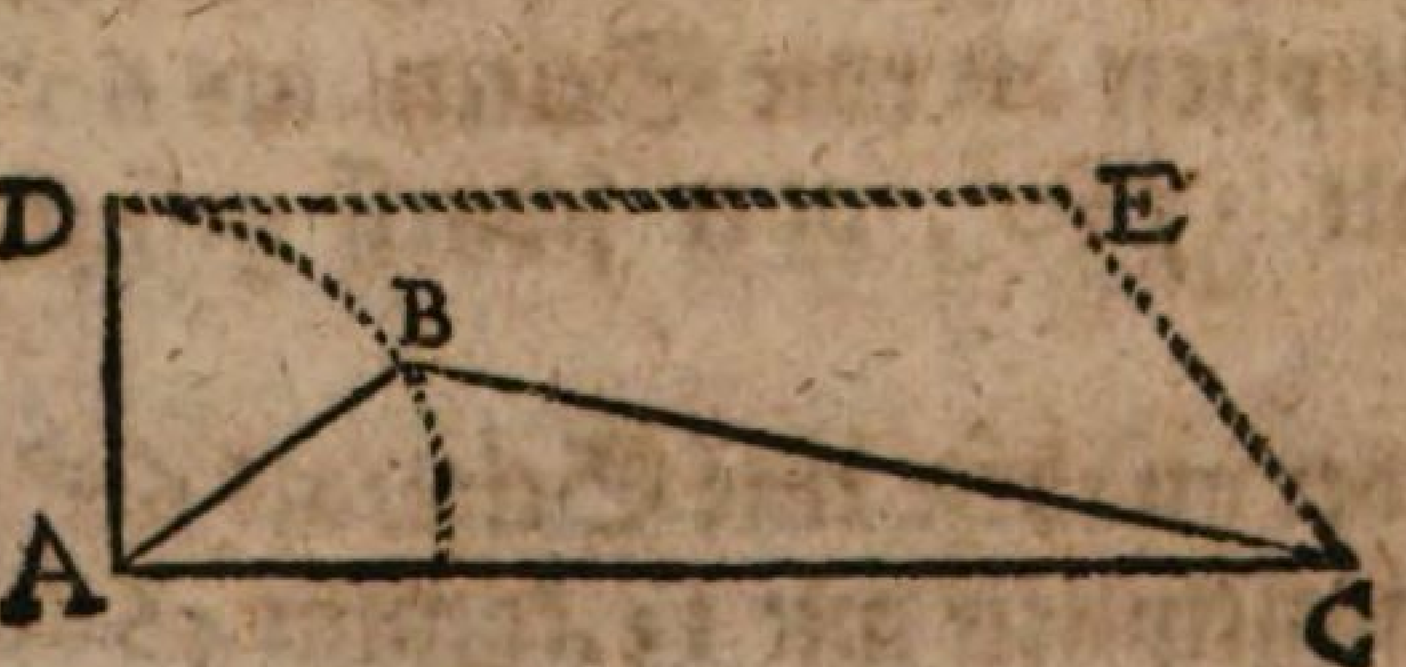
Deßgleichen den dritten Theil/ nemlich 1200. Addir ſolchen zehenden und dritten Theil zuſammen/ ſo kommt für dieſes Triangels Inhalt ebenmäſſig 1560. Wie Clavius in ſeiner Geometria Practica, lib. 4. cap. 2. ſolches demonſtriret hat.

Solche 1560°. von deß Köbels gefundenen 1800°. abgezogen/ bleibt für das überlängte Viereck BEFG 240. ſo Köbel und ſeine irrende Nachfolger zu viel gefunden.

VIII.

Wie man ein dreyſeitig Feld von ungleichen Seiten/ auch ungeacht der Winckel meſſen ſoll.

Dieſe Aufgab hätte ich zwar wol auſſen laſſen können/ wenn ich nicht abermals einen groben Köbeliſchen Irrthum daneben andeuten wollen/ denn er lehret in ſeiner ſiebenden Regel/ daß man die Ruhten-Zahl der zweyen längſten Seiten addiren ſoll/ ſolche wiederum halbiren/ und dieſen Halbtheil mit der kürtzern Seiten multipliciren ſoll/ das Product ſey der Inhalt. Und ſetzt zum Exempel gegenwärtigen Triangel ABC.



Davon iſt die erſte längſte Seiten AC 13°. die ander

ander BC 10°. Dieſer zweyen Seiten Summa iſt 23°. der Halbtheil davon $11^{\circ}.5^{1}$. Solches mit der kürtzten Seiten AB 4. multiplicirt/ bringt für den vermeinten Inhalt 46°. iſt aber falſch. Denn es kommt mehr den dreymal ſo viel / als der wahre Inhalt ſolchen Feldes ſeyn kan.

Und iſt eben als wenn man ein Trapezium (ſo über dem Triangel ABC mit ADEC angedeutet) gemeſſen/ ſo zween rechter Winckel D und A gehabt/und alſo ſolcher Triangel / aus Unwiſſenheit in ein viel zu groſſe Vierung/wider die Lehr dieſes Theils/Num. 3. und 4. transfiguriret würde.

Rechne aber deß vorgenommenen Triangels Inhalt / nach Lehr dieſes Theils / Num. 5. folgender Geſtalt.

Die Summa aller dreyen Seiten iſt 27°. deſſen Halbtheil $13^{\circ}.5^{1}$. Davon die drey Seiten abgezogen/ bleibt für den erſten Reſt 5^{1}. für den andern $3^{\circ}.5^{1}$. für den dritten $9^{\circ}.5^{1}$.

Multiplicir nun den Halbtheil $13^{\circ}.5^{1}$. mit dem erſten Reſt 5^{1}. kommt $6^{\circ}.7^{1}.5^{2}$. ferners diß mit dem andern Reſt $3^{\circ}.5^{1}$. komt $23^{\circ}.6^{1}.2^{2}.5^{3}$. letzlich ſolches mit dem dritten Reſt $9^{\circ}.5^{1}$. komt $224^{\circ}.4^{1}.3^{2}.7^{3}.5^{4}$.

Hieraus Radix quadrata, gibt den rechten Inhalt $14^{\circ}.9^{1}.8^{2}.1^{3}$. Solches ziehe ab von 46°. bleibt $31^{\circ}.0^{1}.1^{2}.9^{3}$. ſo Köbel zu viel gefunden/und alſo abermals einen gar groben unverantwortlichen Fehler begangen.

IX.

Wie man aus zwo bekandten Seiten eines Triangels und dem Winckel/ ſo von ſolchen zweyen Seiten beſchloſſen wird/ den Inhalt finden ſoll.

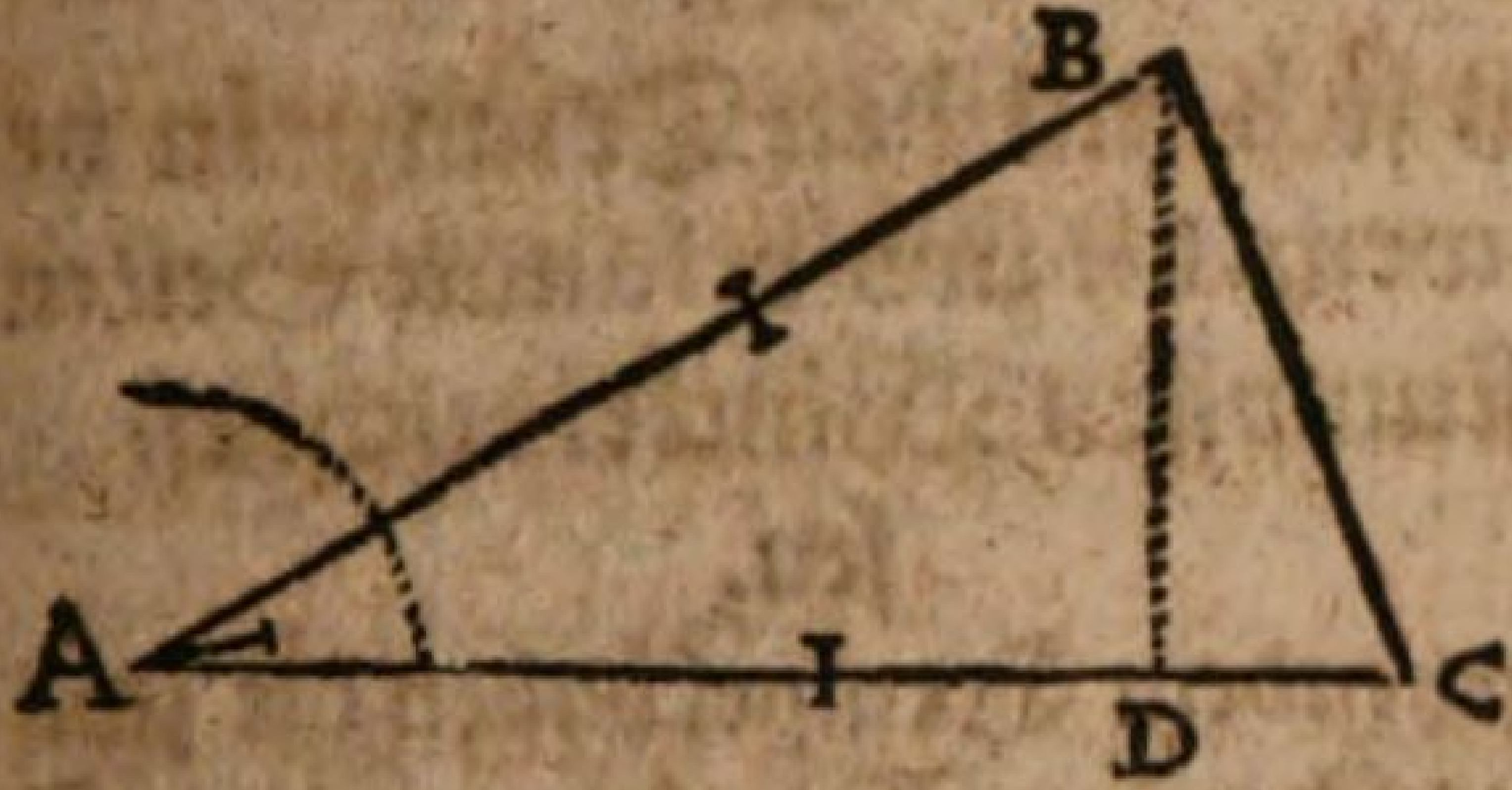
Daß ich ſo vielerley Gattung die Triangel zu mäſſen fürbringe / da doch ſolcher Art Felder gar wenig gefunden werden / geſchicht allein aus dieſer Urſach / daß die irregulirte Felder / wie auch diejenige dadurch man nicht gehen oder ſehen kan/ (als in beſaamten Feldungen / Weihern / und Waldungen dergleichen Verhinderungen fürfallen) in Triangel vertheilet werden müſſen / und man alſo nicht Gelegenheit mit der Ruhten alle drey Seiten zu meſſen / vielweniger die perpendicular durch vorgedachter Weg einen ſuchen kan.

Will man ſich nun des ungewiſſen Wegs mit dem Aufreiſſen (davon im Erſten Theil/ Num. 24) entſchlagen / ſo muß man ex doctrina Triangulorum die Tabulas Sinuum, deren in der Vorred gedacht worden / zu Hülff nehmen.

Nun obgedachten Triangels Inhalt zu finden / ſo iſt zum förderſten zu wiſſen/ daß wie ſich der gantze Radius hält zu dem Sinu deß bekandten Winckels/ alſo verhält ſich das halbe Product, von den zwo bekandten Seiten zum Inhalt deß Triangels.

Denn iſt der von den zwo bekandten Seiten begriffene Winckel von 90 Graden/ ſo iſt ſein Sinus dem Radio gleich / und alſo auch das halbe Product der zweyen Seiten den Inhalt deß Triangels gleich / daraus

aus die Eigenſchafft dieſer Proportion klärlich erſcheinen thue. In gegenwärtigem Triangel ABC ſey der Winckel BAC von 30 gr. deſſen Sinus in Tabulis iſt



50000. Die Seit AB 24°. 8^{1}. Die Seit AC 26°. 4^{1}. Das halbe Product dieſer zweyen Seiten iſt 327°. 3^{1}. 6^{2}. Wie ſich nun hält der Radius 100000. zu deß Winckels BAC Sinum 50000. alſo hält ſich das halb Product 327°. 3^{1}. 6^{2}. zu dem Inhalt des Triangels 163°. 6^{2}. 8^{1}.

X.

Vorgedachten Triangels Inhalt auf ein andern Weg/ durch ein perpendicular-Linien zu finden.

Wollen alſo nächſtvorgeſetzten Triangel ABC wiederum für die Hand nehmen.

Die perpendicular-Linea wird nicht durch Meſſen/ ſondern durch Rechnen/ ſolcher Geſtalt geſucht/ wie ſich verhält der gantz Radius 100000. gegen AB 24°. 8^{1}. alſo verhält ſich deß Winckels ABD (ſo von 30 Graden) Sinus 50000 zu der perpendicular BD, 12°. 4^{1}. per 2. Axioma planorum Pitiſci.

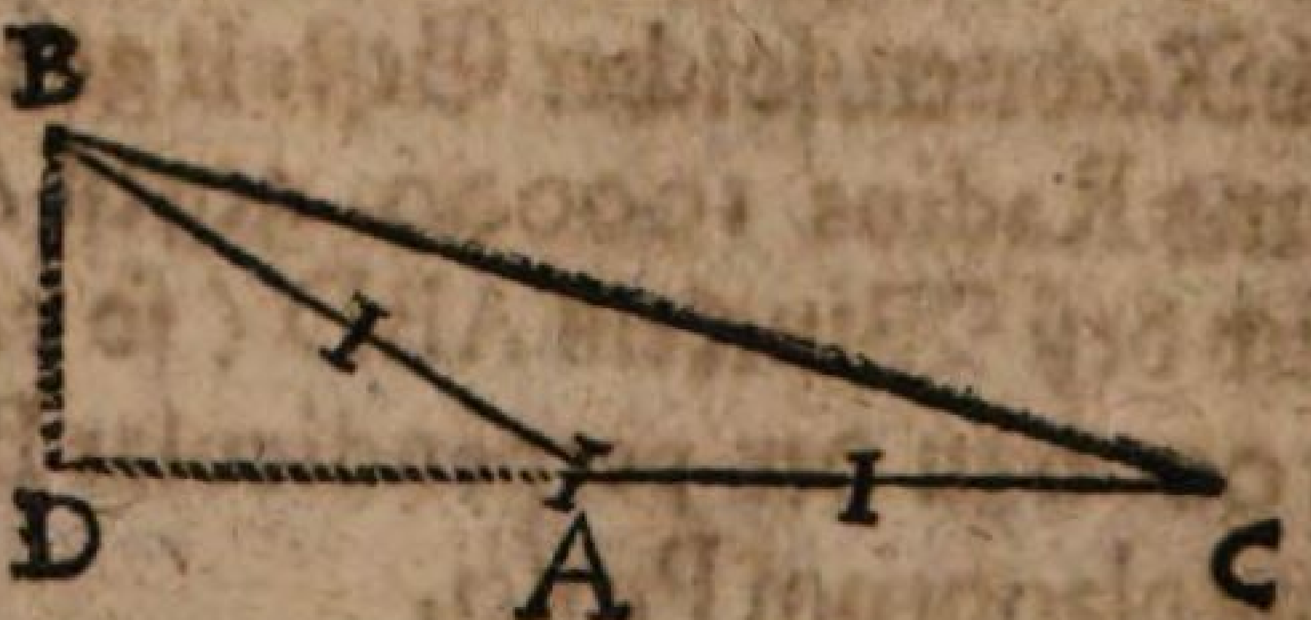
Weiln nun die Baſis AC 26°. 4^{1}. vor bekandt/ und die perpendicular BD 12°. 4^{1}. befunden/ ſo ſuch deß Triangels Inhalt nach Lehr dieſes Theils/ Num. 4.

komme ebenmäſſig 163°. 6'. 8". wie unter nächſt vorgehenden Num. 9. auch beſchehen/ dadurch eines mit dem andern bewieſen wird.

XI.
Wie man ſich mit den Triangeln verhalten ſoll / wenn die zwo bekandte Seiten ein ſtumpffen Winckel beſchlieſſen.

In vorgehendem Exempel haben die zwo bekandte Seiten einen ſcharffen Winckel/unter 90 Graden beſchloſſen. In dieſem aber ſoll ein ſolcher Triangel vorgenommen werden / darinnen zwar die zwo bekandte Seiten (in geringerem Maßſtab) den vorigen gleich: aber der von gedachten Seiten beſchloſſene Winckel ſoll ſtumpff ſeyn. Und wie viel jener unter 90. Graden / als nemlich von 30. Grad / und derohalben 60. Gr. unter einem rechten Winckel geweſen/alſo ſoll dieſer dargegen ſo viel über 90 Grad / nemlich von 150. Graden ſeyn.

Daraus klärlich zuſehen/ daß dergleichen Winckel (per 2. p. planorum Magini) einen gleichen Sinum haben. Und alſo ſolcher Triangel dem vorigen/ ſo viel den Inhalt anlanget / gleich ſeyn muß.



In gegenwärtigem Triangel BAC, ſey der Winckel BAC von 150 Graden / deſſen Sinus iſt 50000. die Seit AB 24°. 8' die Seit AC 26°. 4'. Wie

Wie ſich nun verhält der gantze Sinus 100000. zu dem Sinu deß Winckels BAC 50000. alſo verhält ſich das halbe Product der zweyen Seiten BA und AC, nemlich 327°. 3'. 6''. zu 163°. 6'. 8''. dem Inhalt deß Triangels. Oder aber/ ſuch nach Lehr dieſes Theils/ Num. 10. die perpendicular BD, doch muſt du zuvor wiſſen/ wie groß der Winckel BAD ſey. Ziehe den bekandten Winckel BAC 150. Grad ab / von zweyen rechten/ als 180 Graden/ ſo bleibt per 13. 1. Euclidis, für den Winckel BAD 30. Grad / deſſen Sinus iſt 50000.

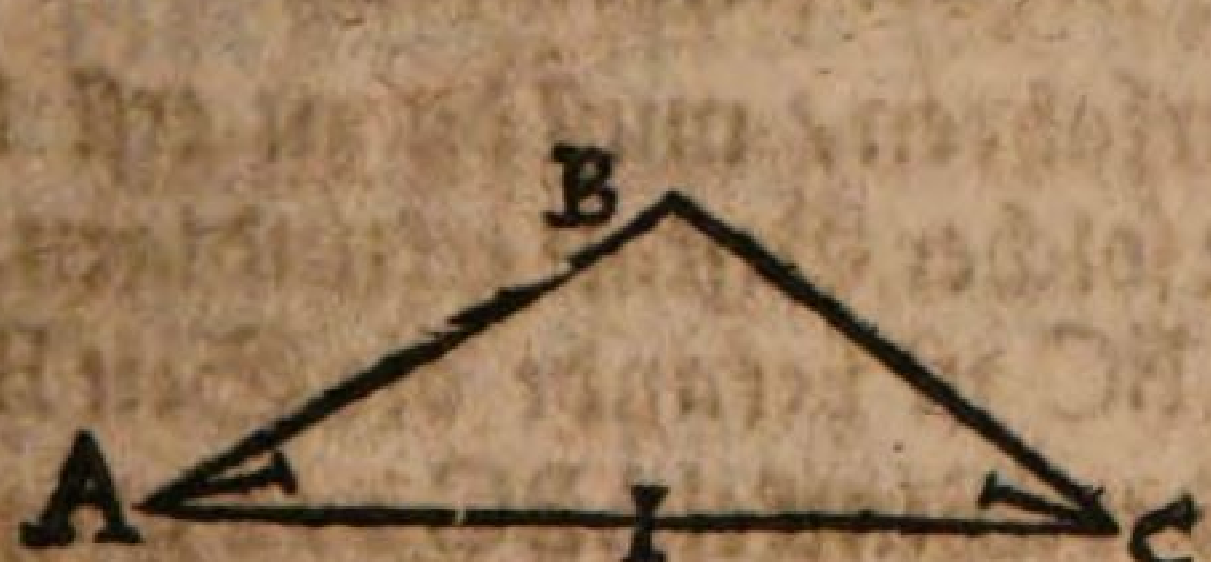
Wie ſich nun verhält der gantz Radius 100000 zu AB 24°. 8'. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels BAD 50000. zu der perpendicular BD 12°. 4'. Handel nun mit der Baſi AC und der perpendicular BD, wie in dieſem Theil / Num. 3. gelehret worden / wirſt du ebenmäſſig 163°. 6'. 8''. befinden.

XII.

Wie man aus einer bekandten Seiten eines Triangels und zweyen bekandten Winckeln / ſo der bekandten Seiten an beyden Orten anhangen/ den Inhalt finden ſoll.

Wenn in einem Triangel zween Winckel bekandt/ ſo kan der dritte/ als das Complement zu zweyen rechten per 32. 1. Eucl. nicht verborgen bleiben.

In gegenwärtigem Triangel ABC ſey die bekandte



Seit AC 20°, der Winckel ABC 30. grad/ 31'. der

 Winckel

Winckels BCA 36 grad/ 52'. deren Summa 67 grad/ 23'. von zweyen rechten / als 180 Grad abgezogen / Reſt für den Winckel ABC 112 gr. 37'.

Wie ſich nun hält der Sinus deß Winckels ABC 92310. zu der bekandten Seiten AC 20°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels BCA 59995. zu der gegen überſtehenden Seiten AB 13°.

Weilen nun die zwo Seiten AB und AC deßgleichen der Winckel von ſolchen Seiten beſchloſſen/ auch bekandt / ſo ſuch den Inhalt / nach Lehr dieſes Theils/ Num. 9. oder 10. wirſt du befinden/ daß er 66°. richtig inhalten thue.

Wilt du aber auch wiſſen / wie lang die Seit AB ſeye / kanſt du dieſelbe ſolcher Geſtalt finden. Denn wie ſich des Winckels BCA Sinus 59995. verhält zu AB 13°. alſo verhält ſich deß Winckels BCA Sinus 50779. zu BC 11°.

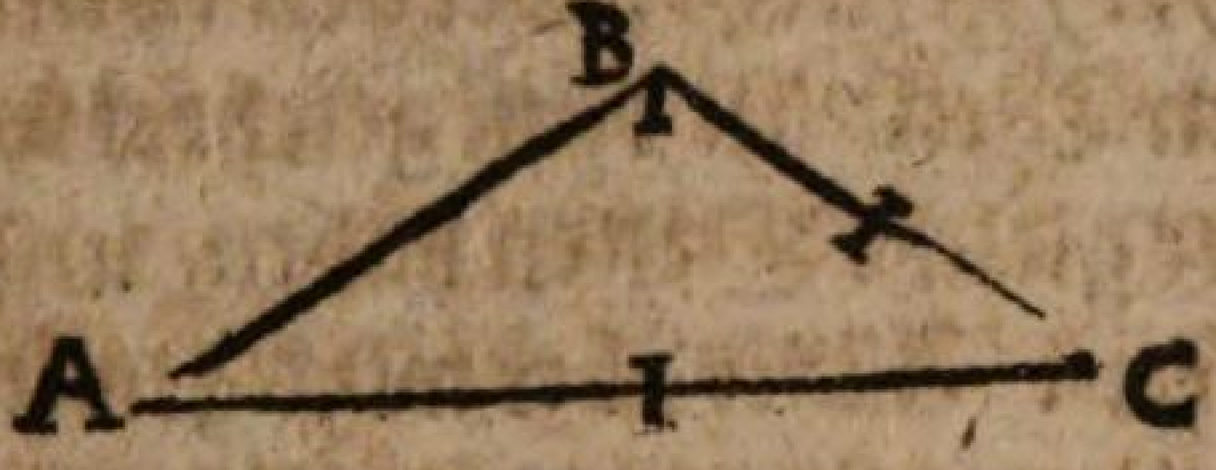
Weiln dir nun alle drey Seiten bekandt / wirſt du nach Lehr dieſes Theils/ Num. 5. für den Inhalt ebenmäſſig 66°. befinden.

XIII.

Wie man aus zwo bekandten Seiten eines Triangels und einem Winckel ſo gegen der einen bekandten Seiten überſtehet/ den Inhalt finden ſoll.

Solches zu erfahren / muſt du zu erſt der übrigen Winckel Gröſſe ſolcher Geſtalt erkundigen. In dieſem Triangel ABC iſt bekandt die Seit BC 10°. die Seit AC 20°. der Winckel ABC 112 gr. 37'. wie ſich nun verhält die Seit AC 20°. zu dem Sinu deß bekandten

ten Winckels ABC 92310. alſo verhält ſich BC 11°. gegen dem Sinu deß Winckels BAC 50779. welcher in den Tabulis gibt 30. gr. 31'. Addir dieſen Winckel



zu dem vorbekandten ABC, kommt 143 gr. 8'. ſolches ziehe ab von 180 grad / bleibt für den Winckel ACB 36 gr. 52'

Haſt alſo die drey Winckel / und zwo bekandte Seiten / daraus du nach der Lehr dieſes Theils / Num. 9. oder 10. den Inhalt 66°. befinden wirſt. Wilt du aber der dritten Seiten AB Länge auch wiſſen / findeſt du ſie ſolcher Geſtalt.

Wie ſich verhält deß Winckels ACB Sinus 50779. zu BC 11°. alſo verhält ſich deß Winckels ACB Sinus 59995. zu AB 13. Weiln nun alle drey Seiten bekandt / wirſt du nach Lehr dieſes Theils / Num. 5. ebenmäſſig 66°. befinden.

Iſt alſo von Triangeln verhoffentlichen gnug geſagt / wollen nun zu den irreuglirten Vierungen ſchreiten.

XIV.

Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo vier gleiche Seiten / aber nicht winckelrechte Ecken hat / welches Rhombus genennet wird.

Annot. Dieſe und andere termini oder Kunſt-Wörter werden in dem Andern Theil beyſammen erklä-

erklåret. Da ſie von demjenigen / dem ſie unbekandt / und zwar (wer meinen Rahſt folgen will / gleich Anfangs / ehe man mit dem Authore zu Werck gehet) geſuchet werden können.

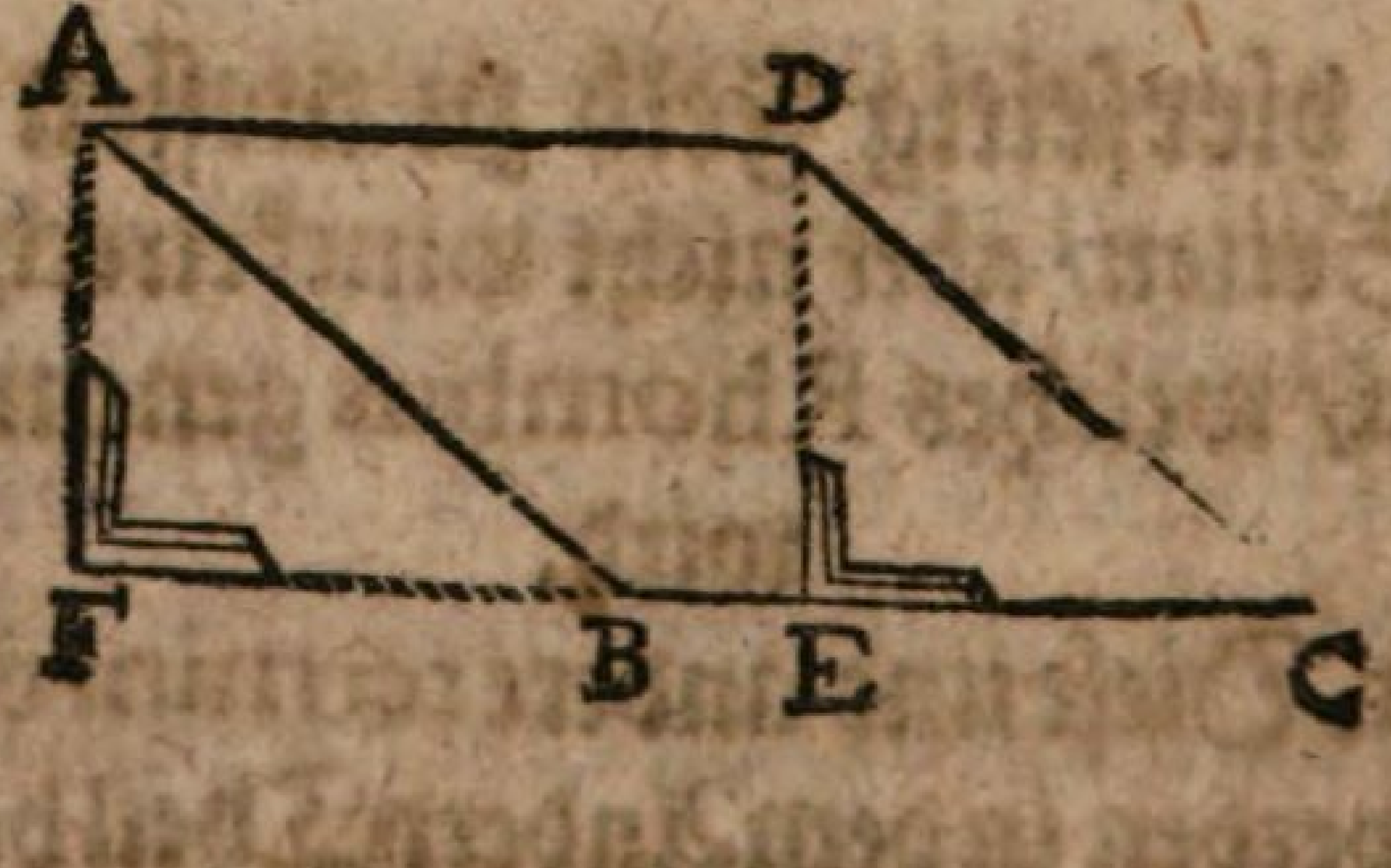
In dieſem Theil / N. 1. iſt gelehret worden / wie die Felder ſo vier gleiche Seiten haben / und Winckelrecht ſeyn / zu meſſen : Allhie aber wird gewieſen / wie damit zu handeln / wenn ſie nicht winckelrecht.

Daraus abermal erſcheinen wird / wie gröblich diejenigen irren / ſo allein der Seiten Länge / und dargegen der Winckel oder Ecken Gröſſe nicht in Acht zu nehmen pflegen.

Und gleichwie vorgehend / Num. 1. dieſes Theils dargethan / daß wenn in einem gevierdten gleichſeitigen Feld (parallelogrammum genannt) nur ein Eck winckelrecht ſeyn müſſen.

Als wenn allhie nur ein Eck ſchreg / die übrigen drey auch ſchreg (das iſt / nicht winckelrecht) ſeyn müſſen / und wenn eines bekandt / die übrigen drey auch alſo damit gegeben werden : wie aber ſolches zu erfahren / wird bald hernacher folgen.

Wollen zuvor / wie ſolcher Felder Inhalt zu finden / wenn man Gelegenheit dardurch zu gehen / oder aber an zween Seiten darbey zu kommen / anzeigen.



Wegen

Wegen dieſes Felds ABCD, wird mir zwar angezeigt/ daß alle vier Seiten einander gleich/ und jede von 31°. Wenn nun darinnen nur ein Eck winckelrecht/ multiplicire ich ſchlechts nach Lehr/ Num. 1. dieſes Theils/ 31°. mit 31°. käme zwar für den Inhalt heraus 961°. wenn ich aber dem Augenmaß nachſihe/ oder nach Lehr deß Erſten Theils Num. 15. befinde/ daß der Winckel bey B ſtumpff/ dargegen der Winckel bey C ſcharff/ hätte ich mit Köbeln einen Fehler begangen/ muß derhalben diß Feld durch Hülff einer perpendicular, nach Lehr deß Erſten Theils/ Num. 18. wenn ich durch das Feld kommen kan/ auf BC, aus E in D ſuchen. Miß alſo von E nach D, befinde 19°. 5'. 3''. Solches multiplicir ich mit BC 31°. kommt für den Inhalt 605°. 4'. 3''.

Wenn ich aber ohne Schaden durch das Feld nicht kommen kan/ aber die Seiten CB nach F zu erlängern/ Gelegenheit/ ſuch ich ebenmäſſig ein perpendicular FA, welche ſo lang als ED, nemlich 19°. 5'. 3''. damit multiplicir BC 31°. kommt gleichfalls für den Inhalt 605°. 4'. 3''.

Wenn mir aber die Gelegenheit eine oder die ander perpendicular ED, oder FA mit der Ruhten zu meſſen abgeſtrickt/ muß ich aus Erkenntniß der Winckel/ per Tabulas Sinuum, ſolche folgender Geſtalt ſuchen.

Zuvor iſt angemeldet/ daß wo in dergleichen Feldungen nur ein Eck bekandt/ die übrigen drey auch nicht verborgen bleiben werden können.

Such alſo mit einem Quadranten/ oder aber nach Lehr deß Erſten Theils/ Num. 16. die Gröſſe des Winckels BCD, wirſt du befinden/ daß er in dieſem Exempel ſey von 39 gr. 3'. der gegenüber ſtehend BAD iſt gleich

gleich ſo groß/die übrigen zween/ ABC, und ADC, iſt jeder das Complement zu zweyen rechten oder 180. gr. per 29. 1. Eucl. Ziehe alſo ADC, nemlich 39. gr. von 180. bleibt für ADC 140 gr. 57'. Der gegenüberſtehend iſt gleich ſo groß.

Such nun die perpendicular FD, wie in dieſem Theil/ Num. 10. gewieſen worden / ſolcher Geſtalt. Wie ſich verhält der Radius 100000 zu DC 31°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels BCD, nemlich 63000. zu der perpendicular ED 19°. 5'. 3''. damit multiplicir BC 31°. kommt ebenmäſſig wie vor 605°. 4'. 3''. für den wahren Inhalt.

Oder aber ſuch den Inhalt/nach Lehr dieſes Theils / Num. 9. als wenn es zween gleicher Triangel wären/ ſolcher Geſtalt: Wie ſich verhält der Radius 100000. zu dem Sinu deß Winckels BCD 63000. alſo verhält ſich das Product der zwo Seiten BC und CD 961°. zu dem Inhalt/ kommt wie vor 605°. 4'. 3''.

Wenn ich aber ſolchen Felds Inhalt / nach Köbels 1. Regul ſuchen / und die Winckel nicht in Acht nehmen wolte / wurden 951°. heraus kommen / welches doch/weiln diß Feld nicht winckelrecht/gantz falſch iſt.

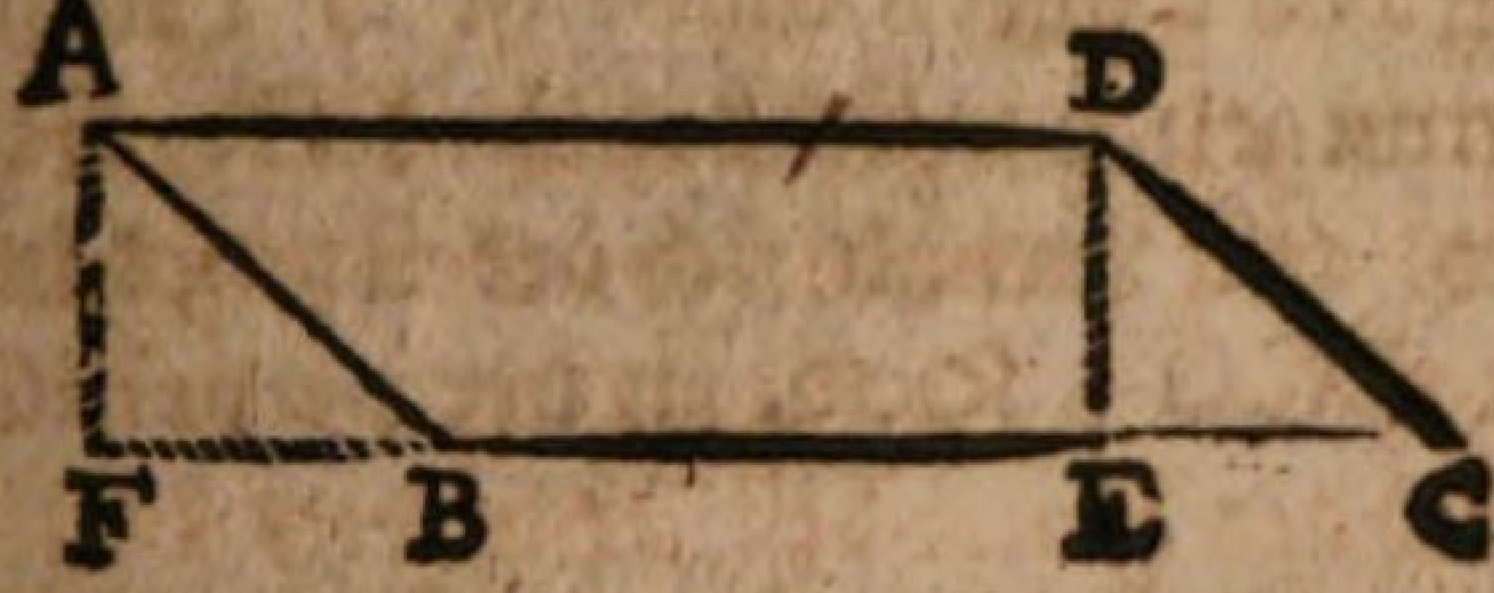
Ziehe nun von nächſtgemeldten 961°. den wahren Inhalt 605°. 4'. 3''. herab/ bleibt 355°. 5'. 7''. um welches Köbel und ſeine Nachfolger zu viel finden/und alſo vormals gröblich fehlen.

XV.

Wie ein überlängt vierſeitig Feld / ſo nicht winckelrecht zu meſſen / darinnen die gegeneinander überſtehende Seiten parallel und gleich ſeyn/ſonſten Rhomboides genannt.

Den

Den Inhalt eines ſolchen Feldes zu finden / iſt die Operatio der vorgehenden in allem gleich / welches aus folgendem Exempel zu vernehmen.



Diß iſt ein geſchoben vierſeitig Feld / darinnen die Seit AD mit BC parallel, und jede 42°. lang / deßgleichen AB mit CD parallel, und jede 20°.

Wenn man ſolch Feld winckelrecht geweſen / hätt ich nur die eine lange Seiten / mit der kürtzern einer multiplicirt / ſo wäre mir der Inhalt ſo balden heraus kommen.

Weiln aber ſolches nicht iſt / wie ich augenſcheinlich ſihe / und nach Lehr des Erſten Theils / Num. 15. befinde / daß die Winckel alle ſchreg / ſo muß ich nach Lehr des Erſten Theils / Num. 18. aus E nach D, oder auf der erlängerten Seiten CB, aus F nach A ein perpendicular ſuchen / welche ich im Meſſen 13°. 2'. befunden / mit ſolcher multiplicir ich die eine längere Seiten / nemlich 42°. komt für den wahren Inhalt 554°. 4'.

Und eben ſo viel / als hätte ich den winckelrechten Triangel DEC, von ſolchem Feld abgeſchnitten / und an ſtatt AFB angehenckt / und alſo ein überlängte winckelrechte Vierung ADEF daraus gemacht / deren Inhalt / nach Lehr dieſes Theils / Nu. 2. leichtlich zu finden.

Wenn ich aber nicht Gelegenheit / die perpendicular ED, oder FA zu meſſen / muß ich ſolche aus Erkenntniß

niß der Winckel/ darzu ich zwar nicht mehr denn eines bedürfftig/ folgender Geſtalt ſuchen.

Mit einem Quadranten/oder nach Lehr deß Erſten Theils/num. 16. befinde ich den Winckel BCD, daß er ſey 41 gr. 18^{1}. deſſen Sinus iſt in Tabulis 66000. Sprich derwegen/wie ſich verhält der Radius 100000. zu DC 20. alſo verhält ſich der Sinus des bekandten Winckels BCD 66000. zu der perpendicular ED $13^{\circ}.2^{1}$.

Damit multiplicir die längere Seiten BC,oder AD 42°. kommt ebenmäſſig $554^{\circ}.4^{1}$.

Oder aber / wie ſich verhält der Radius 100000. zu dem Sinu des Winckels BCD 66000. Alſo verhält ſich das Product der zweyen Seiten BC und DC, nemlich 840°. zu dem Jnhalt komt wie vor $554^{\circ}.4^{1}$.

Köbel und ſeine Schüler hätten/ungeacht der ſchregen Winckel/ nur ſtracks die eine lange Seiten 42°. mit der einen kurtzen/ nemlich 20°. multiplicirt/ und die gefundenen 840. Ruhten für den wahren Jnhalt dargeben/welches aber falſch iſt/wie aus Rami Geom. c. 11. lib. 4. zu beweiſen. Ziehe nnn den wahren Jnhalt $554^{\circ}.4^{1}$. von gedachten 80°. ab/ bleibt $285^{\circ}.6^{1}$. um ſo viel hätte Köbel abermals ſeiner irrigen Meinung nach mehr gefunden/ denn diß Feld an ihm ſelbſten inhalten kan oder mag.

XVI.

Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo zween rechter Winckel nebeneinander hat / aber die vier Seiten alle/ oder auf das wenigſt zwo einander ungleich ſeyn.

Es kan nimmermehr eine Vierung gefunden werden/

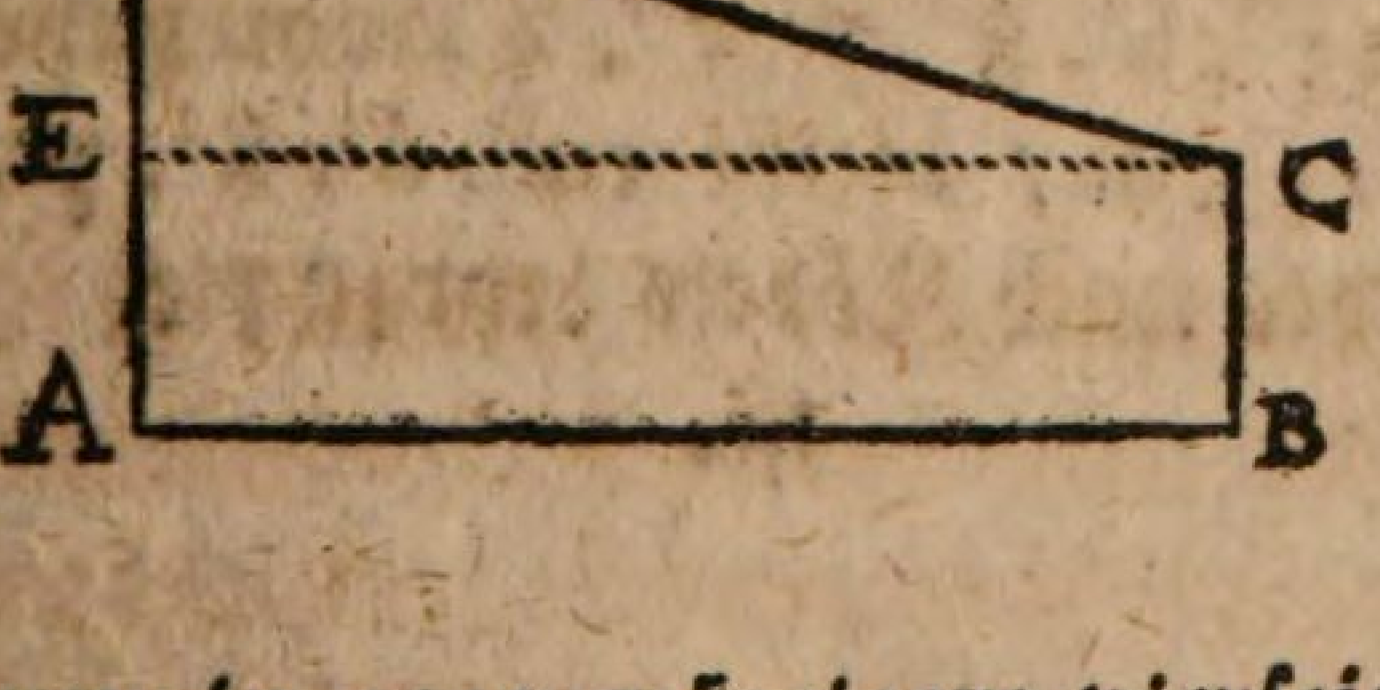
den/ welche drey winckelrechter Ecken hat/ daß das vierdte Eck nicht auch winckelrecht ſeyn müſte.

Denn in einer jeden Vierung/ ſie ſey ſo ſchreg und irregulirt ſie immer wolle/ ſind doch die vier Eck zuſammen nur vier rechten Winckeln gleich. Jnmaſſen Clavius nach der 32. Prop. Euclidis, beweiſt/ daß in einer jeden mit rechten Linien beſchloſſenen Figur/ſo viel rechter Winckel begriffen werden/ als viel nach der Operation übrig bleibt/ wenn die Zahl der Seiten duplirt/ und von ſolchem duplat 4 hinweg geworffen wird.

Als zu einem Exempel: Ein Triangel hat drey Seiten/ ſein duplat iſt 6. Darvon ziehe 4 ab/ Reſt 2. ſo viel rechter Winckel hat ein Triangel.

Ein Feld mit 4 Linien beſchloſſen/ hat 4 Seiten/ ſein duplat iſt 8. Davon ziehe ab 4 Reſt 4 ſo viel rechter Winckel hat ein vierſeitig Feld.

Ein Feld mit fünff Linien beſchloſſen/hat fünff Seiten/ſein duplat iſt 10. Davon ziehe ab 4 Reſt 6 ſo viel rechter Winckel hat ein fünffſeitig Feld. Und handel alſo forthin mit allen Figuren/ ſie ſeyen gleich regulirt oder nicht regulirt/ mit ein, oder ausgebogenen Ecken.



Wenn nun in gegenwärtigem vierſeitigem Exempel ABCD, das Eck DAB und ABC, beyde winckel-

recht befunden / müſſen nohtwendig die zwo Seiten AD und BC (per 27. 1. Euclid.) miteinander parallel ſeyn.

Miſſe nun dieſelben / befindet ſich AD 19^{0}. 5^{1}. und BC 9^{0}. Solcher Summa iſt 18^{0}. 5^{1}. Das Halbtheil davon iſt 14^{0}. 2^{1}. 5^{2}. damit multiplicir die Seiten (ſo beyde rechte Winckel beſchlieſſen hilfft) AB, ſo in Meſſen befunden 36^{0}. kommt für den wahren Inhalt 513^{0}.

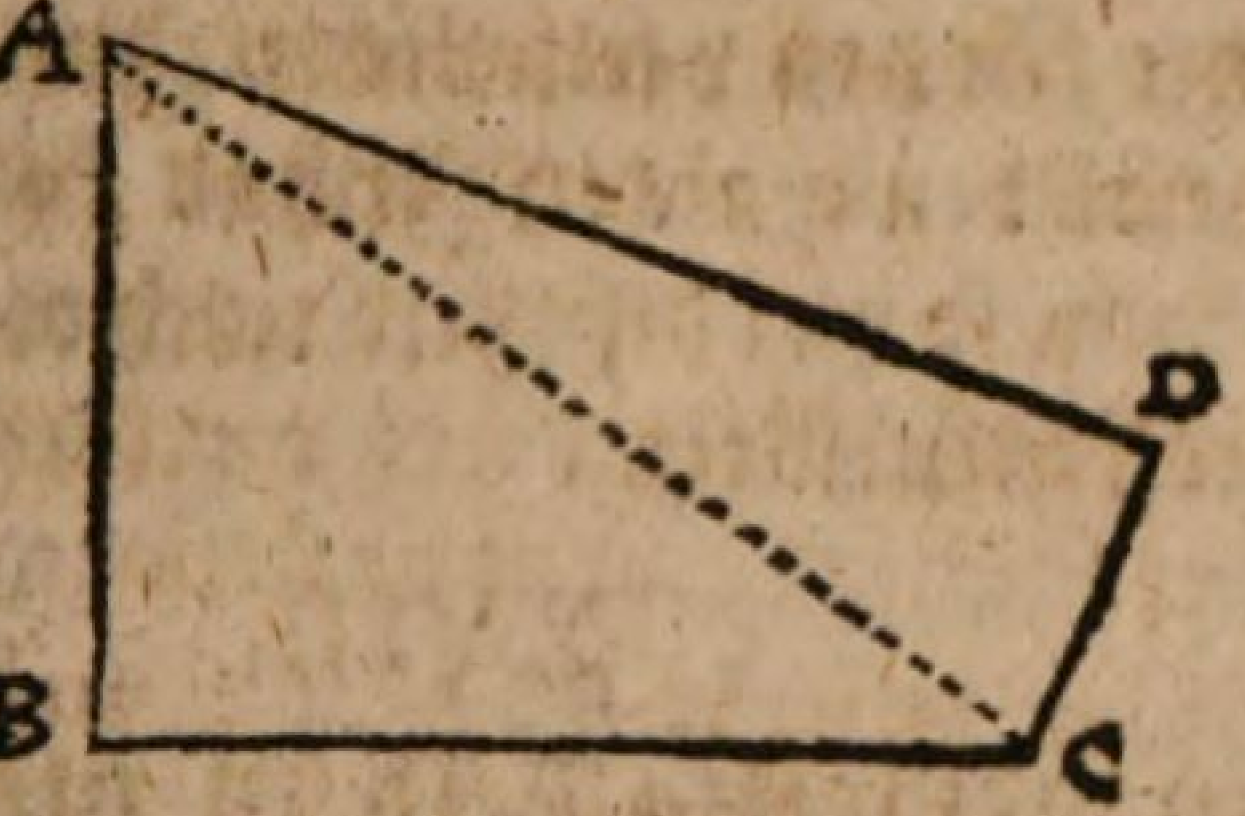
Bedürffe alſo hier zu der vierdten Seiten DC gar nicht. Aber ſolcher Läng ohne einiges Meſſen zu finden / ſo ziehe BC 9^{0} von AD, 19^{0}. 5^{1}. bleibt für ED, 10^{0}. 5^{1}. Solches quadrir, komt 110^{0}. 1^{1}. 5^{2}. deßgleichen quadrir EC, welche gleich iſt AB 36^{0}. komt 1296^{0}. addir dieſe zwey quadrata, thut 1406^{0}. 2^{1}. 5^{2}.

Hieraus zieh Radicem quadratam, nach Lehr deß Erſten Theils / Num. 13. kommt 37^{0}. 5^{1}. für die Läng der Seiten DC per penultimam pr. Euclidis.

Weiln nun alle vier Seiten dir bekandt / ſo rechne dieſes Felds Inhalt auch nach deß Köbels dritten Regul. Nemlich addire die zwo lange Seiten kommt 73^{0}. 5^{1}. Deren Halbtheil iſt 36^{0}. 7^{1}. 5^{2}. Addire auch die zwo kürtzern Seiten / kommt 28^{0}. 5^{1}. mit deren Halbtheil 14^{0}. 2^{1}. 6^{2}. 1. multiplicir der längern zweyen Seiten Halbtheil 36^{0}. 7^{1}. 5^{2}. kommt für den vermeinten Inhalt 523^{0}. 6^{1}. 8^{2}. 7^{3}. 5^{4}. Davon ziehe den wahren Inhalt 513^{0}. ab / bleibt 10^{0}. 6^{1}. 8^{2}. 7^{3}. 5^{4}. welches nach Köbels Lehr zu viel iſt.

XVII.

Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen / ſo zween rechter Winckel / gegeneinander überſtehend hat.



In dieſen gegenwärtigen Feld iſt das Eck ABC winckelrecht / deßgleichen daß Eck ADC, iſt alſo nichts anders / denn zween zuſammen geſtoſſene Winckelrechte Triangel / da in beyden die Seiten / ſo dem rechten Winckel gegenüber ſtehen / gleich ſeyn.

Suche derwegen jedes Inhalt inſonderheit / nach Lehr dieſes Theils / Num 3. oder aber ſolcher Geſtalt:

Im Triangel ABC iſt AB 24°. BC 32°. multiplicier mit der einen halben Seiten / als 12°. die ander gantze / als 32°. kommt 384°. für den Inhalt deß Triangels ABC.

Im Triangel ADC iſt die Seit AD lang 38°. 4ᴵ. die Seit DC 11°. 4ᴵ. multiplicir die eine gantze Seiten als AD 38°. 4ᴵ. mit der andern DC Halbtheil / als 5°. 6ᴵ. kommt 215°. 0ᴵ. 4ᴵᴵ. für den Inhalt des Triangels ADC, darzu addire den vor gefundenen Inhalt deß Triangels ABC 384°. kommt für den gantzen Inhalt dieſes vierſeitigen Felds 599°. 0ᴵ. 42.

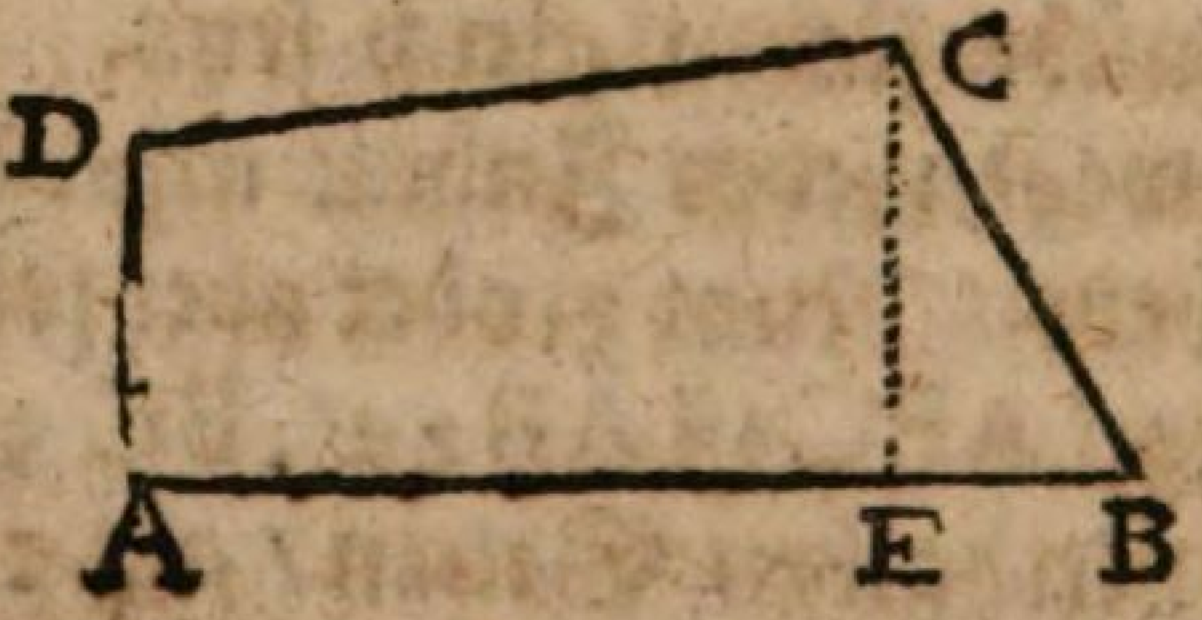
Suche nun ſolchen auch nach Köbels dritter Regel/ nemlich addire AD und BC, kommt 70°. 4'. Deſſen Halbtheil iſt 35°.2'. Ferners addire auch AB und DC, deren Summa iſt 35°. 2'. davon der Halbtheil 17°. 6'.

Multiplicir nun ſolche beyde Halbtheil miteinander/ kommt für den vermeinten Inhalt 619°.5'.2''. davon ziehe ab den wahren Inhalt 599°. 0'. 4''. bleibt 20°.4'.8''. um ſo viel diß Feld nach dieſer irrigen Meinung zu groß gefunden.

XVIII.

Wie ein vierſeitig Feld zu meſſen/ ſo nur einen rechten Winckel hat.

In dieſem Feld ABCD, iſt das Eck DAB winckelrecht. Ziehe nun auf der Seiten AB, nach Lehr deß 1.



Theils/ Num. 18. aus E in C ein perpendicular, welche im Meſſen befunden wird 17°. 3'. 2''.

Suche nun deß Stucks DAEC Inhalt/ weiln es zween rechter Winckel neben einander hat/ nach Lehr dieſes Theils/ Num. 16. ſolcher Geſtalt.

DA befind ſich im Meſſen/ 14°. 5'. CE 17°.3'.2''. Deren Summa iſt 31°. 8'. 2''. Das Halbtheil davon 15°. 9'. 1''. mit AE, ſo im Meſſen 32°. befunden/ multi-

multiplicirt / bringt der Vierung DAEC Inhalt $109^{\circ}.1^{I}.2^{2}$.

Deß Triangels CEB Inhalt/ſuch nach der Lehr dieſes Theils/Num. 3. oder aber multiplicir gantz EC $17^{\circ}.3^{I}.2^{2}$. mit EB 10°. halb / nemlich mit 5°. kommt $86^{\circ}.6^{I}$. Solches addir zu den vor gefundenen $509^{\circ}.1^{I}.2^{2}$. Iſt die Summa für den gantzen Inhalt des Felds ABCD $595^{\circ}.7^{I}.2^{2}$.

Kan man aber wegen Moraſts von E nach C nicht meſſen/oder auch wegen Geſträuch und Bäum/dahin nicht ſehen/ damit EB winckelrecht nach C abgeſchnitten werden könnte/ ſo muß die perpendicular EC durch Rechnen/wie folgt/ geſucht werden.

Durch vor beſchehen Meſſen ſind DA und AB bekandt/miſſe auch BC iſt allhie 20°. Des Winckels EBC Gröſſe findeſt du allhie mit einem Quadranten/ oder nach Lehr deß Erſten Theils/ Num. 16. oder 17. von 60 Graden/ſo iſt denn ſein Complement zu einem rechten für den Winckel ECB von 30 Graden.

Wie ſich nun verhält der Radius 100000 zu BC 20°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels EBC 86603. zu CE $17^{\circ}.3^{I}.2^{2}$.

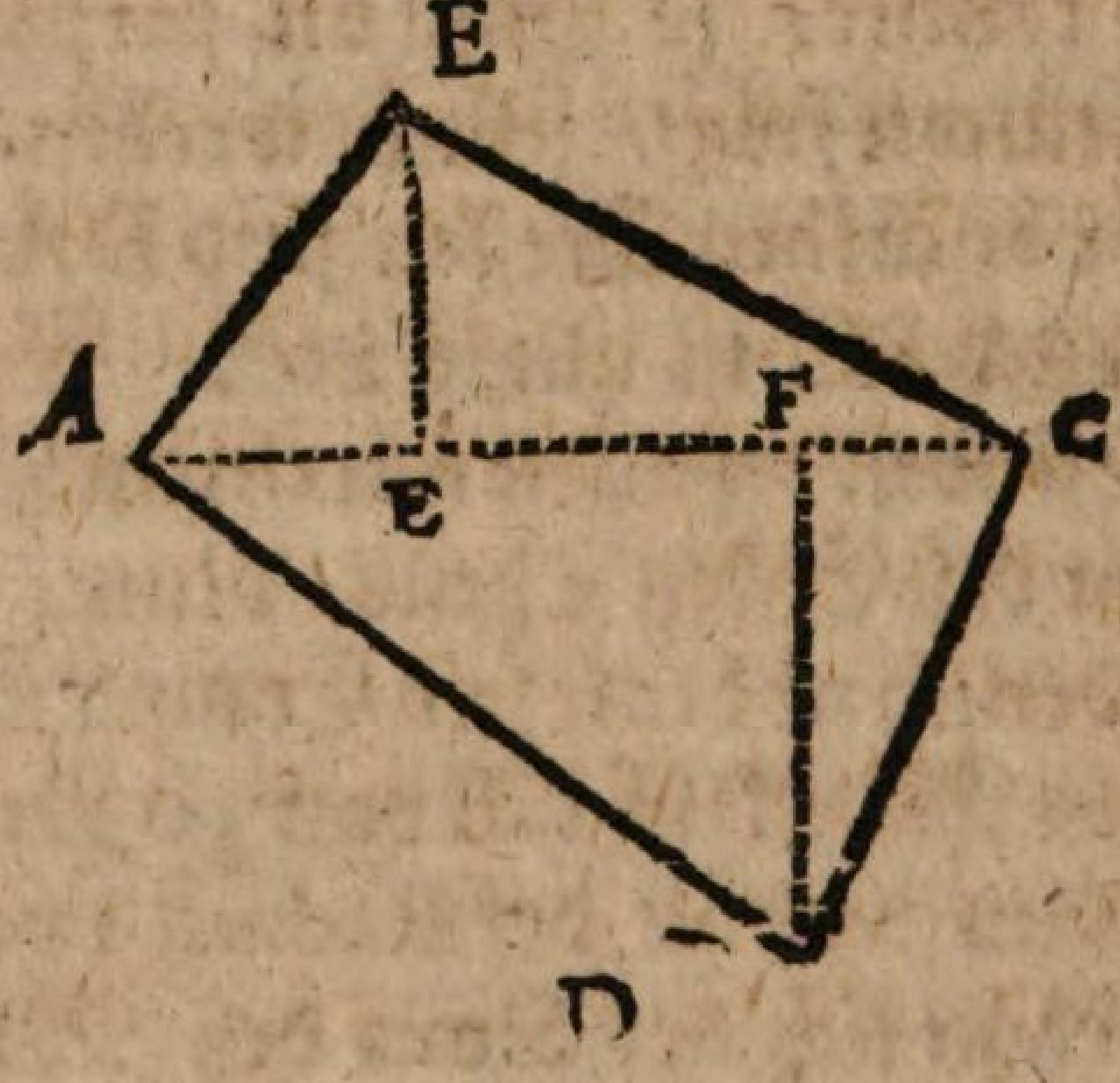
Nun muſt du auch wiſſen/ wie lang EB ſey. Sprich abermals/ wie ſich verhält der Radius 100000. zu BC 20°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels ECB 50000 zu EB 10.

Solches ziehe ab von AB 42°. bleibt für AE 32°. Haſt alſo alle Seiten/ſo zu Erkündigung dieſes Felds Inhalt vonnöthen/ damit handele nun ebenmäſſig/ wie zuvor angezeigt. Wegen Köbels Irrthum/ bey allen Exempeln Erinnerung zu thun / iſt verdrießlich. Aber in Summa davon zu reden/findet er keines vier-

 ſeitigen

ſeitigen Feldes rechten Inhalt / es ſey denn daß in ſolchem die Eck alle vier winckelrecht ſeyn. Iſt alſo ihm und ſeines gleichen nicht gut abzukauffen / verſprechen allweg mehr/ denn ſie in der Werthſchafft lieffern können.

XIX.
Wie eines vierſeitigen Felds Inhalt zu finden/ ungeachtet ob es einen oder keinen rechten Winckel habe oder nicht.



Wenn mir durch dieſes gegenwärtige Feld mit AB CD bezeichnet/zu kommen ungewehrt/ iſt ohne Noht daß ich die äuſſern Seiten meſſe/ſondern theil nur ſolches in zween Triangel / durch die Linien AC, welche ich im Meſſen befinde / daß ſie ſey 31°. 5'.

Darauf ſuch ich/nach Lehr deß 1. Theils/Num. 18. aus E in B, ein perpendicular EB, welche im Meſſen befunden wird 12°.

Rechne nun ſolchen Triangels Inhalt/ nach Lehr dieſes Theils / Num. 4. befinde alſo / daß er richtig 189°. inhalten thue.

Deß-

Deßgleichen handel ich mit dem andern Triangel ADC, davon die Seit AC vor bekandt. Suche denn ebenmäſſig auf derſelben nach D, aus F ein perpendicular, welche im Meſſen ſich 18°. befunden. Rechne alſo ſolchen Triangels Inhalt wie deß vorigen / ſo befinde ich / daß er 283°. 5'. halten thue.

Solcher zweyer Triangel Inhalt zuſammen addirt / kommt für die wahre Gröſſe dieſes Feldes 472°. 5'.

Wenn ich aber nicht dardurch kommen oder ſehen kan / wie unter nächſtvorgehender Numero auch angedeutet / muß ich die vier äuſſern Seiten meſſen / und der Winckel Gröſſe auch / durch der vor offt gedachten Weg einen / erfahren. Und iſt mir zwar genug wenn ich nur zweyer Gröſſe / ſo gegeneinander über ſtehen / in Erkenntniß gebracht habe / daraus ich denn den Inhalt wol finden kan.

Die Seit AB iſt 15°. BC 25°. 5'. der von ſolchen beyden Seiten begriffene Winckel ABC iſt 98. grad / 48'. ſein Sinus (per 2. p, plan. Magini) 98824.

Rechne nun ſolchen Triangels Inhalt nach Lehr dieſes Theils / Num. 9. alſo.

Wie ſich verhält der Radius 100000. zu dem Sinu deß Winckels ABC 98824. alſo verhält ſich das halbe Product der zweyen Seiten AB und BC, nemlich 191°. 2'. 5''. zu dem Inhalt des Triangels ABC 189°.

Im andern Triangel iſt die Seit AD 30°. DC 19°. 5'. der von ſolchen begriffene Winckel iſt 75 grad / 45'. ſein Sinus 96924.

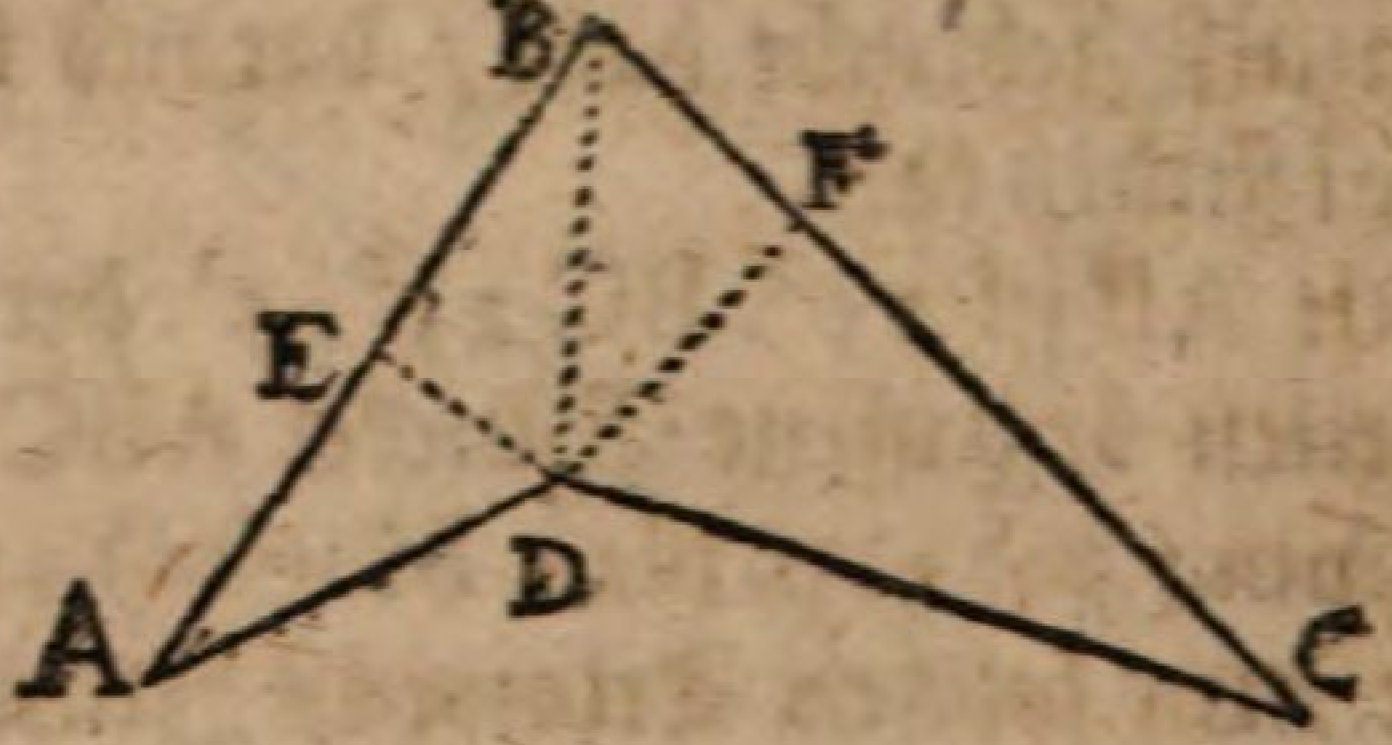
Wie ſich nun verhält der Radius 100000. zu dem Sinu deß Winckels ADC 96924. Alſo verhält ſich das

halbe Product der zweyen Seiten AD und DC, nemlich 292°. 5¹. zu dem Inhalt des Triangels ADC 283°. 5¹.

Darzu addire ich den Triangel ABC 189°. kommt für den Inhalt dieſes gantzen Felds ABCD, 472°. 5¹. und iſt eben ſo viel in der erſten Operation / auch gefunden worden.

XX.

Wie eines vierſeitigen Feldes Inhalt zu finden/ darinnen das eine Eck hineinwarts gewendt.



Das vorgegebene Feld ſey ABCD, theile ſolches durch eine blinde Linien DB in zween Triangel ADB und BDC.

Miſſe nun AB, wird befunden 28°. 9¹. darauf ſuch aus E zu D, nach der Lehr des Erſten Theils/Num. 28. ein perpendicular ED, welche gefunden wird 7°. 2¹. Solchen Triangels Inhalt / ſuche nach Lehr dieſes Theils/Num. 4. kommt 104°. 0¹. 4².

Im Triangel BDC miſſe die Seiten BC, befindet ſich 35°. 7¹. Suche darauf (wie allbereit und vor offt gewieſen) aus F nach D ein perpendicular FD, welche im

im Meſſen befunden wird 13°. 6'. und folgends den Inhalt/ nach Lehr dieſes Theils/ Num. 4. komt 242°. 7'. 6''. Addire nun dieſe zween Triangel/ komme für des gantzen Felds Inhalt 346°. 8'.

Wenn dir aber durch diß Feld zu gehen / oder darüber zu ſehen gewehrt/ muſt du die übrige zwo Seiten/ als AD, welche iſt 15°. 3'. Deßgleichen DC, ſo 28°. 9'. auch meſſen/ und der beyder Winckel BAD und BCD Gröſſe/ nach Lehr deß 1. Theils/ Num. 16. oder 17. ſuchen / welche in dieſem Exempel einander gantz gleich/ und von 28. grad 4'. ſeyn/ deren Sinus iſt 40759.

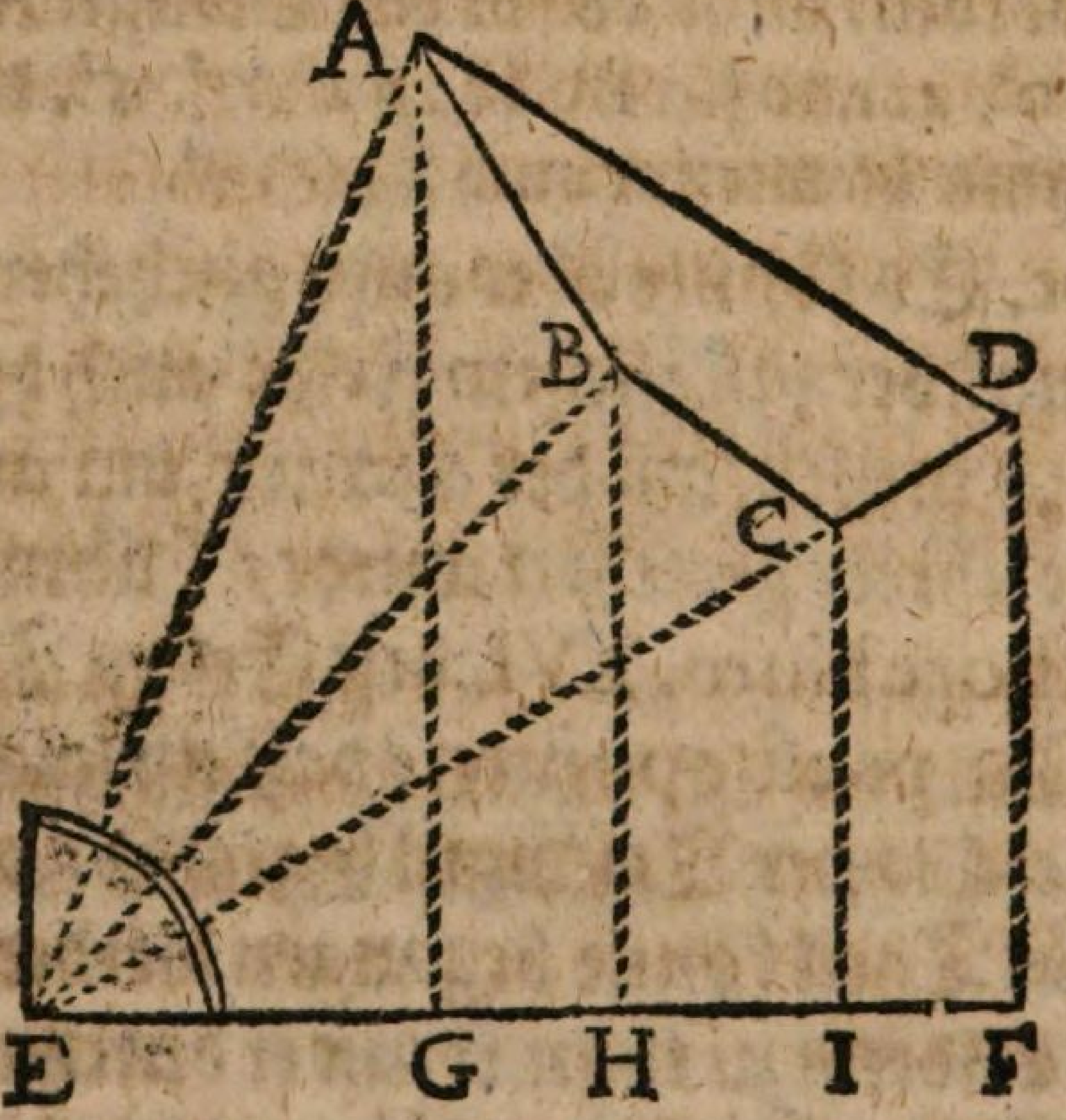
Handele nun damit wie in dieſem Theil/ Num. 9. gelehret worden/ wirſt du für den Triangel ABD finden 104. 0'. 4. und für BCD 242°. 7'. 6''. deren beyden Summa iſt wie vor auch 346°. 8'.

Annot. Es könnte aber auch geſchehen/ daß in ſolchem unübergänglichem Felde auch die Winckel alſo zu meſſen/ wie der Author am angezogenen Orte lehret/ gewehret würde/ (denn der von dem Authore Num. XVI. deß Erſten Theils gezeigte Weg præſupponiret/ daß ein ſolches ſpatium, welches der Triangul begreifft/ aufs wenigſte zum Theil könne begangen werden) fragt ſich/ wie alsdenn zu thun/ wenn er durchaus auch an den Enden nicht könnte übergangen werden? Ich thäte ihm alſo/ wie Fig. II. auf dem Kupffer-Blat A. zu dē Annoratis gehörig/ gezeiget wird. Nemlich ich zöge die Seiten BA und DA, item BC und DC kreutzweis heraus im G und H, item I

und K, ſo hätte ich die Winckel HAG und ICK, die meſſe ich meines Gefallens/ und denen wären gleich die Winckel BAD, BCD.

XXI.
Wie der Inhalt eines Feldes zu finden / da man zu keiner Seiten kommen / viel⸗ weniger dadurch gehen kan.

Gegenwärtig Viereck mit ABCD bezeichnet/ wird mir von ferren zu meſſen fürgeben.



Es iſt aber wegen Waſſer oder Moraſts nicht nä⸗ her darzu zu kommen denn bis zu der Linien EF, dar⸗ auf ich zwar meines Gefallens auf⸗ und abgehen / aber nicht hinüber kan/ ſuche derwegen auf ſolcher / nach A aus

aus G, nach B aus H, nach C aus I, und nach D aus F perpendicular-Linien / wie im Erſten Theil / N. 18. gelehret worden / deren Länge ich / wie hernacher folgen wird / ſuchen muß.

Ich ſihe mir auf der Linien EF ein bequem Ort aus / da ich die vier Eck des Feldes wol ſehen kan / als allhie in E. Darauf richte ich einen Quadranten / daß die Seit / an welcher die Zahl der Graden anfängt / mit EF richtig eintreffe.

Richte ferners das Abſehen deß Quadranten aus E nach A, befinde alſo / daß für den Winckel AEG richtig abgeſchnitten werden 68 gr. 12'. iſt alſo der Winckel EAG 21 gr. 48'.

Ferners richte ich das Abſehen / in vorigem Stand / nach B, befinde / daß 48 grad / 1'. im Quadranten für BEH abgeſchnitten werden. Daraus folgt / daß der Winckel EBH ſeyn müſſe 41 gr. 59'.

Ebenmäſſig richte ich das Abſehen nach C, und befinde daß im Quadranten für den Winckel CEI abgeſchnitten werden 30. grad 58'. Iſt alſo ECI von 59. gr. 2'.

Ich ſolte nun auch letzlichen aus E nach D zielen / weiln aber ED mit EC einfällt / folget daraus / daß der Winckel DEF dem Winckel CEI, und alſo EDF dem Winckel ECI auch gleich ſey / weiln CI und DF miteinander parallel.

Ferners miſſe ich von E nach G, befinde 14°. 4'. von G nach H 7°. 2'. von H nach I, 8°. 4'. von I nach F 6°. Iſt alſo die gantze Linea EF 36°. EI 30°. EH 21°. 6'. EG 14°. 4' wie vor.

Die perpendicular GA zu finden / handel ich ſolcher Geſtalt: Wie ſich verhält deß Winckels EAG 21. gr. 48'.

gr. 48'. Sinus 37137 zu EG 14°. 4'. Alſo verhält ſich deß Winckels AEG 68 grad/12'. Sinus 92849 zu der perpendicular GA 36°.

Die perpendicular HB finde ich alſo: Wie ſich verhält deß Winckels EBH 41 gr. 59'. Sinus 66891. zu EH 21°. 6. Alſo verhält ſich deß Winckels BEH 48 gr. 1'. Sinus 74334 zu HB 24°.

Die perpendicular IC wird ebenmäſſig alſo geſucht: Wie ſich verhält deß Winckels ECI 59 grad 2'. Sinus 85747 zu FI 30°. Alſo verhält ſich deß Winckels CEI 30 gr. 58'. Sinus 51454 zu IC 18°.

Letzlich die perpendicular FD finde ich (per 46. Euclidis) ſolcher Geſtalt: Wie ſich verhält EI 30°. zu IC 18°. Alſo verhält ſich EF 36°. zu FD nemlich 21°. 6'.

Weiln mir nun alle Linien/ ſo ich zu dieſem Handel bedürfftig/ bekandt/ ſo ſuche ich/ nch Lehr dieſes Theils/ Num. 16. den Inhalt deß gantzen Platz AGFD, wie folget:

GA iſt 36°. FD 21°. 6'. deren Summa 57°. 6'. das Halbtheil davon/ nemlich 28°. 8' multiplicir ich mit GF 21°. 6'. kommt 622°. 0'. 8'.

Davon muß ich die 3. Trapezia oder Vierungen AGHB, deßgleichen BHIC, und CIFD abziehen/ und zuvor deren Inhalt/ wie folgt/ ſuchen.

HA iſt 36°. HB 24. deren Summa 60°. das Halbtheil davon 30°. Multiplicirt mit GH 70.° 2' bringt 216°. für AGHB.

Ferners HB 24°. IC 18°. deren Summa 42°. das Halbtheil davon 11°. multiplicirt mit HI 8°. 4'. bringt 17°. 4'. für BHIG.

Letzlich IC 18°. FD 21°. 6'. deren Summa 39°. 6'. das Halbtheil davon 19°. 8'. Multiplicirt mit IF 6°. bringt 118°. 8'. für CIFD.

Dieſe

Dieſe drey Product, als 216°. deßgleichen 176°. 4'. und 118°. 8'. zuſammen gethan/ kommt 511°. 2'. Solches von obgemeldtem Inhalt deß gantzen Spatii AGFD 622°. 0'. 8''. abgezogen/ bleibt für ABCD 110°. 8'. 8''. welches zu ſuchen geweſen.

Annot. Dieſe Manier iſt zwar an ſich ſelbſten Mathematiſchem Grund gemäß/ dunckt mich aber/ es ſey mehr Kunſt dabey/ als compendii, denn bald geſagt/ aber auf dem Felde langſam præſtiret/ bis man ſo viel gerader Winckel/ als bey G, H, I, F, finde/ und getrauete mir faſt auf den Schlag/ wie in dem Andern Theil gewieſen/ kürtzer davon zu kommen. Nemlich alſo: Weil mir wie die Figur 3 ausweiſet/ auf der Lini EF meines Gefallens zu ſpatziren Raum gelaſſen wird/ meſſe ich dieſelbe/ und nehme auf derſelben 2. Ständ in E und F, meſſe durch den Quadranten oder dergleichen Inſtrument aus E die Winckel AEB, BEC, CEF, und aus F die Winckel AFE, BEF, CFE, DFE, denn da hätte ich über einer Baſi, welche durch Meſſen mit der Ruhten oder Ketten bekandt gemacht/ 4 Trianguln/ deren Winckel bey E und F durch obſervation, und durch Abzug derſelben von zweyen geraden Winckeln auch die Winckel bey A, B, C, D, bekandt/ dadurch denn auch die diſtantiæ EA, EB, EC, ED, durch ſecundam regulam Pitiſci, und die latera AB, BC, CD, AD, endlich auch BD durch tertiam derſelben zu finden/ ſolvirte darauf die zween Trian-

guln

guln ABD, BCD, an welchem alle Seiten bekand/ ſo wåre die gantze Figur ABD ſolviret.

Exempla dergleichen Operationum werden ſich in dem Andern Theil finden. Hier låſſts ſichs nicht wol thun/weil die Winckel bey F nicht gegeben. Bis man aber à poſteriori, das iſt/von dem Facit deß Authoris rechnete / wie ſolche Winckel ſeyn můſſen/daß das Facit dem Facit deß Authoris correſpondirte/ lange Weil nehmen wůrde.

XXII.

Wie man aller vielſeitigen regulirter Feldungen Jnhalt finden ſoll.

Alle vielſeitige Figuren / darinnen nicht allein die Seiten / ſondern auch die Winckel einander gleich / werden regulirt genennet.

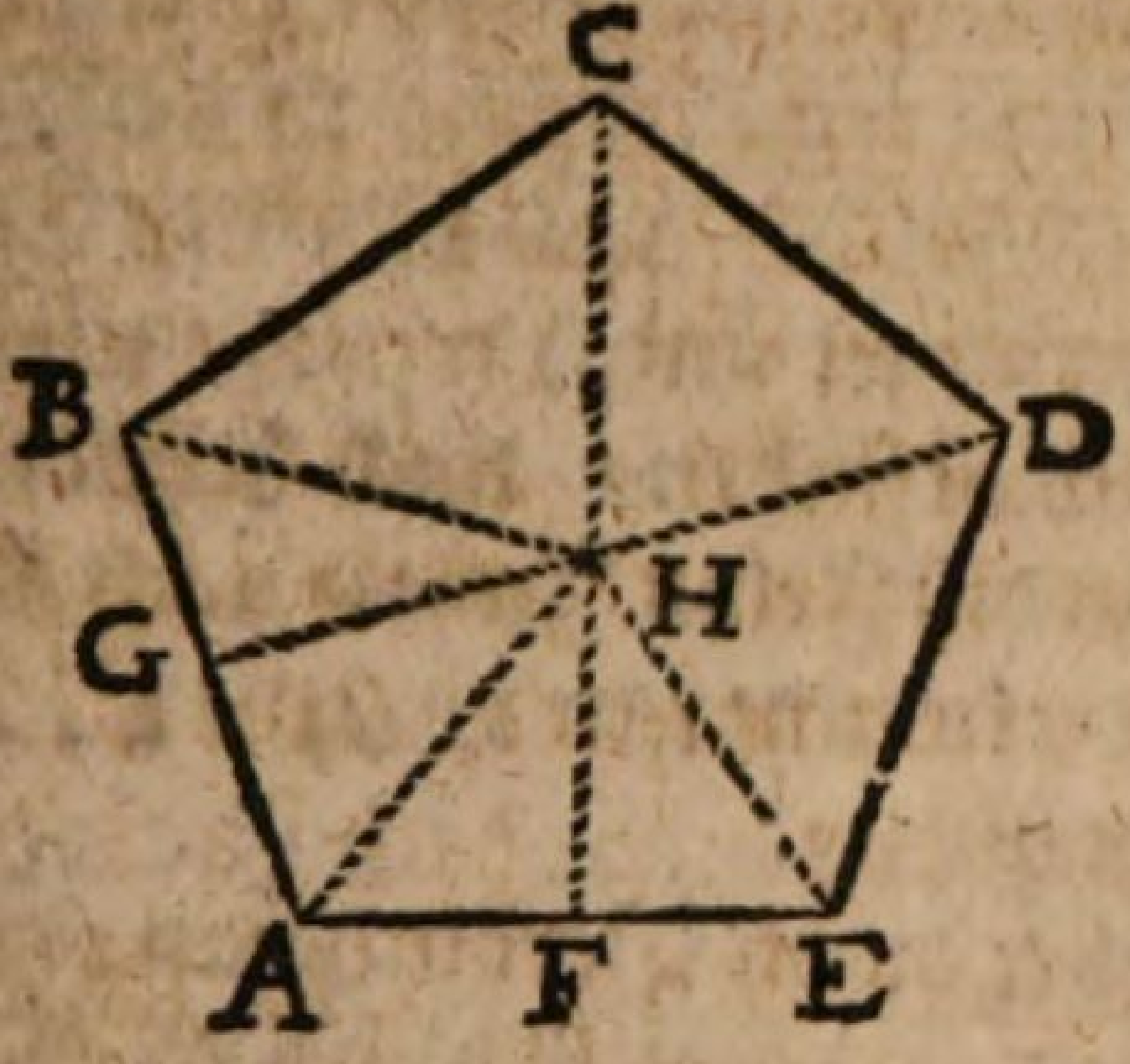
Denn es kan wol ein vielſeitig Feld alle Seiten einander gleich haben/ wenn aber ein Winckel darinnen / den andern ungleich / ſo iſt es irregulirt / und gehöret alſo nicht hieher.

Wollen nun alle regulirte Felder miteinander abfertigen / und unter einer Regul begreiffen / ſie haben gleich 5.6.10.mehr oder weniger Seiten und Winckel.

So viel nun ein ſolch regulirt Feld Seiten hat / in ſo viel gleiche Triangel/ſo alle im centro der Figur zuſammen ſtoſſen / muß es vertheilt werden.

Wenn ich nun nur eines Jnhalt gefunden / multiplicir ich ſolchen mit der Anzahl der Seiten/ ſo kommt mir richtig der Jnhalt deß gantzen Feldes.

Als



Als zu einem Exempel: Ich hab ein regulirt fünff-ſeitig Feld/ mit ABCDE bezeichnet/ zu meſſen/ davon jede Seiten lang 35°. 6'. Darinnen muß ich das centrum F ſolcher Geſtalt ſuchen/ ich theile der Seiten eine/ als allhie AE in zween gleiche Theil in F, und ziehe nach dem gegenüberſtehenden Eck C eine Linien CF.

Ebenmäſſig handele ich auf einer andern Seiten/ als allhie auf AB, theil ſolche in zween gleiche Theil in G, von dannen ziehe ich nach dem gegenüberſtehenden Eck D, ein Linien/ ſo wird die vorgezogene FC durchſchnitten im centro H.

Wenn nun von B und A, deßgleichen von E auch Linien zum centro H gezogen werden/ ſo iſt diß Feld in fünff gleiche Triangel vertheilt. Iſt zwar ohne Noth/ denn ich nur aus einem/ als AHE, den gantzen Inhalt finden kan.

Weilen mir nun AE vor bekandt/ welche lang 35°. 6'. ſo miſſe ich von F nach H, iſt 24°. 5'. daraus befinde ich/ nach Lehr dieſes Theils Nu. 6, daß dieſer Triangel inhalten thue 436°. 1'.

Sole

Solcher Triangel ſind in dieſem Feld 5. multiplicirt alſo den nächſtgefundenen Inhalt mit 5. kommt für das gantz fünffſeitig regulirt Feld $2180^{0}.\ 5^{1}$.

Man kan auch ſolches/nach Lehr des Erſten Theils/ Num.22. in Triangel und Trapezia vertheilen / und alsdenn den Inhalt finden / nach Lehr dieſes Theils/ Num. 18. wenn diß Felds Inhalt nach Köbels 9 Regul geſucht wird / kommt nur $1883^{0}.\ 2^{1}.\ 4^{2}$. und alſo $296^{0}.\ 2^{1}.\ 6^{2}$. zu wenig.

Wenn ich aber durch Verhinderung / nach vorgedachtem Weg/das centrum H durch Meſſen nicht finden/noch darzu gehen kan/muß ich ſolches durch Rechnung/durch Erkenntniß der Winckel alſo ſuchen.

Ein jedes centrum wird mit 4 rechten Winckeln / das iſt/mit 360 Graden beſchloſſen. Weiln nun diß centrum H mit fünff gleichen Winckeln umfangen / folgt daraus / daß ein jeder vier Fünfftheil eines rechten inhalten müſſe. Denn theile ich 360 mit 5. kommt für den Winckel AHE 72. gr. deſſen Halbtheil iſt für FHE 36. gr. daraus folgt / daß FEH ſeyn müſſe 54. grad.

Wie ſich nun verhält deß Winckels FHE Sinus 58779 zu FE (das iſt zum Halbtheil AE) $17^{0}.\ 8^{1}$. Alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels FEH 80902. zu FH $24^{0}.\ 5^{1}$. Diß multiplicirt mit FE $17^{0}.\ 8^{1}$. kommt für den Triangel AHE $436^{0}.\ 1^{1}$. Solches mit 5. der Anzahl aller Seiten multiplicirt/ kommt für den gantzen Inhalt/wie oben / $2180^{0}.\ 5^{1}$.

Wenn ich die gantze Circumferentz / als 5 mal $35^{0}.\ 6^{1}$. mit halb 178^{0}. mit halb $24^{0}.\ 5^{1}$. oder aber gantz $24^{0}.\ 5^{1}$. mit halb 178. das iſt 89^{0}. multiplicirt hätte/ wäre eben obgemeldt Product $2180^{0}.\ 5^{1}$. heraus kommen.

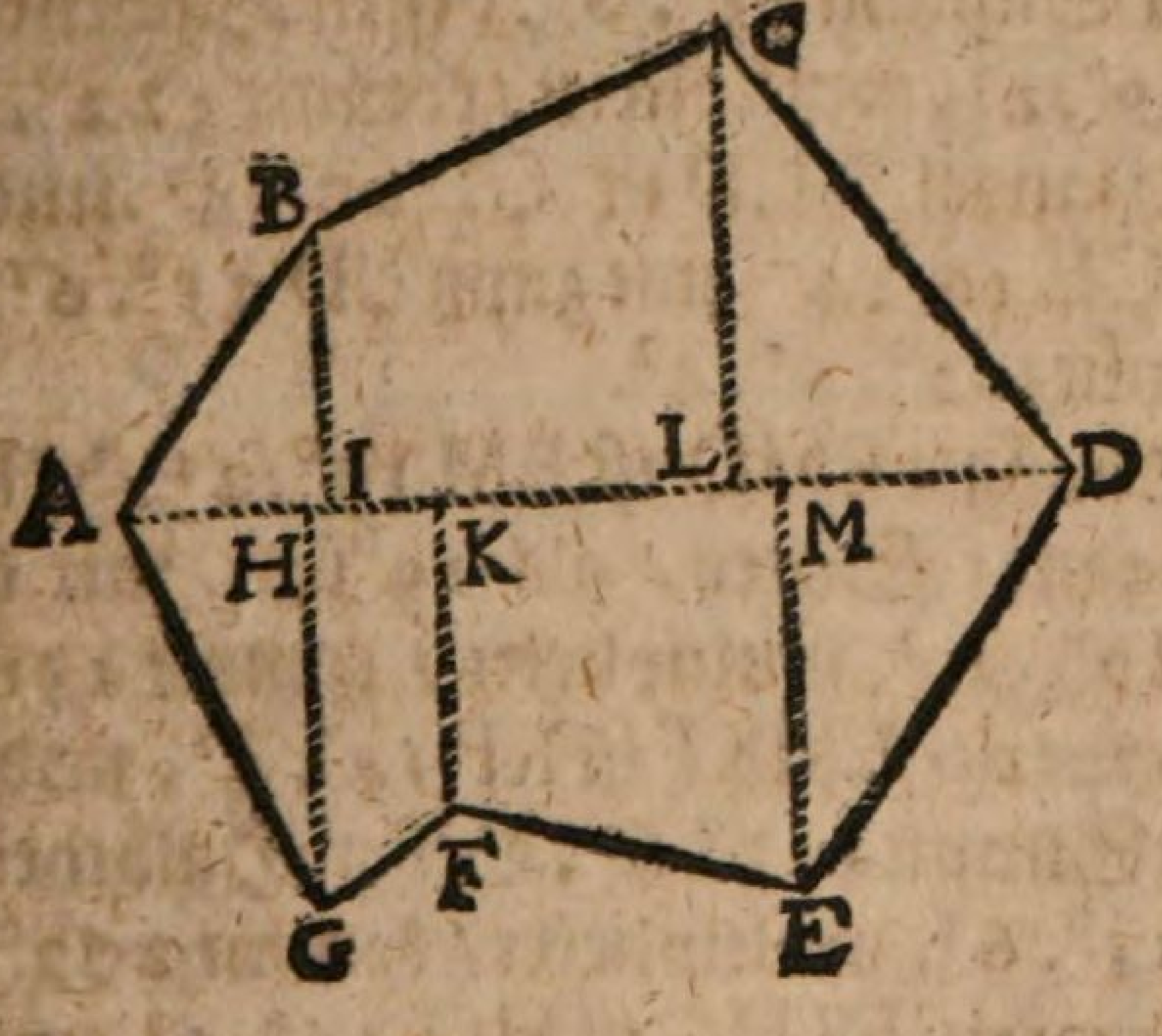
Nicht

Nicht anderſt handelt man mit allen andern regulirten vielſeitigen Feldungen. Allein in denen/ darinnen der Seiten Zahl gerad / wird das centrum anderſt denn in ungeraden geſucht / nemlich man zeucht nur die Eck/ ſo ex diametro gegeneinander überſtehen/ zuſammen/ ſo zerſchneiden ſie ſich miteinander im Centro.

XXXIII.

Wie man aller vielſeitigen irregulirter Feldungen Inhalt finden ſoll / wenn man dadurch kommen kan.

Alle vielſeitige Felder/ ſo nicht regulirt/ müſſen entweder in eitel Triangel/ oder aber in Triangel/ und winckelrechte Trapezia vertheilet werden.



Wie nun deren Inhalt zu finden/ iſt allbereit gnugſam gelehret worden / ſoll aber zu beſſerm Verſtand nur ein Exempel vor die Hand genommen / und wie deſſen Inhalt auf unterſchiedliche Weg zu finden / an

gezeiget werden. Darnach man ſich in allen andern Exempeln / die Feldungen ſeyn gleich von ſo viel Seiten und Ecken ſie wollen / richten kan.

Gegenwärtig irregulirt ſiebenſeitig Feld / ſo mit ABCDEFG bezeichnet/wird mir zu meſſen fürgeben / wenn ich nun unverhindert dadurch kommen kan / iſt es ohne Noth / daß ich die Seiten / damit ſolch Feld beſchloſſen/meſſen ſolte / ſondern theile nur ſolches / nach Lehr deß Erſten Theils/Num. 22. in vier winckelrechte Triangel/ und drey Trapezia, und ſuch der Triangel Inhalt/nach Lehr dieſes Theils / Num. 3. der Trapezien aber/nach Lehr diß Theils/Nu. 16. ſolcher Geſtalt.

Im Triangel AIB iſt AI $9^{\circ}. 6^{1}$. und IB $12^{\circ}. 8^{1}$. die ein gantze Seiten/ als $9^{\circ}. 6^{1}$. mit der andern Halbtheil $6^{\circ}. 4^{1}$. multiplicirt/ kommt für den Inhalt $61^{\circ}. 4^{1}. 4^{2}$. im Trapezio BILC iſt BI $12^{\circ}. 8^{1}$. und LC. $20^{\circ}. 8^{1}$. deren Summa $33^{\circ}. 6^{1}$. deſſen Halbtheil $16^{\circ}. 8^{1}$. mit IL $19^{\circ}. 2^{1}$. multiplicirt / kommt $322^{\circ}. 5^{1}. 6^{2}$.

Im Triangel CLD iſt CL $20^{\circ}. 8^{1}$. und LD $15^{\circ}. 6^{1}$. halb CL $10^{\circ}. 4^{1}$. mit gantz LD $15^{\circ}. 6^{1}$. multiplicirt / kommt $162^{\circ}. 2^{1}. 4^{2}$.

Im Triangel EMD iſt EM $19^{\circ}. 2^{1}$. MD $14^{\circ}. 4^{1}$. die eine gantze Seiten / als $19^{\circ}. 2^{1}$. mit der andern Halbtheil $7^{\circ}. 2^{1}$. multiplicirt / kommt $138^{\circ}. 2^{1}. 4^{2}$.

Im Trapezio EMKF iſt KF $14^{\circ}. 4^{1}$. und ME $19^{\circ}. 2^{1}$. deren Summa $33^{\circ}. 6^{1}$. Deſſen Halbtheil $16^{\circ}. 8^{1}$. mit KM $15^{\circ}. 6^{1}$. multiplicirt / kommt $262^{\circ}. 0^{1}. 8^{2}$.

Im Trapezio FKHG iſt HG $19^{\circ}. 2^{1}$. und FK $14^{\circ}. 4^{1}$. deren Summa $33^{\circ}. 6^{1}$. deſſen Halbtheil $16^{\circ}. 8^{1}$. mit KH $6^{\circ}. 4^{1}$. multiplicirt/ kommt $107^{\circ}. 5^{1}. 2^{2}$.

Im Triangel GHA iſt AH 8°. und HG $19^{\circ}. 2^{1}$. ſolches mit halb AH 4°. multiplicirt/kommt $76^{\circ}. 8^{1}$.

Addire

Addire nun ſolche ſieben Stück zuſammen / als:

Triang. AIB. $61^{\circ}. 4^{1}. 4^{2}.$
Trapez BILC. $322^{\circ}. 5^{1}. 6^{2}.$
Triang. CLD. $162^{\circ}. 2^{1}. 4^{2}.$
Triang. EMD. $138^{\circ}. 2^{1}. 4^{2}.$
Trapez EMKF. $262^{\circ}. 0^{1}. 8^{2}.$
Trapez. FKHG. $107^{\circ}. 5^{1}. 2^{2}.$
Triang. GHA. $76^{\circ}. 8^{1}.$ —

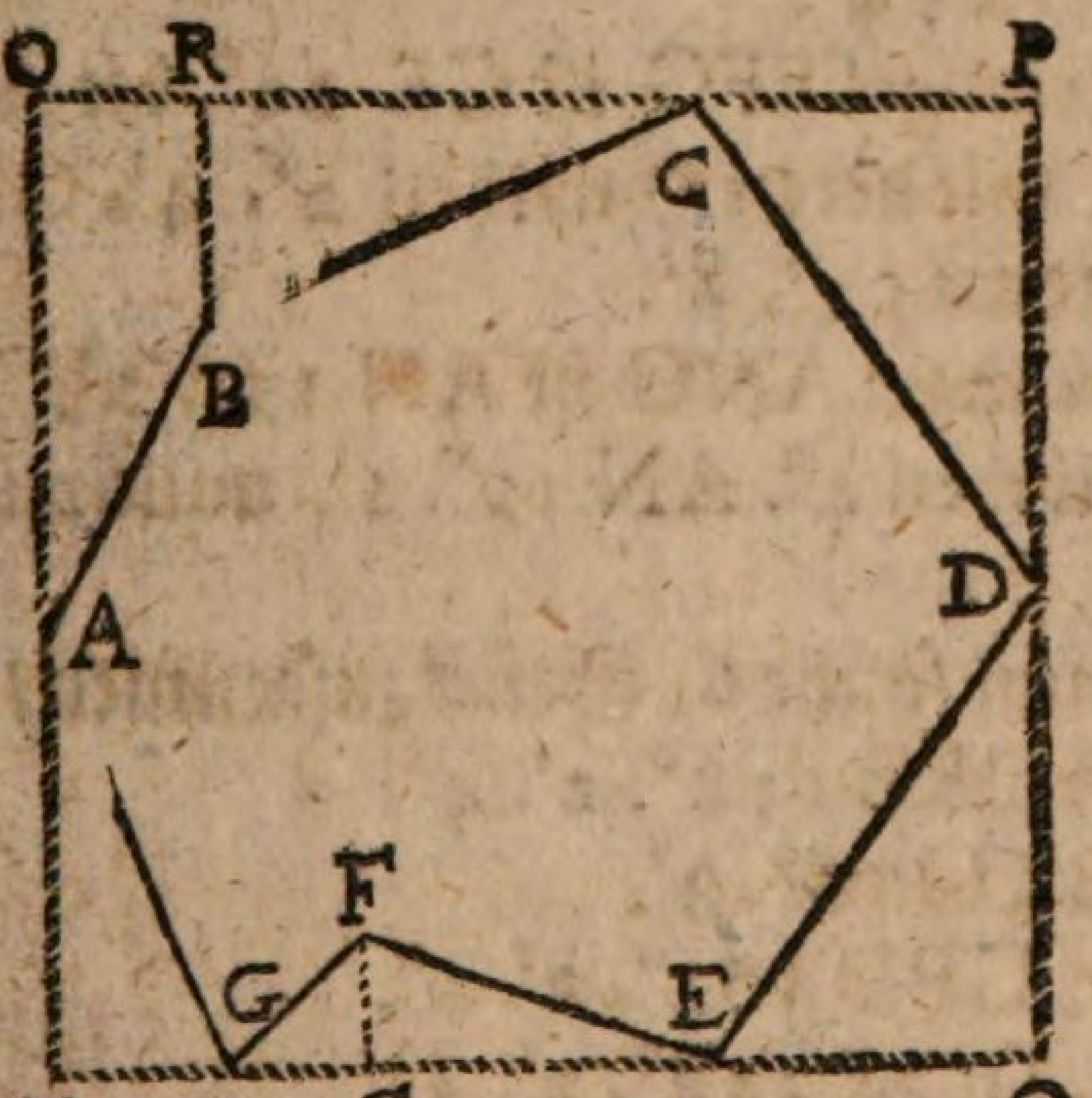
Summa $1130^{\circ}. 8^{1}. 8^{2}.$

Iſt alſo der gantze Inhalt dieſes ſiebenſeitigen irregulirten Felds $1130^{\circ}. 8^{1}. 8^{2}.$

XXIV.

Wie man der irregulirten Feldungen Inhalt finden ſoll / wenn man nicht dadurch kommen / aber ſolche in ein Triangel oder in ein Vierung einſchlieſſen kan.

Zum Exempel ſoll vorgedacht Feld ABCDEFG



wiederum für die Hand genommen / und in eine winckelrechte Vierung NOPQ eingeſchloſſen werden. Davon iſt NO und PQ jede Seite 40°. Aber OP und NQ jede 44°. 4^{1}. Daraus folgt nach der Lehr dieſes Theils / Num. 2. daß dieſe Vierung 1776°. richtig inhalten thue.

Davon müſſen aber abgezogen werden nachfolgende Stücke. Erſtlich das winckelrechte Trapezium AORB, darinnen im Meſſen befunden wird AO 20°. 8^{1}. RB 8°. Deren Summa 28°. 8^{1}. das Halbtheil davon 14°. 4^{1}. multiplicirt mit OR 9°. 6^{1}. kommt 138°. 2^{1}. 4^{2}.

Im Triangel BRC befindet ſich RB 8°. RC 19°. 2^{1}. diß mit halb RB 4°. multiplicirt / komt 76°. 8^{1}.

Im Triangel CPD iſt CP 15°. 6^{1}. PD 20°. 8^{1}. mit deſſen Halbtheil 10°. 4^{1}. CP 15°. 6^{1}. multiplicirt / komt 162°. 2^{1}. 4^{2}.

Im Triangel DQE iſt DQ 19°. 2^{1}. QE 14°. 4^{1}. mit deſſen Halbtheil 70. 2^{2}. DQ 19°. 2^{1}. multiplicirt / komt 138°. 2^{1}. 4^{2}.

Im Triangel EFG iſt GE 22°. die perpendicular FS 4°. 8^{1}. mit deren Halbtheil 2°. 4^{1}. GE 220. multiplicirt / komt 52°. 8^{1}.

Im Triangel ANG iſt AN 19°. 2^{1}. NG 8°. mit deſſen Halbtheil 4°. AN 19°. 2^{1}. multiplicirt / kommt 76°. 8^{1}.

Addir nun ſolche 6. Stück zuſammen / als:

Trapez. AORB 138°. 2^{1}. 4^{2}.
Triang. BRC 76°. 8^{1}.
Triang. CPD 162°. 2^{1}. 4^{2}.
Triang. DQE 138°. 2^{1}. 4^{2}.

Trian.

Triang. EFG 52°. 8'. 0.
Triang. ANG 76°. 8'. 0.

Summa 645°. 1'. 2''.

Ziehe ſolches von obgedachter Vierung NOPQ. 1776°. ab / ſo bleiben für das irregulirt Feld ABCD EFG (wie vorgehends / Num. 23. auch befunden worden (1130°. 8'. 8''.

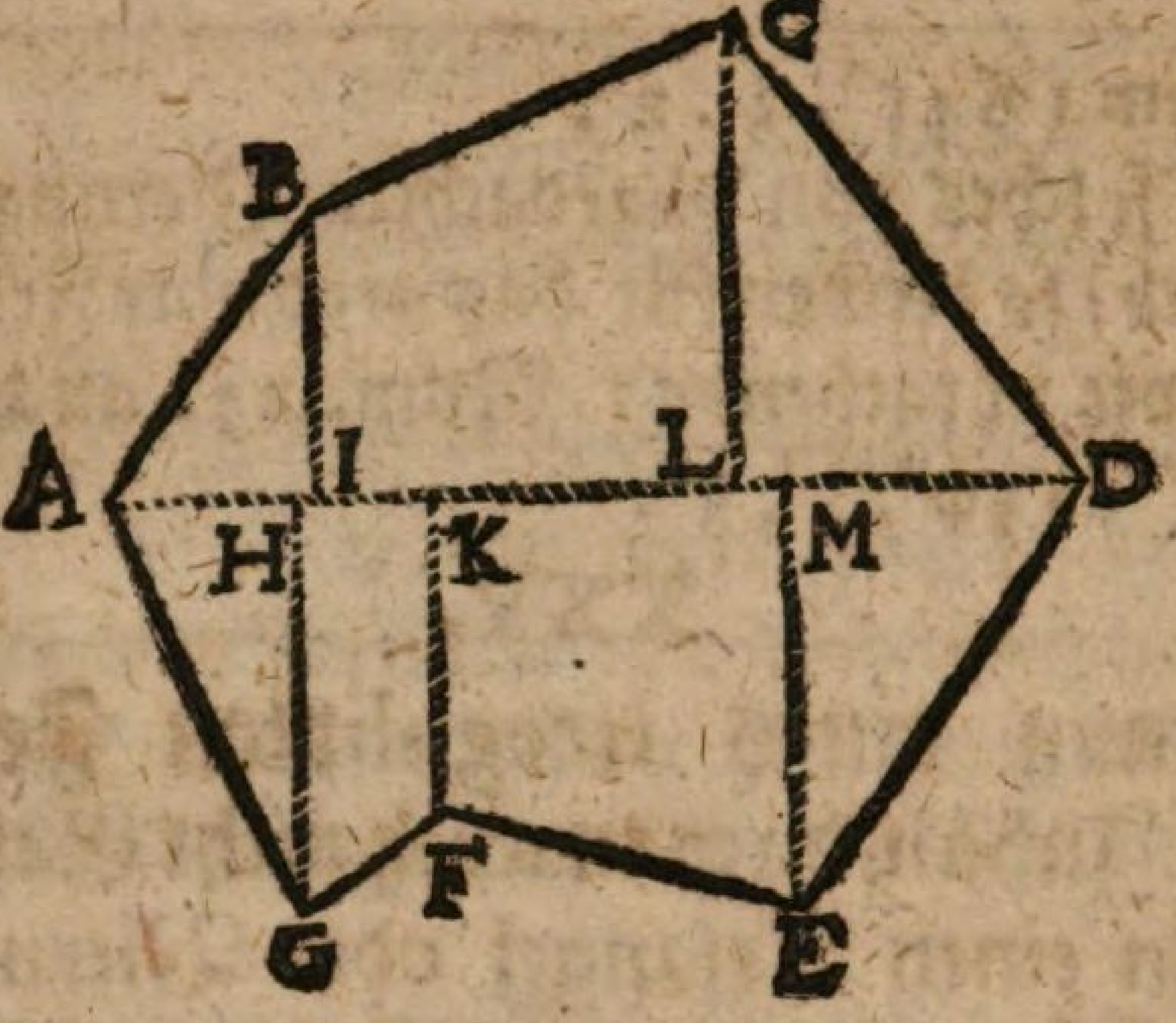
XXV.

Wie man eines irregulirten Felds oder Walds Inhalt / da man auch nicht Gelegenheit / ſolches in einen Triangel oder Vierung einzuſchlieſſen / allein durch Erkänntniß der Seiten und Winckel finden ſoll.

Wie die gemeine Feldmeſſer / mit dergleichen Feldungen umzugehen pflegen / iſt davon im 1. Theil / Num. 24. Anzeigung gethan worden / weilen es aber damit ein gantz gefährlicher Weg / will ich ſolchen fahren laſſen / und wie aus rechten Mathematiſchẽ Grund dergleichen Inhalt zu finden / anzeigen. Und zu beſſerm Verſtand das vorige irregulirt ſieben Eck wiederum für die Hand nehmen.

Und miſſe nun zum erſten aller äuſſern Seiten Länge / und befinde AB 16°. BC 20°. 8'. CD 26°. DE 24°. EF 16°. 3'. 2''. FG 80°. GA 20°. 8'.

Ferners muß ich aber aller Winckel Gröſſe / entweder nach Lehr deß Erſten Theils Num. 16. oder mit einem Quadranten ſuchen. Und befinden ſich die Winckel folgender Geſtalt:



AGF	75. gr. 45^{1}. 0^{2}.
GAB	120. gr. 30^{1}. 37^{2}.
ABC	159. gr. 29^{1}. 22^{2}.
BCD	104. gr. 15^{1}. 0^{2}.
CDE	106. gr. 15^{1}. 38^{2}.
DEF	109. gr. 47^{1}. 14^{2}.
GFE	233. gr. 57^{1}. 9^{2}.

Summa 900. gr. ——

Erſcheinet alſo aus dieſer gantzen Summa/daß ich die Winckel recht gefunden habe: denn nach Lehr dieſes Theils/Num. 16. begreifft ein ſiebenecket Feld 10. rechte Winckel/das iſt 900. grad.

Nun muß ich die Läng der Linien AF und BF, deßgleichen BD und DF auch wiſſen/ welche ich per 3. ax. plan. Pitiſci, ſolcher Geſtalt finden kan.

Im Triangel AGF iſt AG, und GF bekandt/ deßgleichen der Winckel AGF.

Will ich nun wiſſen/ wie lang AF ſey/ ſo muß ich

zuvor

zuvor die Gröſſe der zween Winckel / in dieſem Triangel/als GAF und AFG, auch ſolcher Geſtalt ſuchen.

Wie ſich verhält die Summa der zwo bekandten Seiten/zu ihrer Differentz : alſo verhält ſich die Tangens des Halbtheils der übrigen zweyer Winckel / zu einer andern Tangenten eines Winckels/welcher vom Halbtheil abgezogen/den kleinern Winckel bringt/und dem Halbtheil zugeſetzt den gröſſern Winckel gibt.

Die Summa der zwo bekandten Seiten FG 8°. und GA 20°. 8'. iſt 28°. 8'. ihr Differentz 12°. 8'.

Das Halbtheil der übrigen zweyer Winckel iſt 52. grad/7'. 30''. deſſen Tangens 128571.

Wie ſich nun verhält 28°. 8'. zu 12°. 8'. alſo verhält ſich 128571. zu 57142. welches gibt in Tabulis Tangentium 29 grad / 44'. 40''. ſolches zu 52 grad / 7'. 34°. addirt / kommt für GFA 81 grad/ 52'. 10''. und denn von 52 grad/ 7'. 30''. ſubtrahirt/ kommt für den Winckel GAF 22 grad 22'. 50''.

Wie ſich nun verhält der Sinus deß Winckels EAF 38075. zu GF 8°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels AGF 96923. zu AF 20°. 3'. 6''. 4'''.

Die Linien BF zu finden / muß ich auch zuvor im Triangel ABF die Winckel haben.

Der Winckel GAB war/wie oben gemeldt/120. gr. 30'. 37''.

Davon ziehe ab den Winckel GAF 22 grad / 22'. 50''. bleibt für BAF 98 grad/ 7'. 47''.

Die Summa der zwo bekandten Seiten als AB 16°. und AF 20°. 3'. 6''. 4'''. iſt 36°. 3'. 6''. 4''', ihr Differentz 4°. 3'. 6''. 4'''.

Das Halbtheil der übrigen zweyer Winckel iſt 40 grad/ 56'. 6''. 30'''. und deſſen Tangens 86730.

Wie ſich nun verhält die Summa der zwo bekandten Seiten $36^{0}.3^{1}.6^{2}.4^{3}$. zu der Differentz $4^{0}.3^{1}.6^{2}.4^{3}$. alſo verhält ſich 86730. zu 10408. welches in Tabulis tangentium gibt 5 gr. $56^{1}.36^{2}$. Solches zu 40. gr. $56^{1}.6^{2}.30^{3}$. addirt/ kommt für den Winckel ABF 46. gr. $52^{1}.37^{2}.30^{3}$. und denn von 40 gr. $56^{1}.6^{2}.30^{3}$. ſubtrahirt/ kommt für den Winckel AFB 34 gr. $59^{1}.35^{2}.30^{3}$.

Wie ſich nun verhält der Sinus des Winckels AFB 57348 zu AB 16^{0}. Alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels BAF 98998. zu BF $27^{0}.6^{1}.2^{2}$.

Ferners die Linien BD zu finden/ ſo ſind im Triangel BCD, die zwo Linien BC $20^{0}.8^{1}$. CD 26^{0}. wie auch der Winckel BCD 104 gr. 15^{1}. vor bekandt.

Die Summa der zwo bekandten Seiten iſt $46^{0}.8^{1}$. ihr Differentz $5^{0}.2^{1}$. das Halbtheil der übrigen zweyer Winckel iſt 37 gr. $51^{1}.30^{2}$. deſſen Tangens 77777.

Wie ſich nun verhält die Summa der zwo bekandten Seiten $46^{0}.8^{1}$. zu der Differentz $5^{0}.2^{1}$. alſo verhält ſich die Tangens 77777. zu 9642. welches in Tabulis tangentium gar 4 gr. $56^{1}.33^{2}$.

Solches zu 37 gr. $52^{1}.30^{2}$. addirt/ kommt für den Winckel CBD 42 grad/ $49^{1}.3^{2}$. Und denn von 37. grad/ $52^{1}.30^{2}$. abgezogen/ kommt für den Winckel BDC 32 gr. $55^{1}.57^{2}$.

Wie ſich nun verhält der Sinus deß Winckels CBD 67966. zu CD 26^{0}. Alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels BCD 96923. zu BD $37^{0}.0^{1}.7^{2}.8^{3}$.

Letzlich die Linien DF zu finden/ ſo ſind im Triangel DEF die zwo Linien DE 14^{0}. und EF $16^{0}.3^{1}.2^{2}$. wie auch der Winckel DEF 109. gr. $47^{1}.14^{2}$. vor bekandt.

Die

Die Summa der zwo bekandten Seiten iſt 40°. 3^{1}. 2^{2}. Ihr Differentz 7°. 6^{1}. 8^{2}. Das Halbtheil der übrigen zweyer Winckel iſt 35. gr. 6^{1}. 23^{2}. deſſen Tangens 70298.

Wie ſich nun verhält die Summa der zwo bekandtē Seiten 40°. 3^{1}. 2^{2}. zu der Differentz 7°. 6^{1}. 8^{2}. Alſo verhält ſich die Tangens 70298. zu 13390. welches in Tabulis Tangentium gibt 7 gr. 37^{1}. 36^{2}. ſolches zu 35 gr. 6^{1}. 23^{2}. addirt/ kommt für den Winckel DFE. 42. gr. 43^{1}. 59^{2}. und denn von 35. grad/ 61. 23^{2}. abgezogen/ kommt für den Winckel EDF 27. gr. 28°. 47^{2}.

Wie ſich nun verhält der Sinus deß Winckels DFE 67853. zu ED 24°. alſo verhält ſich der Sinus deß Winckels DEF 94095. zu DF 33°. 2^{1}. 7^{2}. 9^{3}.

Sind alſo die inwendige Linien/ als AF und FB, deßgleichen BD und DF auch gefunden. Wäre alſo den Inhalt dieſes Felds zu finden gnugſam: wollen aber zum Uberfluß/ damit die Calculation / zur Prob / auf unterſchiedliche Weg / verricht möge werden / deß innern Triangels BDF Winckel auch ſuchen.

Der Winckel ABF iſt gefunden worden 46 gr. 52^{1}. 37^{2}. 30^{3}. Der Winckel CBD 42. gr. 49^{1}. 3^{2}. Deren Summa 189. gr. 41^{1}. 40^{2}. 30^{3}. Von ABC 149. gr. 29^{1}. 22^{2}. abgezogen / bleibt für FBD 59 gr. 47^{1}. 41^{2}. 30^{3}. Der Winckel BDC iſt gefunden worden 32. gr. 55^{1}. 57^{2}. der Winckel EDF 27. gr. 28^{1}. 47^{2}. Deren Summa 60. gr. 24^{1}. 44^{2}. von CDE 106. gr. 15^{1}. 38^{2}. abgezogen/ bleibt für BDF 45 gr. 40^{1}. 54^{2}. Hierzu addir den Winckel FBD, 59 gr. 47^{1}. 41^{2}. 30^{3}. kommt 105. gr. 38^{1}. 35^{2}. 30^{3}. Solches ziehe ab von

180. als zweyen rechten Winckeln / bleibt für BFD 74 gr. $21^{1}.24^{2}.30^{3}$.

Sind alſo alle Linien und Winckel in den fünff Triangeln / darein diß Feld vertheilet worden/ gefunden. Such nun deines Gefallens/eines jeden Inhalt/ entweder nach Lehr des Andern Theils/Num. 5. Num. 9. oder Num. 10. wirſt befinden/daß ſie inhalten/ wie folget:

AGF	$80^{0}.6^{1}.4^{2}$.
ABF	$161^{0}.2^{1}.8^{2}$.
BCD	$262^{0}.0^{1}.8^{2}$.
DEF	$184^{0}.3^{1}.2^{2}$.
DEF	$442^{0}.5^{1}.6^{2}$.
Summa	$1130.8^{1}.8^{2}$.

Soll alſo von den Feldern / ſo mit ſcheitrechten Linien beſchloſſen/gnug geſagt ſeyn. Inmaſſen nimmermehr deren eines fürkommen kan/ deſſen Inhalt nicht durch vorgedachter Weg einen könnte gefunden werden. Iſt derowegen ohne Noht/ viel ſeltzame Formen ferners fürzuſtellen. Wollen nun zu den circulrunden und gemiſchten Figuren / ſo mit gebogenen und ſcheitrechten Linien beſchloſſen / ſchreiten.

XXVI.

Wie eines Circulrunden Felds Inhalts zu finden.

Es beweiſt Archimedes , daß der Inhalt eines jeden Circuls gleich ſey einem winckelrechten Triangel/ deſſen zwo Seiten / ſo den rechten Winckel begriffen / eine gleich ſey dem halben Diametro , und die andere

dem

dem gantzen Umkreis deß Circuls. Wenn man alſo den halben Umkreis mit dem halben Diametro multiplicirt/ ſo kommt der Inhalt deß gantzen Circuls heraus.

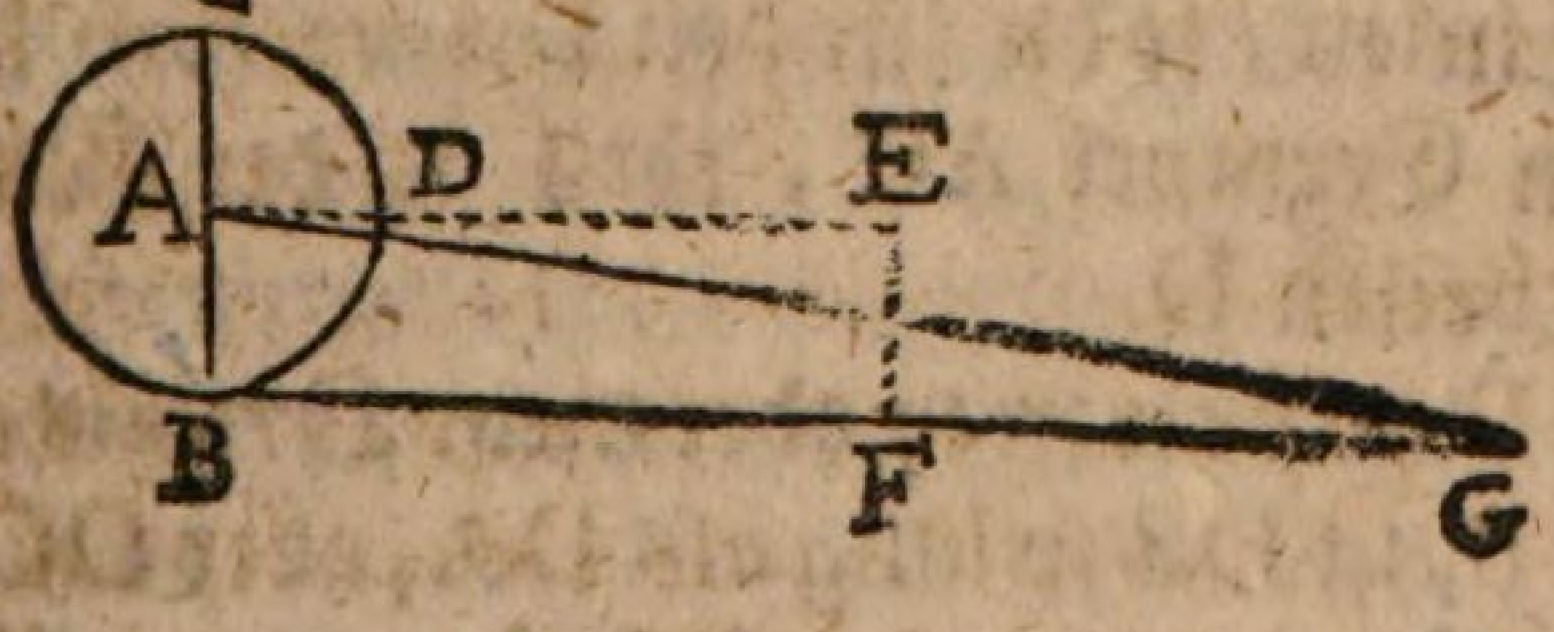
In was Proportion aber der Diameter und der Umkreis eines jeden Circuls ſich gegen einander verhalten / iſt noch nicht eigentlich erfunden / wer Luſt zu ſubtiliſiren hat / mag Ludolphum von Cölln imitiren. Hierinnen aber ſoll deß Archimedis Proportion als die allerleichſte und bequemſte behalten werden/ welche iſt: Wie 7 zu 22. das iſt/ wie ſich 7 hält zu 22. alſo verhält ſich der Diameter eines jeden Circuls zu ſeiner Circumferentz oder Umkreis. Und hingegen/ wie ſich hält 22 zu 7. Alſo verhält ſich die Circumferentz zum Diametro.

Wenn du nun eines Circuls Inhalt finden wilt/ iſt genug/ daß dir eines unter dieſen vorgedachten Zweyen zu wiſſen gemacht/ oder gemeſſen werde/ denn das ander aus dieſer Proportion leichtlich zu finden.

Als zu einem Exempel: Ich hab einen Circul deſſen Diameter BC iſt 21°. was iſt ſein Inhalt?

Solches zu erfahren/ muß ich zuvor den Umkreis ſuchen.

Wie ſich verhält 7 zu 22. alſo verhält ſich 21°. zu 66°. dem Umkreis BCDB.



Mul

Multiplicir den halben Umkreis BDC als 33°. mit dem halben Diametro BA 10°. 5'. kommt 346°. 5'. welches eben ſo viel iſt / als hätte ich halb BG, das iſt/ 33°. mit AB 10°. 5'. multiplicirt / daraus die überlängte winckelrechte Vierung ABFE kommt / gleicher Gröſſe mit vorgedachtem Circul / oder dem winckelrechten Triangel ABG.

Oder aber auf ein andern Weg: Wie ſich verhält 14. zu 11. alſo verhält ſich das Quadratum Diametri zu dem Inhalt deß Circuls.

Vorgedachten Exempels Diameter iſt 21°. deſſen Quadrat iſt 441°.

Wie ſich nun verhält 14 zu 11. alſo verhält ſich 441°. zu dem Inhalt deß Circuls/nemlich 346°. 5'. Jnmaſſen durch den vorigen Weg auch ſo viel gefunden worden.

XXVII.

Wie man eines halben Circuls Inhalt finden ſoll.

Hierinnen handelt man nicht anderſt/denn wie mit den gantzen Circuln / nemlich man multiplicirt deß halben Circuls halben Umkreis / mit dem halben Diametro, das Product zeiget an den Inhalt ſolchen Felds/allein muſt du zuvor / wie hernach folget / erfahren / ob es auch gewiß ein halber Circul ſey oder nicht.

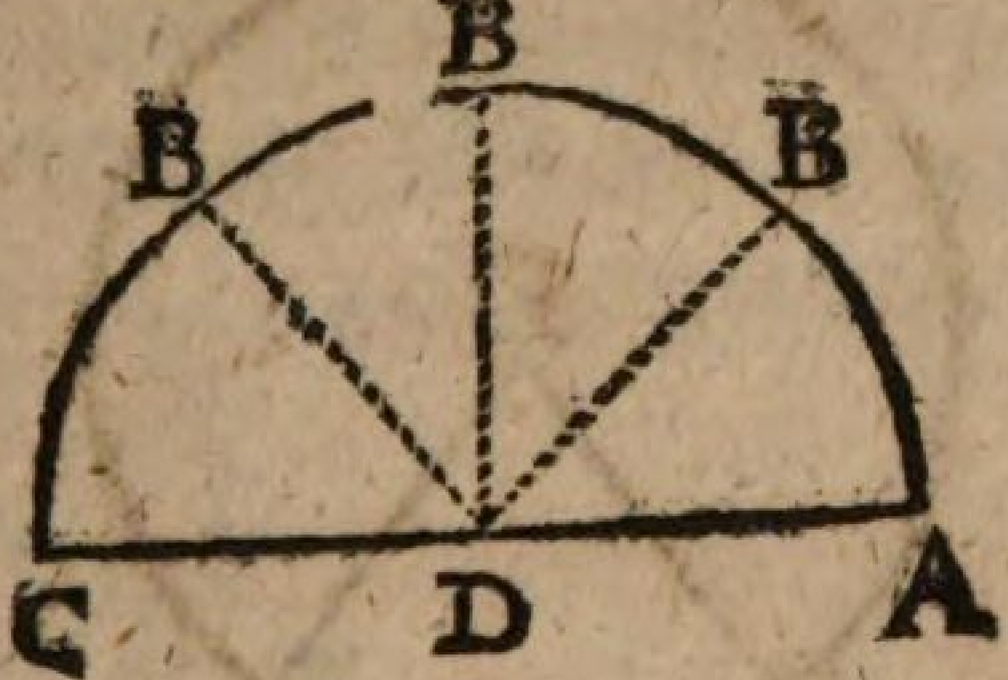
Die Linien / ſo du für den Diametrum hälteſt/ als in dieſem Exempel AC, theil in der Mitt in zween gleiche Theil in D.

Von D miß an zwey oder mehr Ort/bis an Circulbogen in B, iſt DB ſo lang als DA, oder DC, ſo iſt es ein halber Circul / iſt aber DB länger oder kürtzer/ſo iſt

es

es ein Abſchnitt eines Circuls/ Sectio circuli genannt/ davon hernacher / Num. 29.

Jn gegenwärtigem Exempel iſt AC 21°. deſſen Halbtheil AD 10°. 5'. und BD auch 10°. 5'. daraus folgt / daß diß Feld richtig ein halber Circul ſey.



Wie ſich nun verhält 7 zu 11. alſo verhält ſich 21°. zu dem Umkreis ABC 33°. Multiplicir nun halb ABC das iſt 16°. 5'. mit dem halben Diametro AD 10°. 5'. komt für deß Felds Jnhalt 173°. 2' 5".

XXVIII.

Wie der Jnhalt von einem Abſchnitt eines Circuls (Sector circuli genannt) zu finden.

Jch nenne den Ausſchnitt eines Circuls / was zwo rechter Linien/ ſo im centro zuſammen ſtoſſen/ mit dem begriffenen Umkreis / vom gantzen Circul / hinweg ſchneiden / deſſen zweyerley Gattungen ſeyn.

Als in gegenwärtigem Exempel / iſt der Ausſchnitt von den Linien AE, und EC, deßgleichen von dem Stück deß Umkreis CDA begriffen Sector minor, und alſo kleiner von der halbe Circul/ aber das übrige Theil von gedachten zweyen Linien und dem Umkreis ABC begriffen / iſt Sector major, und alſo gröſſer

denn

denn der halbe Circul. Multiplicir nun den halben Umkreis deß Sectoris oder Ausſchnitts mit AE oder CE, ſo kommt der Inhalt deſſelben.

Im vorgenommenen Exempel im kleinern Ausſchnitt AECD ſey ADC 10°. 5'. deſſen Halbtheil 8°. 2'. 5''. mit AE oder CE 10°. 5'. multiplicirt / kommt für denſelben 86°. 6'. 2''. 5'''.

Im gröſſern Ausſchnitt ABCE ſey ABC 49°. 5'. deſſen Halbtheil 24°. 7'. 5''. mit AE oder CE 10°. 5'. multiplicirt / kommt für denſelben 259°. 8'. 7''. 5'''.

Wenn du nun den Umkreis nicht durch Meſſung / ſondern durch Rechnung ſuchen wilt / muſt du zuvor / nach Lehr deß Erſten Theils / Num. 16. erfahren / wie groß der Winckel im centro ſey / ſo die zwo Linien begreiffen / als in dieſem Exempel AEC, welchen ich gefunden/ daß er richtig 90 gr. innen halten thue.

Such in nachfolgender Tafel/ wie viel 90 grad / deren Particul in einem Circul geben / deſſen halber Diameter oder Radius 100000 iſt/ wirſt 157079. befinden.

Wie

Wie ſich nun jetztgedachter Radius hält zu gemeldten 157079. alſo hält ſich AE 10°. 5'. zu ACD 16°. 5'.

Wenn den gantze Graden / auch erſte und andere Scrupul anhangen / muſt du die ihnen zugehörigen Particul zu denen von gantzen Graden gefundenen addiren/und alsdenn/ wie obgemeldt procediren.

Zu einem Exempel: Wenn der Winckel geweſen wäre von 87 gr. 34'. 40''. ſo machen in der Tafel

80 Grad	139626
7 Grad	12217
30'. Scr. pr.	872
4'. Scr. pr.	116
40''. Scr. ſec.	19
Summa	152850

Wäre alſo dieſem nach der Bogen ADC von 152850 Particuln eines Circuls / deſſen Radius, oder halb Diameter 100000. ſolcher Particul innen hält.

(o)

Grad

Grad in Theil eines Circuls verwandelt/ deſſen halber Diameter 100000.

Gr.	Part. cir.	Gr.	Part. cir.
1	1745	60	104719
2	3490	70	122173
3	5235	80	139626
4	6981	90	157079
5	8716	100	174532
6	10471	110	191986
7	12217	120	209439
8	13962	130	226892
9	15707	140	244346
10	17453	150	161799
20	34906	160	279252
30	52359	170	296706
40	69813	180	314159
50	87266	360	628318

Er-

Erſte und andere Scrupul in Theil eines Circuls verwandelt / deſſen halber Diameter 100000.

Scr.	Part. cir.	Sec.	Part. cir.
1	29	1	0
2	58	2	0
3	87	3	1
4	116	4	1
5	145	5	2
6	174	6	2
7	203	7	3
8	232	8	3
9	261	9	4
10	290	10	4
20	581	20	9
30	872	30	14
40	1163	40	19
50	1454	50	24

XXIX.
Wie der Inhalt eines Abſchnitts von einem Circul/ Sectio circuli genannt zu finden.

Durch den Abſchnitt eines Circuls verſtehe ich eine ſolche Figur / ſo von einer geraden Linien und einem Theil deß Umkreis beſchloſſen.

Welcher Abſchnitt entweder gröſſer oder kleiner denn ein halber Circul iſt.

Der Theil deß Umkreis/ als ABC in folgender Figur / wird genannt der Bogen. Die gerade Linea AC chorda oder die Senn. Die Linea BD, Sâgitta, der Boltz oder Pfeil. Und ſind ſolche Stück von der Form eines Armbruſts/ deme die ergäntzte Figur nicht ſehr ungleich ſihet/ alſo genennet worden.

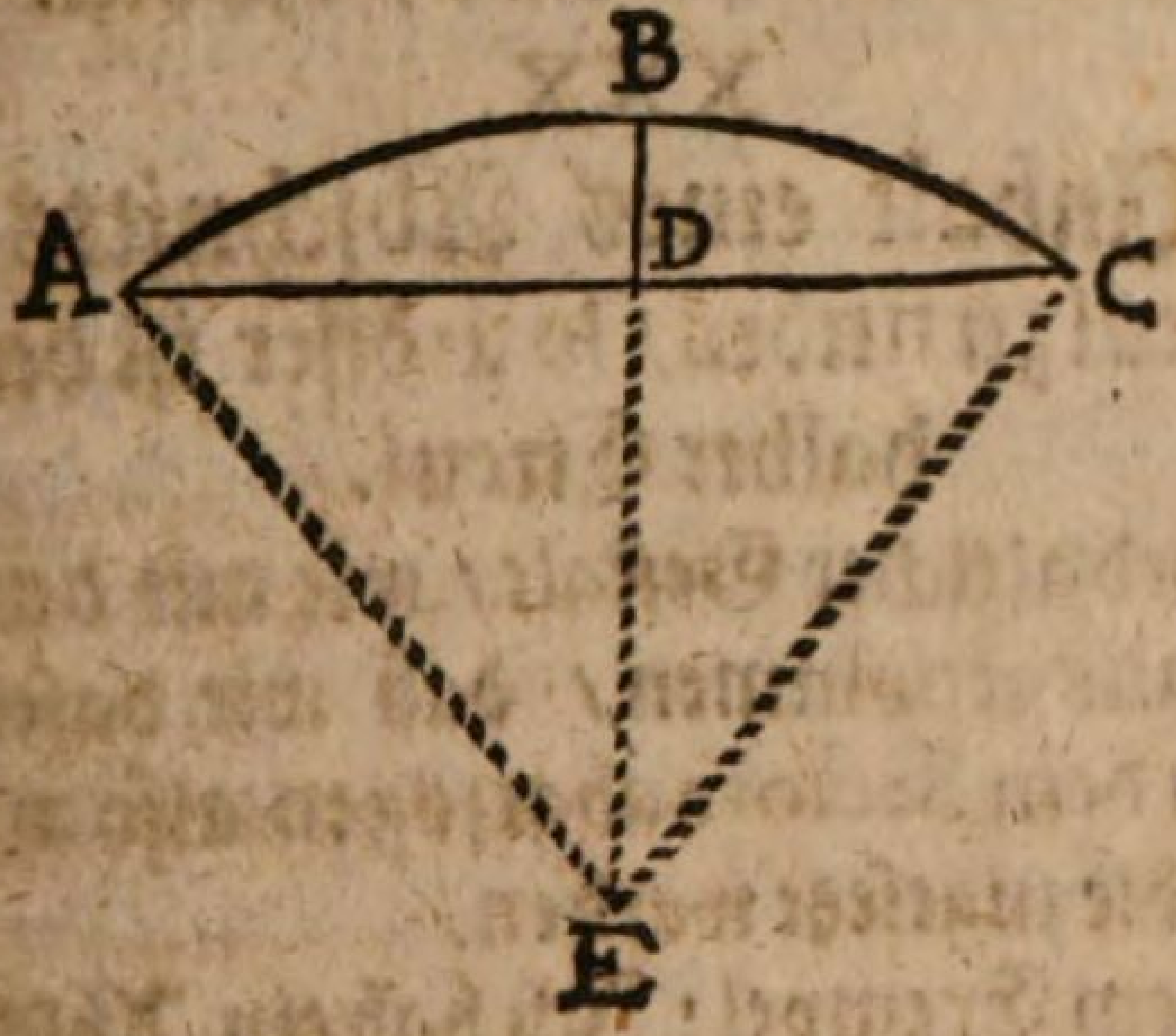
Wollen nun zum beſſern Verſtand aus Andreä Helmreichs / in Anno 1591. publicirter Feldmeſſung/ das 14 Exempel des ſechſten Theils examiniren.

Die Senn oder Chorda AC iſt 60. der Boltz BD 10.

Will ich nun den Inhalt deß Abſchnitts ADCB erfahren / ſo muß ich zuvor deß gantzen Sectoris EABC Inhalt wiſſen / und denn den Triangel EAC davon abziehen / ſo bleibt die Größ deß Abſchnitts ADCB.

Den halben Diametrum AE oder BE ſuch (per 35 tertii Euclidis) ſolcher Geſtalt : Multiplicir die halbe chordam AC, das iſt AD 30 in ſich quadratè, kommt 900. Solches dividir mit dem Boltzen BD 10. Kommt für den Quotienten 90. dartzu addire den Boltzen 10. kommt für den gantzen Diametrum 100. deſſen

deſſen Halbtheil 50. gibt den halben Diametrum AE oder BE. Davon ziehe den Boltzen BD 10 bleibt für DE 40. Helmreich ſetzt $4\frac{2}{3}$. iſt aber um 1^{2}. zu viel Der halbe Bogen AB iſt ſolcher Geſtalt zu ſuchen.



Wie ſich verhält AE 50. zu AD 30. alſo verhält ſich der Radius 100000 zu 60000 dem Sinu deß Winckels AEB, welcher in Tabulis gibt 36 grad/ 52^{1}. 11^{2}. Reſolvir ſolche Grad und Minuten aus obgeſetzter Tafel/ Num. 28. in partes Radii, kommt für AB 64346.

Wie ſich nun verhält der Radius 100000. zu 64346. alſo verhält ſich AE 50. zu dem halben Bogen AB $32^{0}.1^{1}.7^{2}.3^{3}$.

Helmreich hat 33. iſt um $8^{1}.2^{2}.7^{3}$. zu viel.

Multiplicir nun den halben Bogen AB $32^{0}.1^{1}.7^{2}.3^{3}$. mit AE 50^{0}. kommt für den gantzen Sectorem ABCE $1608^{0}.6^{1}.5^{2}$. Helmreich hat 1705 und alſo $96^{0}.3^{1}.5^{2}$. zu viel.

Deß Triangels ACE Gröſſe ſuch nach Lehr dieſes

Theils/ Num. 6. komt 1200°. Helmreich hat 1250. alſo 50 Ruhten zu viel.

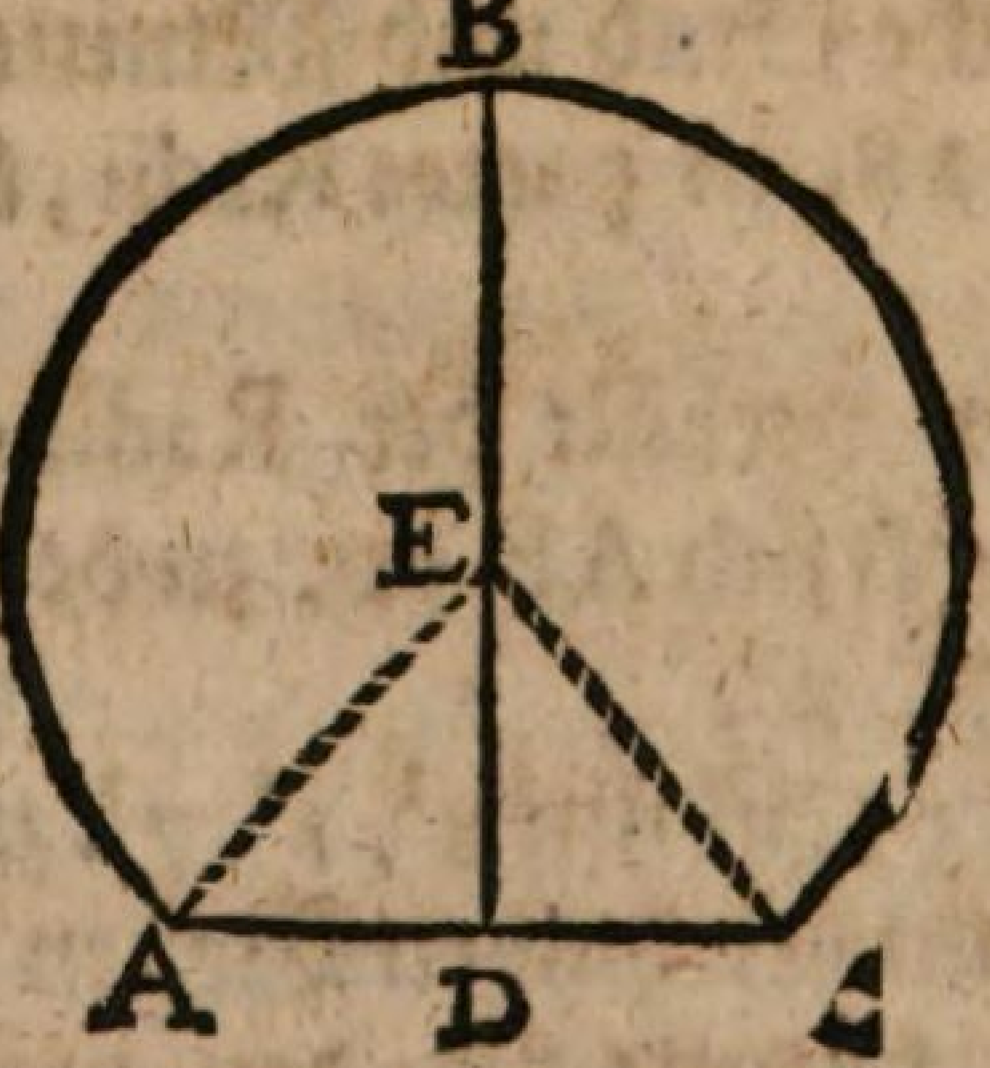
Den wahren Inhalt dieſes Triangels 1200°. ziehe ab von dem Sectore ABCE 1608°. 6'. 5". bleibt für den Abſchnitt ADCB 408°. 6'. 5". Helmreich ſetzt 455 Ruhten/ und alſo 46°. 3'. 5". zu viel.

XXX.

Wie der Inhalt eines Abſchnitts von einem Circul zu finden/ ſo gröſſer iſt denn ein halber Circul.

Hiemit wird gleicher Geſtalt/ wie mit dem kleinern gehandelt/ ausgenommen/ daß wie daſelbſten der Triangel von dem Sectore abgezogen/alſo muß ſolcher demſelben allhie zugeſetzt werden.

Als zu einem Exempel: Ich hab ein Abſchnitt oder Section, ſo gröſſer denn ein halber Circul/als ABCD, deſſen Chorda oder Senn AC iſt 60°. der Boltz BD 90°.



Multiplicir die halb Chordam, als 30. in ſich ſelbſt/ komme

kommt 900. Solches dividir mit dem Boltz BD 90. komt im Quotienten 10. darzu addir den Boltz BD 90 kommt für den gantzen Diametrum 100. Deſſen Halbtheil 50. gibt den halben Diametrum BE oder AE: Davon ziehe den vor gefundenen Quotienten 10. bleibt für ED 40.

Wie ſich nun verhält EA 50 zu AD 30. alſo verhält ſich der Radius 100000. zu 60000. dem Sinu deß Winckels AED, welcher in Tabulis gibt 36 gr. 52'. 11''.

Solches ziehe ab von einem halben Circul/ als 180 gr. bleibt für den Bogen AB 143 gr. 7'. 49'' Reſolvir ſolches aus der Tafel in partes Radii, komt 249807.

Wie ſich nun verhält der Radius 100000. zu 249807. alſo verhält ſich AE 50. zu dem halben Bogen AB 124°. 9'. 0''. 3'''. 5''''.

Multiplicir nun den halben Bogen 124°. 9'. 0''. 3'''. 5''''. mit AE 50. kommt für den gantzen Sectorem AEBC 6245°. 1'. 7''. 5'''.

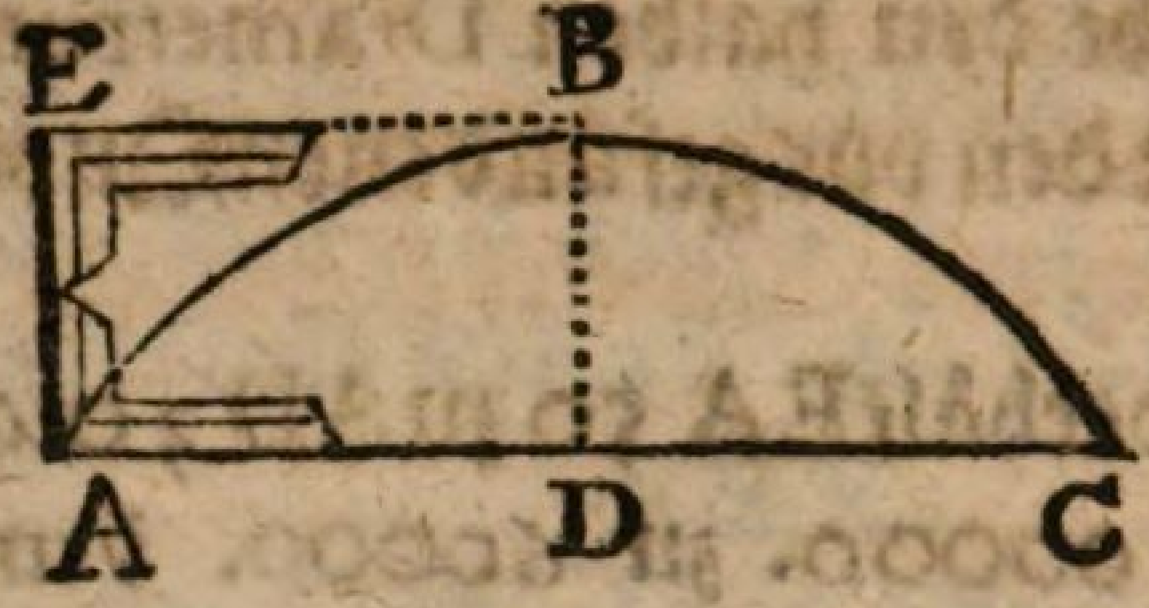
Deß Triangels ACE Gröſſe ſuch nach Lehr dieſes Theils/ Num. 6. kommt 1200°. Solchen addir zu deß Sectoris Inhalt/ kommt für den gantzen Abſchnitt ADCB 7445°. 1'. 7''. 5'''.

XXXI.

Wie der Inhalt eines Abſchnitts zu finden/ wenn allein der Bogen und die Chorda geben wird. Der Boltzen aber vom Mittel der Chordæ nicht zu meſſen iſt.

Wie ſolches zu verrichten/ ſoll auf 3. unterſchiedliche Weg angezeigt werden/ damit wo man in einem

hindert/der ander oder dritte für die Hand genommen werden mög.



Der Bogen ABC ſey 91°. 5'. 2''. die chorda AC 75°. 6'. Weilen ich nun des Boltzen BD Länge haben muß / aber ſolche aus D nach B zu meſſen verhindert wird / ziehe ich von A oder C, nach Lehr des Erſten Theils/ Num. 17. ein perpendicular-Linien AE. Auf AE, ziehe ich gleichfalls ein perpendicular nach B, das iſt nach der Mitte deß Bogens / aus Lehr deß Erſten Theils/ Num. 18. welche ſey EB.

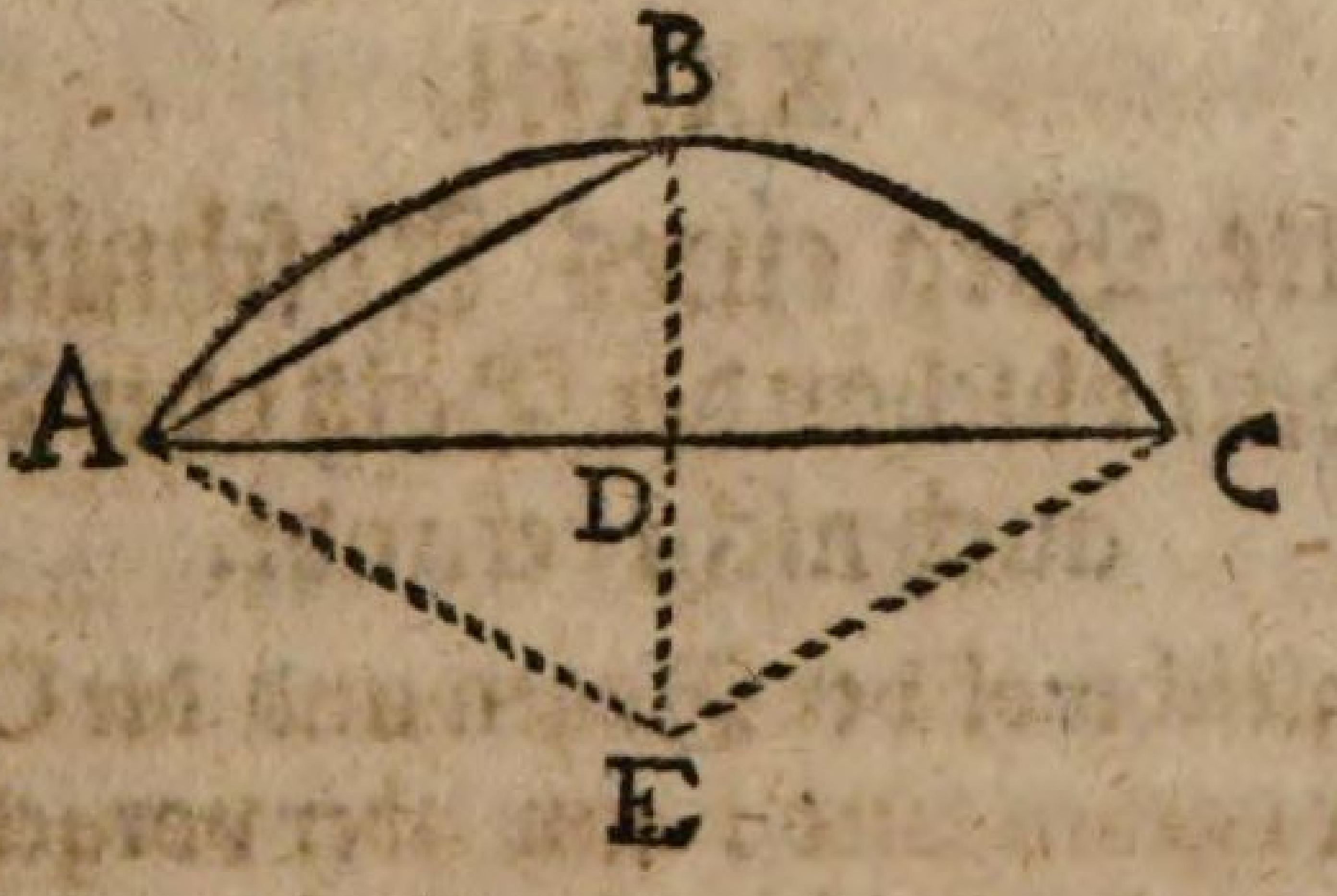
Weiln nun AEBD, ein recht winckelicht parallelogrammum, folgt daraus / daß AE und BD einander gleich ſeyn. So groß ich nun AE im Meſſen befinde/ eben ſo groß auch iſt der Boltz BD. Wenn mir nun derſelbe bekandt / ſo ſuch ich dieſes Abſchnitts Inhalt/ wie in dieſem Theil/ Num. 29. bericht worden.

XXXII.

Auf eine andere Weis den Inhalt eines Abſchnitts von einem Circul / ohne Erkenntniß deß Boltzen / zu finden.

Wo ich aber in voriger Figur von A nach E zu meſſen verhindert würde/aber das Mittel deß Bogens / in folgender Figur mit B verzeichnet / aus A oder C erſehen

hen kan/nim ich des Winckels BAD Gröſſe/mit einem Quadranten / oder ſuche ihn nach Lehr des Erſten Theils/ Num. 16. oder 17. welchen ich nach ſcharffer Rechnung befunden 30 grad/ 5'. 18''. Daraus folgt/ daß ABD oder ABE ſeyn müſſe 90 grad / 54'. 42''. Eben ſo groß auch der Winckel BAE per 5. 1. Euclidis.



Dieſer zweyer Winckel Summa 119 gr. 49'. 24''. von zweyen rechten abgezogen / bleibt für den Winckel im centro BEA 60 grad / 10'. 36''. deſſen Sinus iſt 86756.

Wie ſich nun dieſer verhält zu der halben gegebenen chorda AD 37°. 8' Alſo verhält ſich der Radius 100000. zu dem halben Diametro AE 43°. 5'. 7''. Damit multiplicir den halben Bogen AB 45°. 7'. 6''. kommt für deß Sectoris ABCE Inhalt 1993°. 7'. 6''. 3'''. 2''''.

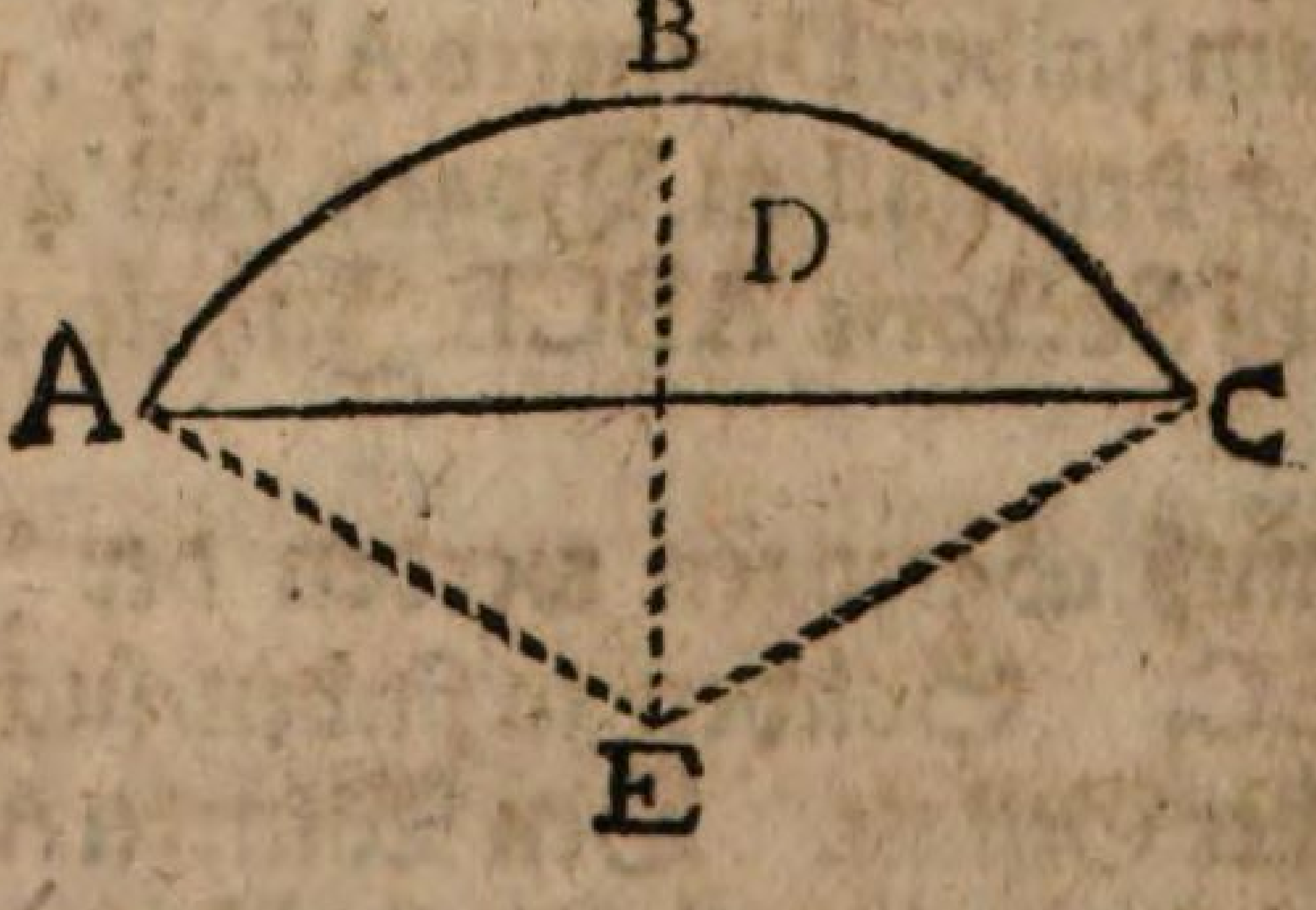
Hiervon muß abgezogen werden der Inhalt deß Triangels AEC. Solchen zu finden/ſuche zuvor die Läng DE ſolcher Geſtalt. Den Winckel AED 60 gr. 10'. 36''. ziehe ab von 90 gr. bleibt für den Winckel DAE 29 gr. 49'. 24''.

Wie ſich nun verhält der Radius 100000. zu AE $43^{\circ}.5^{1}.7^{2}$. Alſo verhält ſich der Sinus deß Winckles DAE 49733. zu DE $21^{\circ}.6^{1}.6^{2}.8^{3}$. Damit multiplicir die halbe Chordam AC, das iſt/ AD $37^{\circ}.8^{1}$. komt für den Inhalt des Triangels ACE $821^{\circ}.0^{1}.5^{2}.0^{3}.4^{4}$. Solches ziehe ab von dem vor gefundenen Sectore $1993^{\circ}.7^{1}.6^{2}.3^{3}.2^{4}$. bleibt für den Inhalt deß Abſchnitts $1172^{\circ}.7^{1}.1^{2}.2^{3}.8^{4}$.

XXXIII.

Der dritte Weg eines Abſchnitts Inhalt zu finden/ obſchon der Boltz oder Sagitta auch nicht bekandt.

Wenn gleichwol der Bogen und die Chorda oder Senn-Linea geben wird: mir aber vorgedachte Weg allerdings abgeſtricket ſeyn/ muß ich in den Tabulis ein ſolchen Sinum ſuchen/ der gegen dem Bogen (in die Theil deß Radii verwandelt) ein ſolche Proportion hab/ wie die halbe chorda AD gegen dem halben Bogen AB. das iſt in dieſem Exempeel AD $37^{\circ}.8^{1}.0^{2}$. gegen AB $45^{\circ}.7^{1}.6^{2}$.



Merck auch weil dem halben Bogen auch zwey Scrupul anhangen/ habe ich der Senn-Linien 0^{2}. zuſetzen

zuſetzen müſſen/ſo der zweyten Scrupul Stell vertritt/ damit die Proportion deſto richtiger zu finden ſey/ es gehet deßwegen dem Halbtheil der Senn-Linien gar nichts zu oder ab/bleibt ein Weg als den andern in voriger Läng.

Wenn mir nun des Winckels AEB Gröſſe bewuſt/ wäre der Sachen ſchon allbereit geholffen/weilen aber daſſelbige nicht iſt/muß ich mich nachfolgenden Wegs gebrauchen: Bilde mir alſo ein/es ſey gedachter Winckel AEB von 60 grad/ deſſen Sinus iſt 86603. und der Bogen AB in partibus Radii, aus der Tafel dieſes Theils/Num. 28. genommen 104719.

Erkündige nun/ per 19.7 Euclidis, ob ſolche Proportionen einander gleich ſeyn. Denn wenn ſich die erſte Zahl zu der andern hält wie die dritte zu der vierdten/ ſo muß das Product, ſo aus Multiplicirung der erſten mit der vierdten kommt/ demjenigen/ ſo aus Multiplicirung der andern mit der dritten kommt/ gleich ſeyn.

Iſt aber die Zahl/ ſo von den zwo mittlern kommt/ gröſſer denn die/ ſo von der erſten und vierdten Zahl komt/ ſo iſt der Winckel zu klein genommen/ muß ihm deßwegen zugeben werden.

Iſt ſie aber kleiner/ ſo iſt der Winckel zu groß genommen/muß ihm deßwegen zugeben werden.

Nun die halb Senn-Linea AD $37^{o}.8^{1}.0^{2}$. iſt in dieſem Exempel die erſte Zahl. Der halb Bogen AB $45^{o}.7^{1}.6^{2}$. die andere. Der Siuus deß 60 grads 86603. iſt die dritte und der Bogen AB in partibus Radii 104719. die vierdte.

Multiplicir nun die erſt mit der vierdten/ kommt 395837820. ferners die ander mit der dritten/ kommt 396295328. G v Weiln

Weilen du nun ſieheſt / daß die Zahl / von den zwo mittlern kommen / am 457508. gröſſer iſt / denn die / ſo von der erſten und vierdten / folgt daraus / daß du den Winckel AEB zu klein genommen.

Setze ihm deßwegen noch zehen erſter Scrupul zu / daß er alſo von 60 grad 10'. Sein Sinus 86748. iſt abermals die dritte Zahl / der Bogen in partibus Radii 105009 die vierdte Zahl / dieſe mit der erſten 3780. multiplicirt bringt 396934020.

Ferners mit der andern Zahl 4576 multiplicir die dritte / 86748. kommt 396958848. welche Zahl abermals (und um 24828) gröſſer denn die / ſo von der erſten und vierdten komen / daraus folget / daß der Winckel noch um etwas zu klein / muß alſo ſeine rechte Gröſſe / durch die Regulam Poſitionum oder Falſi, ſolcher Geſtalt geſucht werden.

Weilen die beyde Poſitiones zu klein genommen / ſo ziehe den kleinern Irrthum / nemlich 24828. von dem Gröſſern 457508 ab / bleibt 432680. ſolches iſt der Diviſor.

Ferners multiplicir die erſte Poſition 60 grad / das iſt in partibus Radii 104719. mit dem Irrthum der andern Poſition 24828. kommt 2599963332. Multiplicir auch die ander Poſition 60 gr. 10'. das iſt 105009 / in partibus Radii, mit dem Irrthum der erſten Poſition 457508. kommt 48042457572. Davon ziehe das vorige Product, bleibt 45442494240. Solches dividir mit obgdeachtem Diviſore 432680. Kommt für den Quotienten 105025. Solches reſolvir aus der Tafel dieſes Theils / Num. 28. in Grad und Minuten / kommt.

Für

Für	104719 Theil	60 gr.	
Für	290 Theil		10^1.
Für	14 Theil		30^2.
Für	2 Theil		6^2.

Summa 105025 Theil 60 gr. 10^1. 36^2.

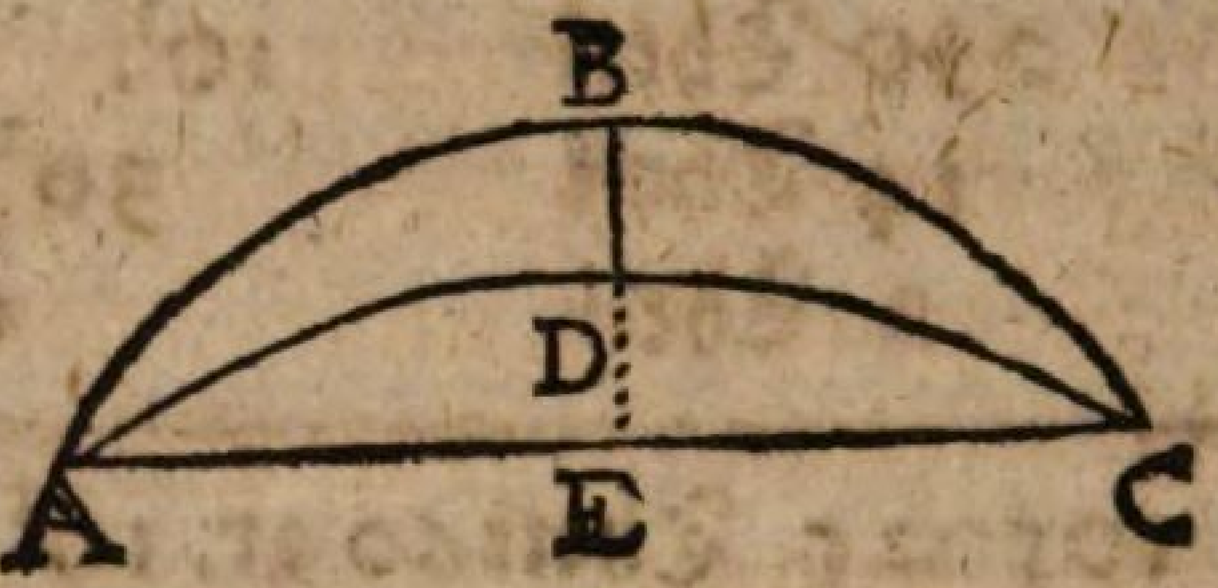
Welches die wahre Größ deß Winckels AEB, oder AED iſt / daraus denn der Inhalt dieſes Abſchnitts / anderſt nicht / denn wie nächſt vorgehend / Num. 32. gewieſen worden / zu finden.

Es iſt aber zu mercken / und wol in Acht zu nehmen / daß dieſer Vortheil mit der Regula Falſi nicht allweg das erſtemal angehet / ſonderlich wenn die Poſitiones gar zu weit von dem wahren Winckel genommen worden / aus Urſachen / daß die Sinus nicht in gleicher Differentz / wie die Gradus und derſelben Particul auf-oder abſtiegen. Es wird dich aber allwegen die erſte Operation in der Regula Falſi näher zur Warheit weiſen / bis du endlichen zu derſelben eigentlich kommen wirſt.

XXXIV.

Wie der Inhalt eines Feldes zufinden / ſo in Form eines neuen Monden gelegen.

Die Figur des Feldes ſey ABCD, von A zu C ziehe eine Linien / ſo gibt es zween Abſchnitt zweyer Circul ineinander / als ABCEA und ADCEA. Such erſtlich den Inhalt deß gröſſern Abſchnitts ABCEA, nach vorgehender Lehr / deßgleichen deß kleinern



nern ADCEA, ziehe den kleinern von dem gröſſern/ ſo bleibt der Inhalt deß Monden im Reſt.

Nicolaus Raymarus hat in ſeiner Geodœſia Ranzoviana ein ſolch Feld zu meſſen aufgeben / deſſen äuſſere Krümm ABC lang 9152 Ruhten / die innere ADC 8415. Die mittel Breite BD 609. Die Weite zwiſchen beyden Hörnern AC 7560.

Nach Lehr dieſes Theils/ Num. 33. hab ich deß gröſſern Abſchnitts ABCA Inhalt befunden $11747005^{0}.\ 8^{1}.\ 3^{2}.\ 3^{3}.\ 2^{4}$.

Deß kleinern ADCA $8246345^{0}.\ 5^{1}.\ 5^{2}.\ 9^{3}.\ 7^{4}$. Solches von vorgedachtem gröſſern abgezogen / bleibt noch für deß Monden Inhalt $3500660^{0}.\ 2^{1}.\ 7^{2}.\ 3^{3}.\ 5^{4}$.

Andreas Helmreich hat ſolch Exempel mit groſſer Mühe und Weitläfftigkeit auch ſolvirt / befindet 3505306. und alſo (ungeachtet der anhangenden Scrupul) 4646. Ruhten mehr denn ich. Wer Luſt hat/ mags durch die Prob erfahren / welcher am nächſten zugetroffen.

XXXV.

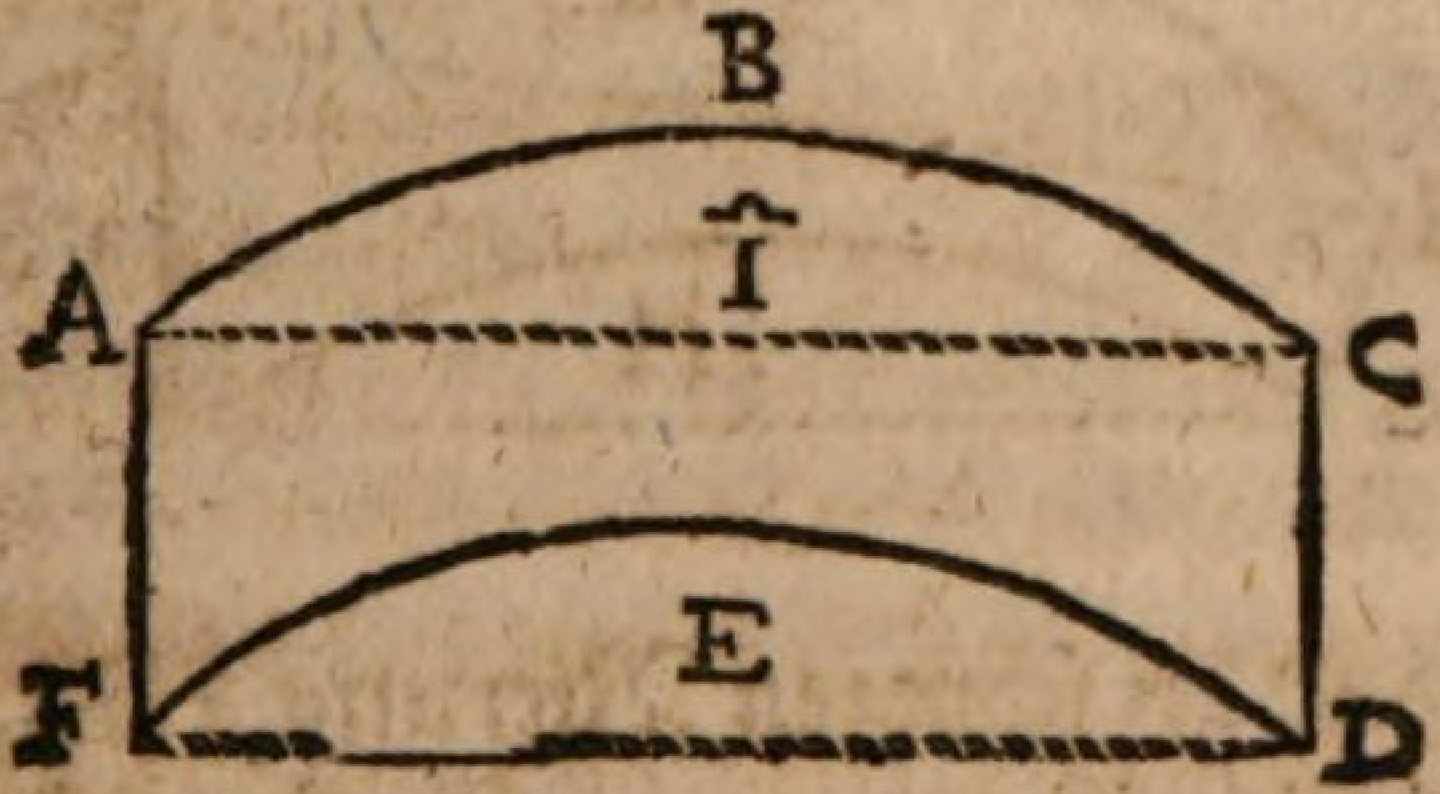
Wie man allerhand Feldungen Inhalt / ſo mit gemiſchten Linien beſchloſſen/ finden ſoll.

Ob zwar nimmermehr eine Feldung kan vorkommen / deren Inhalt nicht durch der vorgehenden Leh-

ren

ten eine gefunden werden könnte / will ich doch zum Beſchluß dieſes Theils / nur noch vier Exempla ſetzen / damit man ſich deſto beſſer in die Sach richten möge /

Das Erſte Exempel mit I. notirt / kommt gar offt für / da nemlich die zwo gebogene Seiten ABC und FED in einer Läng / und miteinander parallel lauffen: deßgleichen ſind FA und CD auch in einer Läng und parallel.



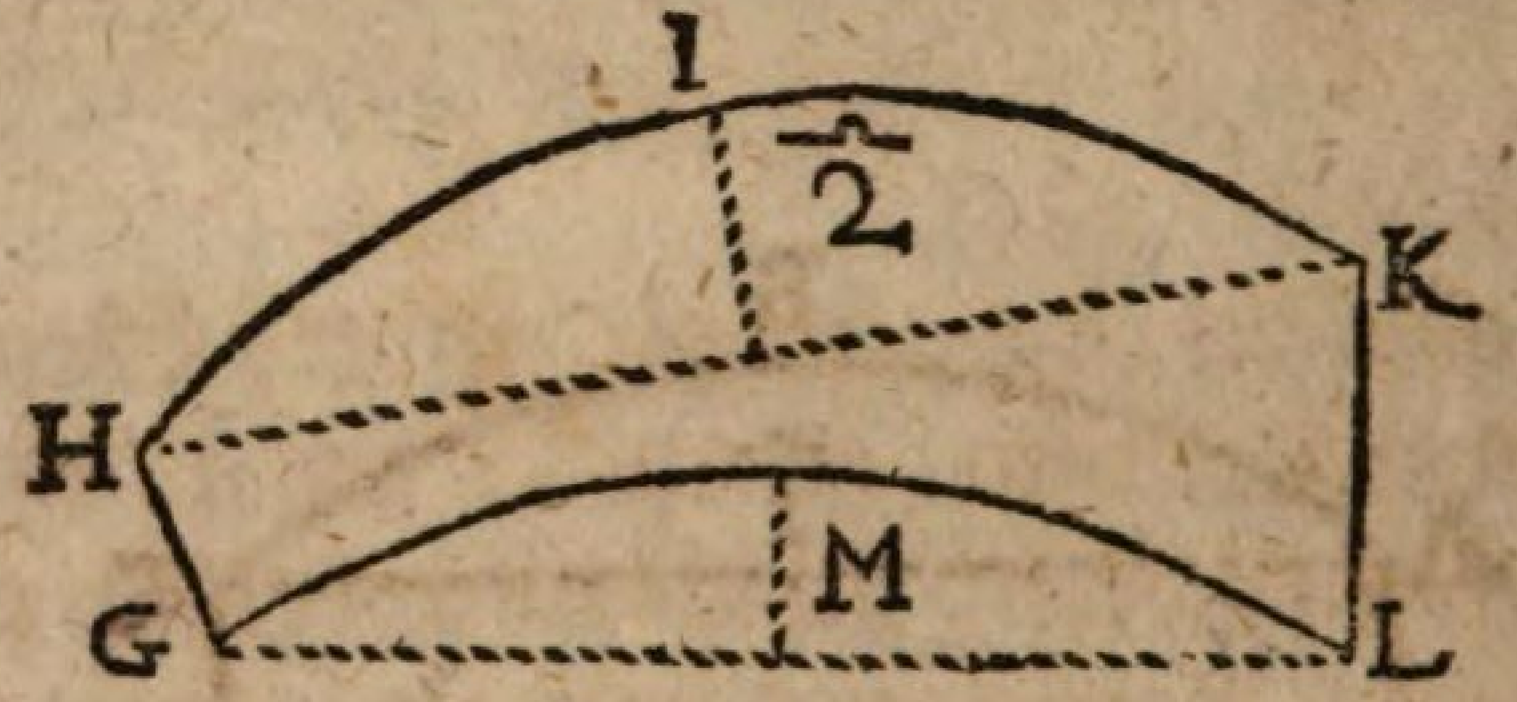
Die gemeine Feldmeſſer multipliciren die krumme Läng ABC mit der Breite FA. Oder aber FED mit CD, iſt eben eines / was das Product gibt / halten ſie für den wahren Inhalt / iſt aber falſch / und kommt zu viel.

Handele derwegen auf dieſe Weis: Miß ſchnurſtracks von A nach C, deßgleichen von F nach D, welche zwo Seiten per 4 def. 1. Euclid. viel kürtzer ſeyn denn ABC und FED. Kommt alſo ein winckelrechte Vierung ACDF, deren Inhalt ſuch nach Lehr dieſes Theils / Num. 2. Und iſt nicht anderſt denn als wenn man das Stück ABCA vom gebogenen Feld abgeſchnitten / und unten an FED wiederum angeſetzt.

Wenn aber die zwo gebogene lange Seiten nicht miteinander parallel ſeyn / wird die Breite deß Feldes ungleich / und gemeiniglich auch der Abſchnitt / ſo hinweg

weg kommt/ entweder gröſſer oder kleiner / denn der / ſo wiederum angeſetzt werden muß. Gehet alſo vorigeer Weg nicht an / ſondern gehöret mehr Mühe darzu.

Als in dem andern Exempel GHIKLM, ziehe von H nach K, deßgleichen von G nach L Linien. Suche

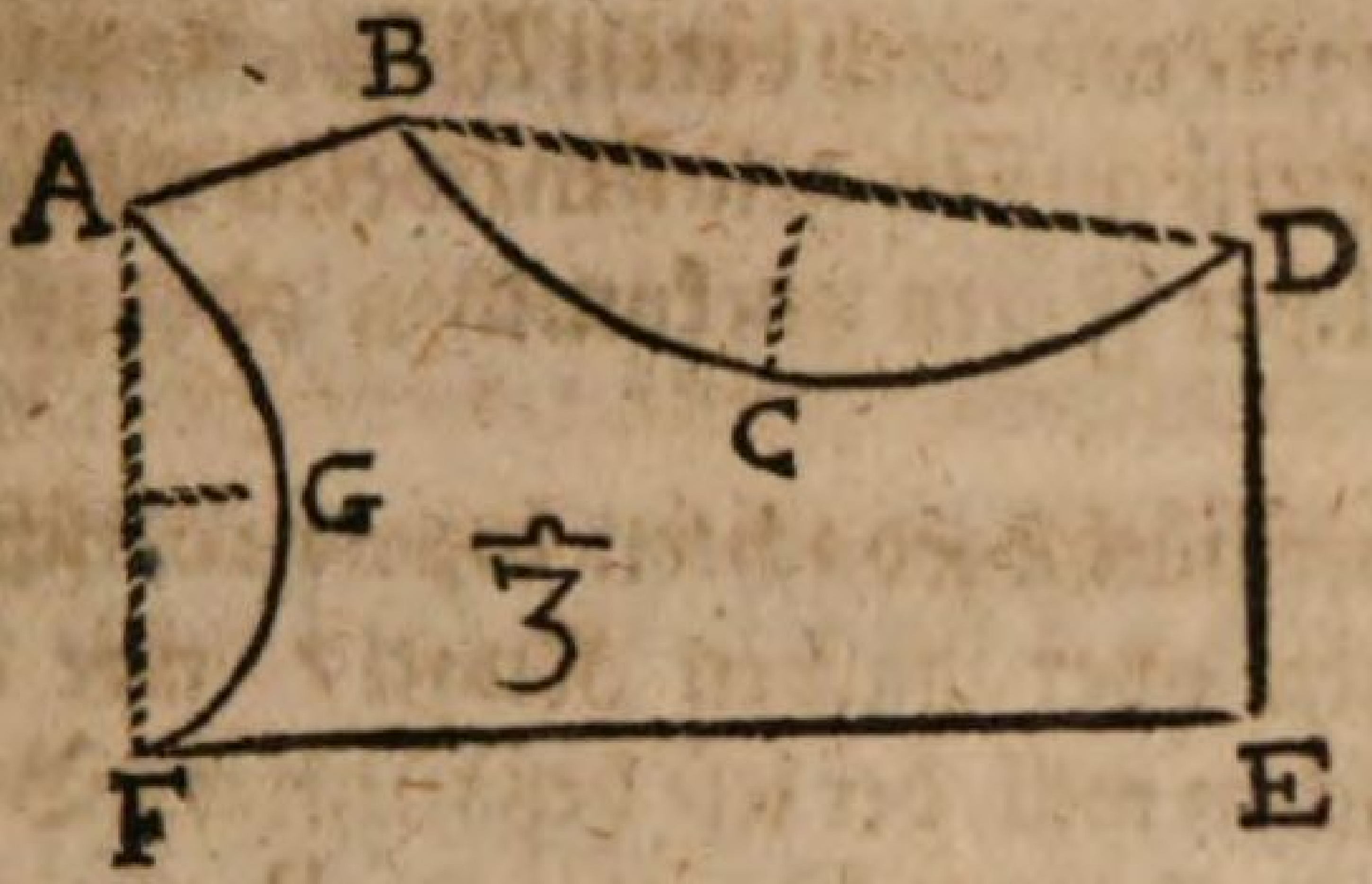


nun den Inhalt der ſchregen Vierung HKLG, nach Lehr dieſes Theils / Num. 19. Such auch den Inhalt deß Abſchnitts HIKH, nach der Lehr dieſes Theils / Num. 29. addire ſolchen zuvor gefundener Vierung.

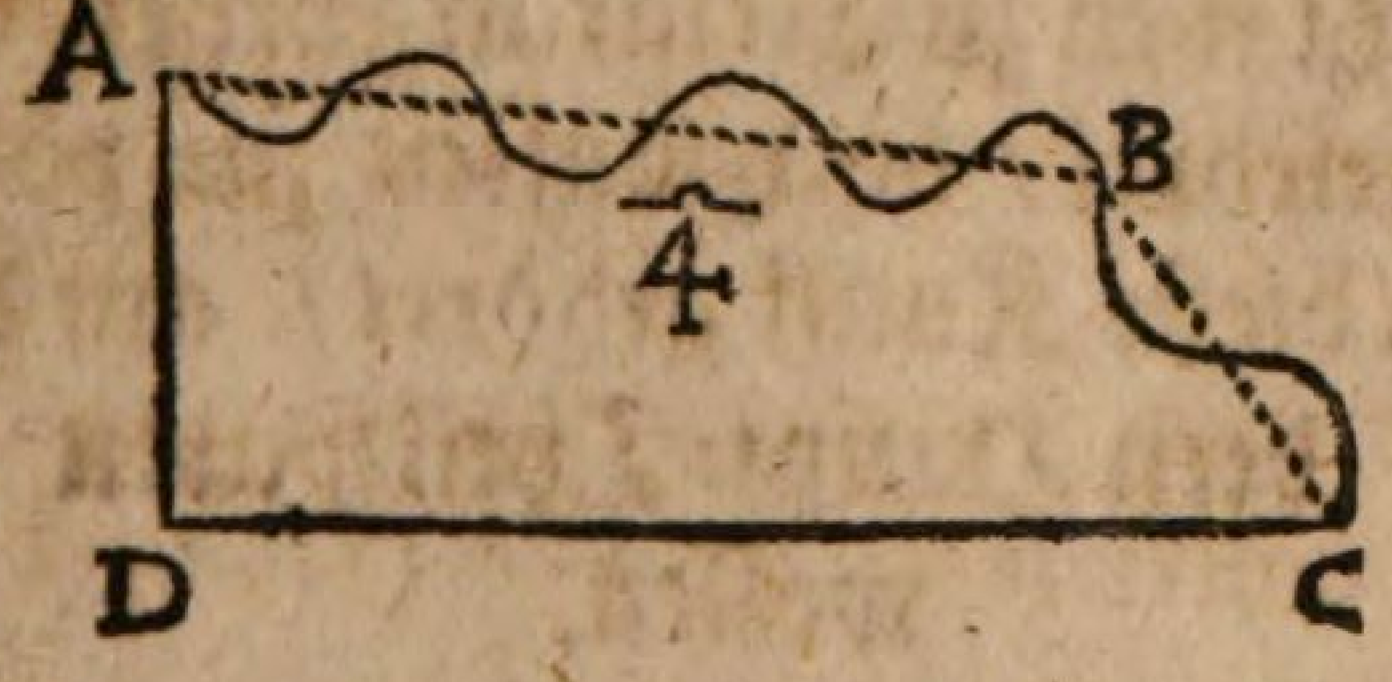
Letzlich ſuch auch den Inhalt deß Abſchnitts GLMG, nach jetzgedachter Lehr / ſolchen ziehe ab von der vorigen Summa / ſo bleibt der wahre Inhalt deß Felds GHIKLM.

Im dritten Exempel ABCDEFG, ziehe von B nach D, deßgleichen von F nach A Linien/ſo haſt du ein irregulire Fünff Eck ABDEF, deſſen Inhalt ſuch nach Lehr dieſes Theils/ Num. 23. Davon ſubtrahir die beyde Abſchnitt AGFA und BCDB, deren Inhalt / Num. 29. diß/ zu finden/ ſo bleibt die wahre Größ angeregten Feldes : alſo handele auch mit andern Feldern / ſie ſeyn auch was Form ſie wollen.

Wenn



Wenn aber die eine oder die andere Seit viel kleiner Büg oder Krümm hat/und es der Müh nicht wol werth iſt / deren jedern Inhalt inſonderheit zu ſuchen / ſo ziehe nur den Augenmaß nach eine Linien dadurch / wie in dieſem vierdten Exempel zu ſehen.



Miß ſchnurſtracks von A nach B, ſo werden drey Böglein vom gantzen Feld abgeſchnitten / dargegen wiederum drey hineinwarts angeſetzt / wie auch in der Linien BC geſchicht / da der eine Bogen dem Feld genommen / der ander aber dargegen wiederum zugeben wird. Such hernach dieſes Felds Juhalts / nach Lehr dieſes Theils / Num. 19.

Soll alſo von allerhand Feldungen Inhalt zu findē / hiemit auch gnug geſagt ſeyn: Inmaſſen denn nit wol eine ſolche Form fürgebracht oder erdacht werden kan / deren Größ hieraus nicht richtig zu erſuchen ſeyn ſolte.

Den

Den Inhalt der Superficien einer gantzen oder halben Kugel/ wie auch deren Abſchnitt/ zu finden/ habe ich mit Fleiß auſſen gelaſſen/ weiln mir niemals ein Feld in ſolcher Form vorkommen oder zu ſehen worden.

Wer aber nächſtgedachten ſuperficialiſchen Inhalt einer gantzen oder halben Kugel/ wie auch eines Stücks/ ſuchen will/ der leſe deß fünfften Buchs fünffte und ſechſte Capitel Geometriæ Practicæ Ch. Clavii, allda er gnugſam Bericht deßwegen finden wird.

Annot. Und von hier an bis zu Ende deß Tractats/ weiß ich nichts ferners zu erinnern/ ohne daß zu Ende deß Andern Theils auch der Inhalt der Sectionum Conicarum könnte angehänget werden / welchen wir aber / gleich wie anders/ ſo nicht eben zu Erklärung deſſen/ welches der Author gelehret / doch ſonſten zur völligen Perfection dieſer Kunſt gehöret / auf den Andern Haupt-Theil ſparen wollen.

Der

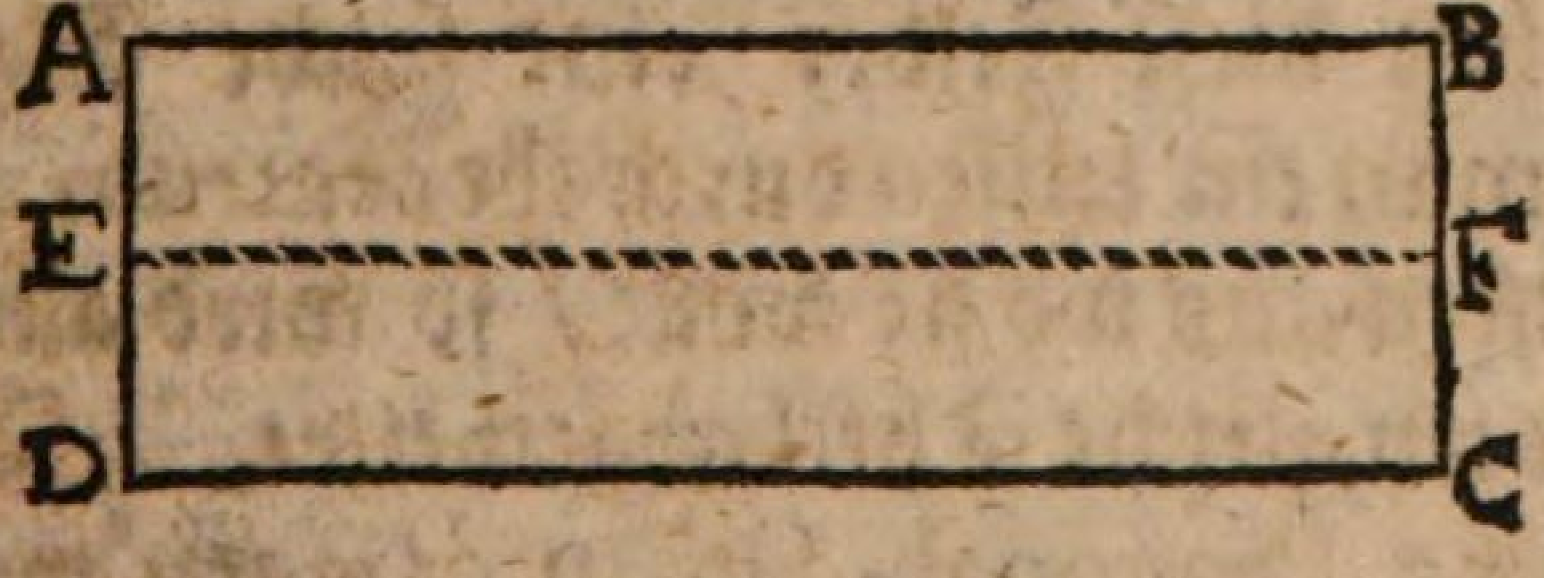
Der Dritte Theil.
Von Abtheilung der Felder.

Gleichwie in Erkündigung des Inhaltes eines Feldes / der Anfang von dem allerleichteſten gemacht worden / alſo ſoll hierinnen auch geſchehen / und an den leichteſten Vierungen angefangen werden.

I.

Wie man allerhand vierſeitige Felder / darinnen allweg die zwo gegeneinander überſtehende Seiten miteinander parallel (ſonſten parallelogramma genannt) ſie ſeyn gleich winckelrecht oder nicht / in zween oder mehr gleiche Theil abtheilen ſoll.

Soll das Feld nur in zween gleiche Theil vertheilt werden / ſo theil die zwo gegeneinander überſtehende parallel in der Mitt / und ziehe dadurch ein Linien / als in dieſem winckelrechten Feld ABCD.



Wilt du ſolches nach der Läng in zween Theil haben /

ben/ſo theile AD in der Mitt in E, deßgleichen BC in F, ziehe von E zu F eine Linien/ ſo iſt die Sach verrichtet.

Hätteſt du aber ſolches überzwerch zertheilen ſollen/ ſo hätten AB und DC auf vorgedachten Weg zertheilet werden müſſen.

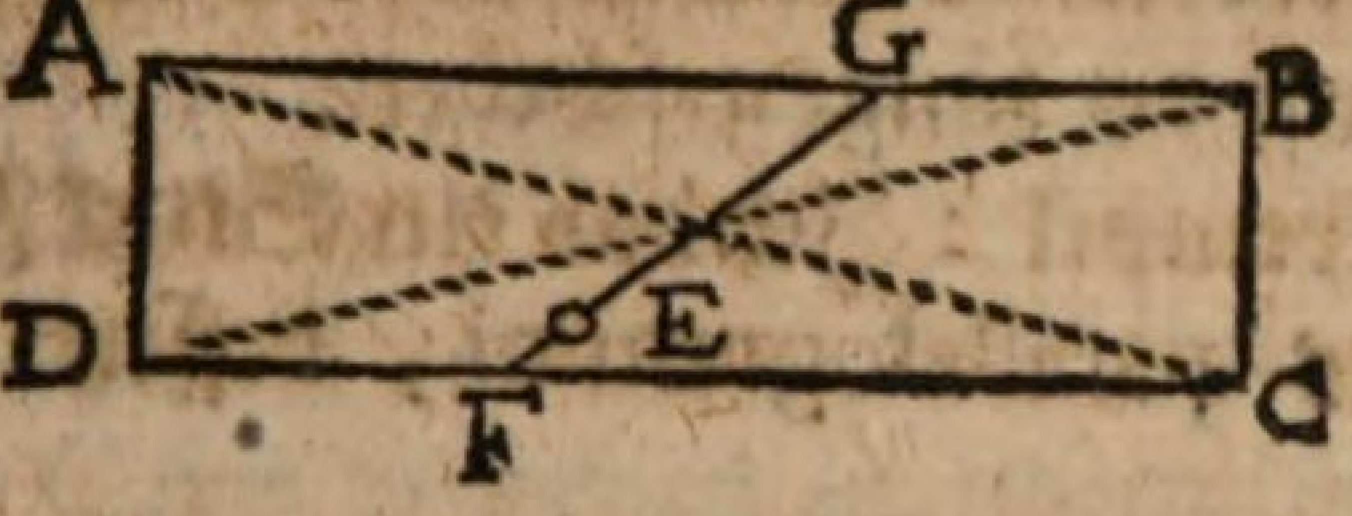
Sollen es aber drey oder mehr Theil ſeyn/ſo müſſen auch die gegeneinander überſtehende parallel in ſo viel

Theil getheilt werden / als in dieſem ſchregen parallelogrammo ABCD, welches durch EF und GH in drey Theil abgetheilet wird.

II.

Wie man vorgedachte Feldungen / aus einem gegebenen Puncten / er ſey gleich in⸗oder auſſerhalb deß Felds/ oder aber auch auf der einen Seiten / in zween gleiche Theil abtheilen ſoll.

Es haben dieſe Felder eine ſolche Eigenſchafft/ daß / wo man ein Linien durch ihr centrum zeucht / ſie lauffe ſonſten aus wo ſie wolle / ſo wird allwegen das Feld in zween gleiche Theil abgetheilet. Wenn nun über Eck zwo Diagonal-Linien gezogen werden / als in dieſem Exempel AC und BD, ſo zerſchneiden ſie ſich im



im centro E, ziehe nun durch diß und den gegebenen Puncten eine Linien / ſo wird das Feld in zwey gleiche Stück abgetheilet.

Ein Exempel : Es haben zween einen Garten / ſo mit vier parallel-Linien beſchloſſen / darinnen ſteht ein Brunn mit o. deſſen keiner in der Theilung entberen will / ſondern ein jeder begehrt ein Zugang darzu zu haben. Such derwegen nur das centrum, wie vor gelehrt/durch ſolches und mitten durch den Brunnen ziehe eine Linien FG, ſo iſt der Garte richtig in zween gleiche Theil vertheilet/und kan ein jeder auf dem ſeinen zu dem Brunnen kommen. Wenn auch der Brunn auf einer Anwanden geſtanden / hätte man nicht anderſt procediren dörffen.

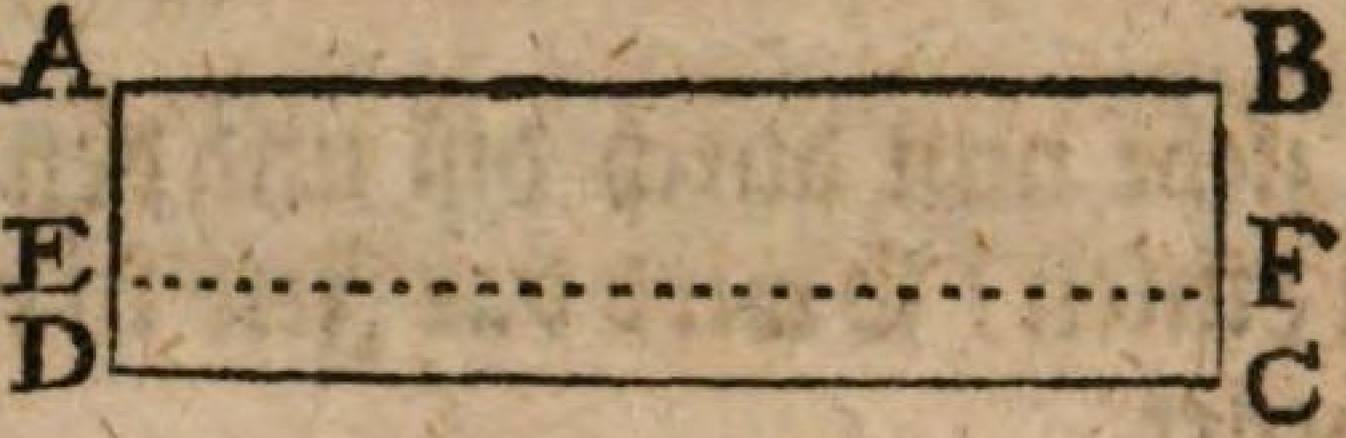
III.

Wie man von vorgedachten Feldungen ein gewiſſe Ruhten- oder Morgenzahl abſchneiden ſoll.

Wilt du das Stuck nach der Läng vom Feld abſchneiden/ſo dividir die vorgehende Ruhten oder Morgenzahl (jedoch alles zuvor in Ruhten reſolvirt) in die Läng deß Feldes/ſo wird der Quotient dir anzeigen/was du an der Breit oben und unten abſchneide-

den ſolleſt. Soll aber das Stuck überzwerch abgeſchnitten werden / ſo muſt du mit der Breite handeln/ wie zuvor mit der Länge geſchehen.

Zum Exempel : Ich hab ein Stuck Feldes / ſo in Form eines parallelogrammi, deſſen Inhalt mir



zwar unbewuſt/ iſt aber lang 120 Ruhten / davon will ich einem geben 540 Ruhten / dividir ſolche mit 120 kommt 4°. 5'. Miß nun von D nach A in E 4°. 5'. deßgleichen von C nach B in F, ziehe von E nach F ein Linien / ſo hält die Feldung EFCD richtig 540 Ruhten.

Auf einem andern Weg: Suche zuvor deß gantzen Feldes Inhalt/nach Lehr deß Andern Theils/Num. 2. weiln DC lang iſt 120°. und AD 30°. ſo folgt daraus/ daß deß gantzen Felds Inhalt ſey 3600 Ruhten.

Sprich nun 3600°. geben AD oder BC 30°. was geben 540°. kommt für DE oder FC 4°. 5'. eben ſo viel als vor. Daraus folgt / daß AE und FB jedes ſeyn müſſe 25°. 5'. Damit multiplicir AB. 120°. komt für den Inhalt deß Felds ABFE 3060°. darzu die abgeſchnittene 540°. addirt/ kommt 3600°. deß gantzen Feldes Inhalt / daraus die Warheit dieſes Abtheilens erſcheinen thut.

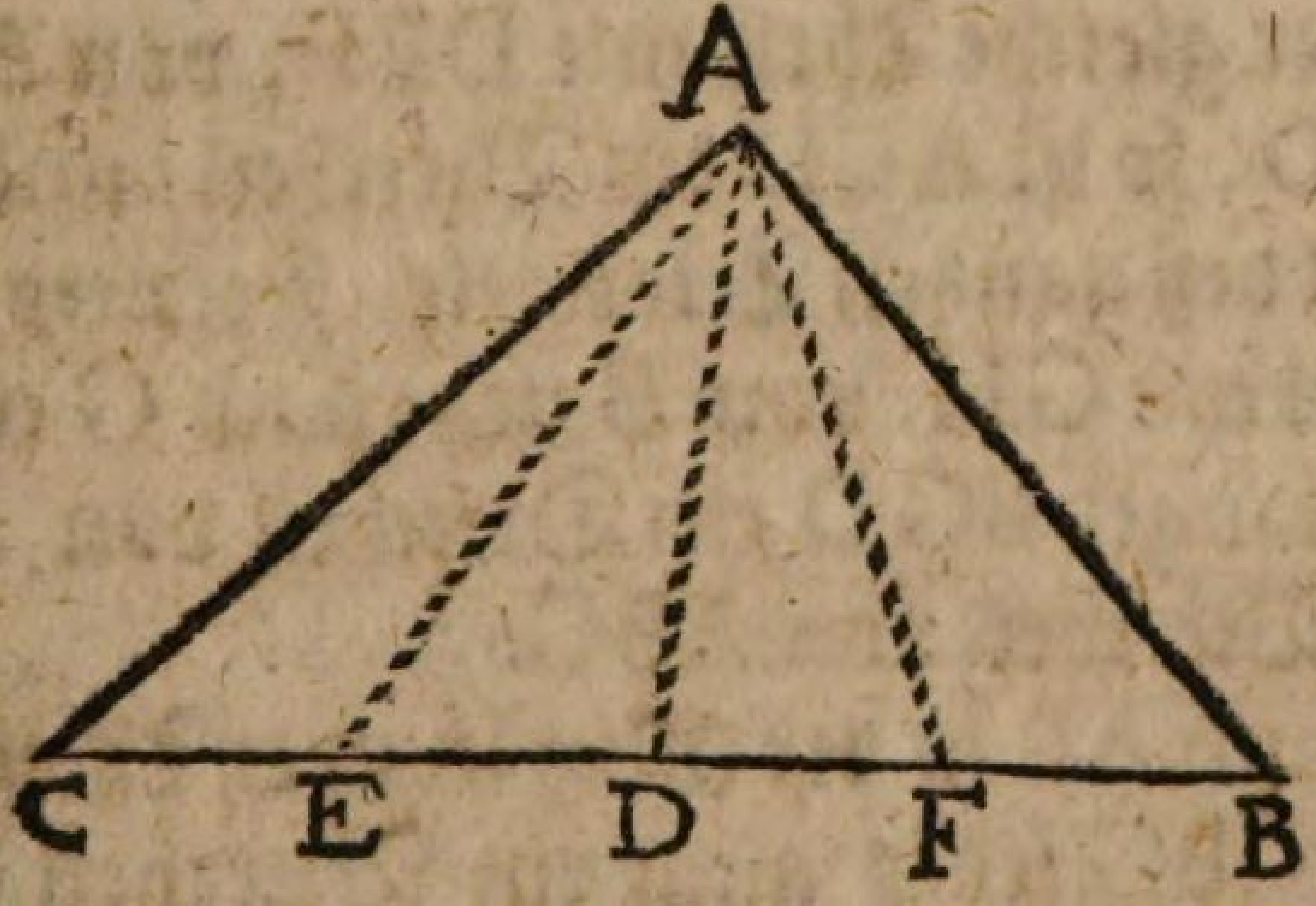
IV.

Wie man einen jeden Triangel / aus einem Winckel / in zween oder mehr gleiche Theil abtheilen ſoll.

Theile

Theile die Seiten/ſo gegen den Winckel überſtehet/ in die vorgegebene Theil / und ziehe darauf aus gedachtem Winckel Linien/ ſo iſt der Triangel begehrter Maſſen getheilet.

Zum Exempel: Der Triangel ABC ſey erſtlich aus dem Wincke CAB zu theilen in zween Theil / theile derwegen CB in der Mitt in D. Ziehe von A nach D eine Linien AD, ſo iſt der Triangel richtig in zween gleiche Theil zertheilet.

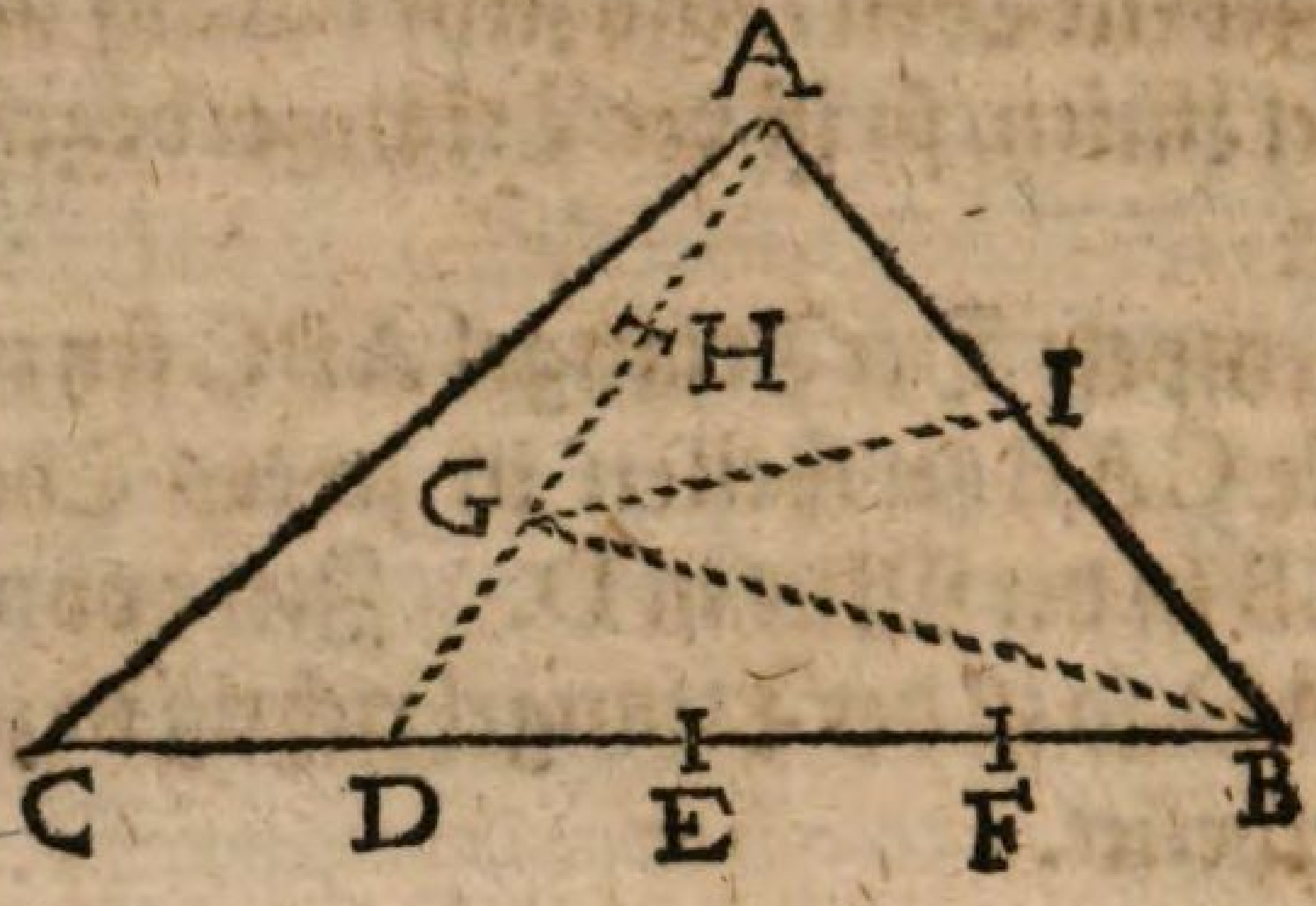


Eben alſo handelt man / wenn der Theil drey oder vier werden ſollen/wie allhie zu ſehen / weiln CB durch EDF in vier Theil getheilet worden / ſo ſind die vier Triangel als DAE. Item EAD. Item DAF und FAB alle einander gleich/per 38. 1. Euclidis.

V.

Wie man einen Triangel auf einen andern Weg theilen ſoll / damit die Eck nicht alle ſo gar ſpitzig zuſammen kommen/wie in vorgehender Theilung geſchehen.

Gegenwärtiger Triangel ABC ſoll in vier gleiche Theil abgetheilet werden. Theil erſtlich die Baſin



CB in vier gleiche Theil mit DEF, von A ziehe ein Linien auf D, ſo iſt ACD ein Viertheil/ und ADB drey Viertheil deß gantzen Triangels. Ferners theil AD in drey Theil mit GH, vom B ziehe nach G ein Linien/ ſo iſt der Triangel BGD ein Drittheil von ABD, oder auch ein Viertheil von ABC.

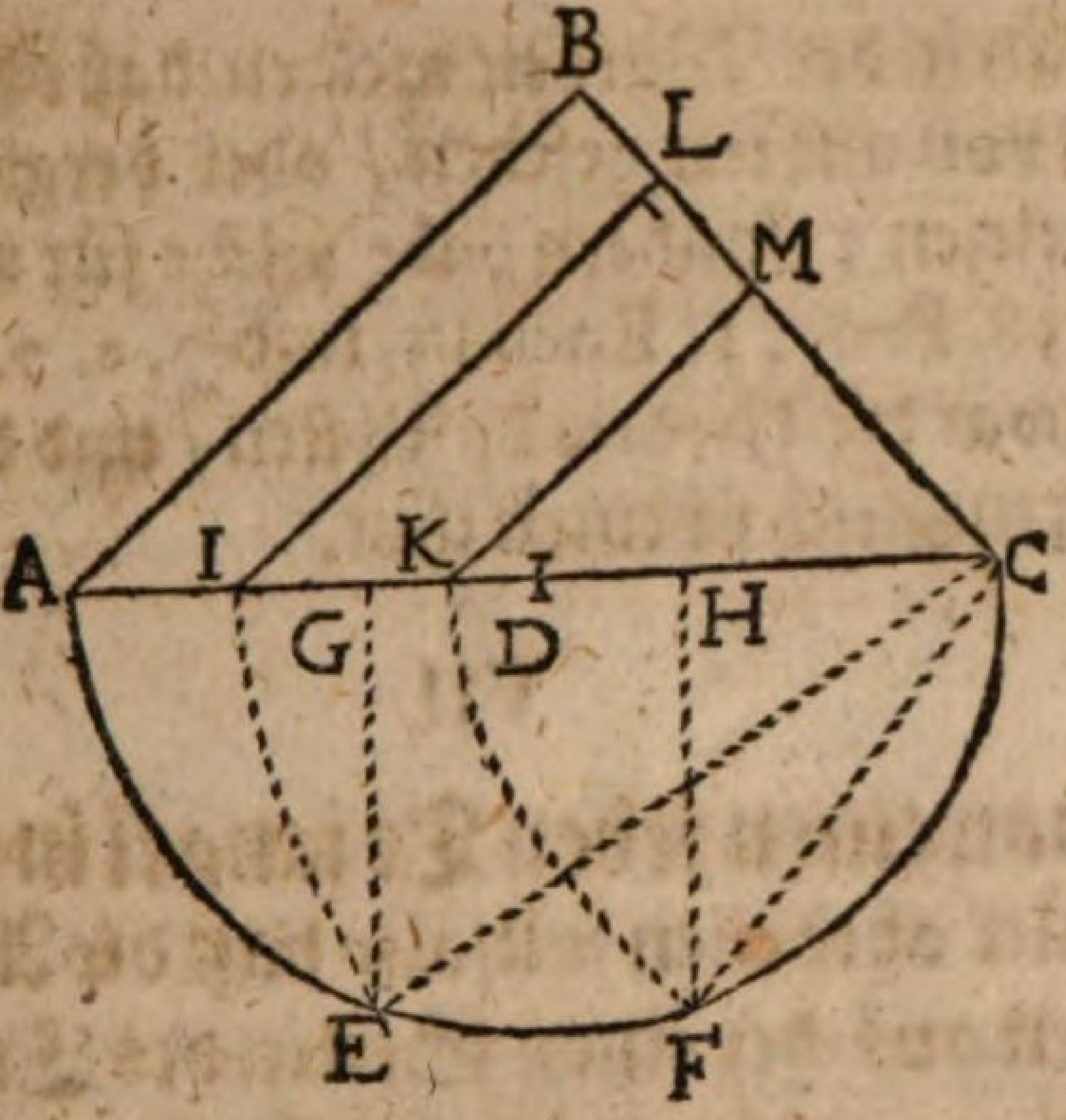
Theil nun AB in der Mitt in zwey Theil mit I, ſo iſt AIG und IBG jedes auch ein Viertheil deß gantzen Triangels ABC.

VI.

Wie man einen jeden Triangel auf ein zierlichern Weg/ in etliche gleiche Stück abtheilen ſoll/ alſo daß die Linien der Abtheilungen/ mit einer Seiten deß Triangels parallel lauffen.

Gegenwärtiger Triangel ABC ſoll in drey gleiche Stück getheilet werden/ alſo/ daß die Abtheilungs-Linien mit AB parallel lauffen.

Der Neben-Linien eine/ als allhie AC, theile erſtlich in zween gleiche Theil in D, aus ſolchem/ als dem Centro, reiß nach Gröſſe deß halben Diametri



metri DA, oder DC ein halben Circul AEFC. Ferners theil AC, als den Diametrum, in ſo viel gleiche Theil/in wie viel der Triangel getheilet werden ſoll: als allhie in drey Theil in Puncten GH. Aus G reiß ein perpendicular an den Bogen in E, deßgleichen aus H in F. aus jetzt gefundenen Puncten ziehe gerade Linien in den Winckel/ſo der Linien AB entgegen ſtehet/ als allhie in C, welche ſeyn CE und CF. Aus C wirff die Läng CE nach A in I. Deßgleichen CF in K. Aus I ziehe ein parallel-Linien gegen AB in L, welche den erſten Drittentheil deß Triangels abſchneid. Deßgleichen ziehe ein parallel aus K in M, ſolche ſchneid den andern Drittentheil ab. So iſt denn der übrige Triangel KMC der letzte Drittetheil.

Und wenn du die Abtheilung auf der Linien BC verrichtet / hätten die Parallel - Linien nicht anderſt / denn wie allhie geſchehen / fallen können.

Daraus denn die Gewißheit dieſer Theilung erſcheinen thut.

Ich kan in der Warheit melden/daß ich dieſe Praxin niemals von andern geſehen / oder dergleichen etwas davon geleſen : ſondern habe ſolche für mich ſelbſten aus der 38. Prop. 1. Euclidis, und 7. e. 7. Rami erlernet/ ob zwar die Theoria daſelbſten / und dieſes einander gantz ungleich ſcheinen thut.

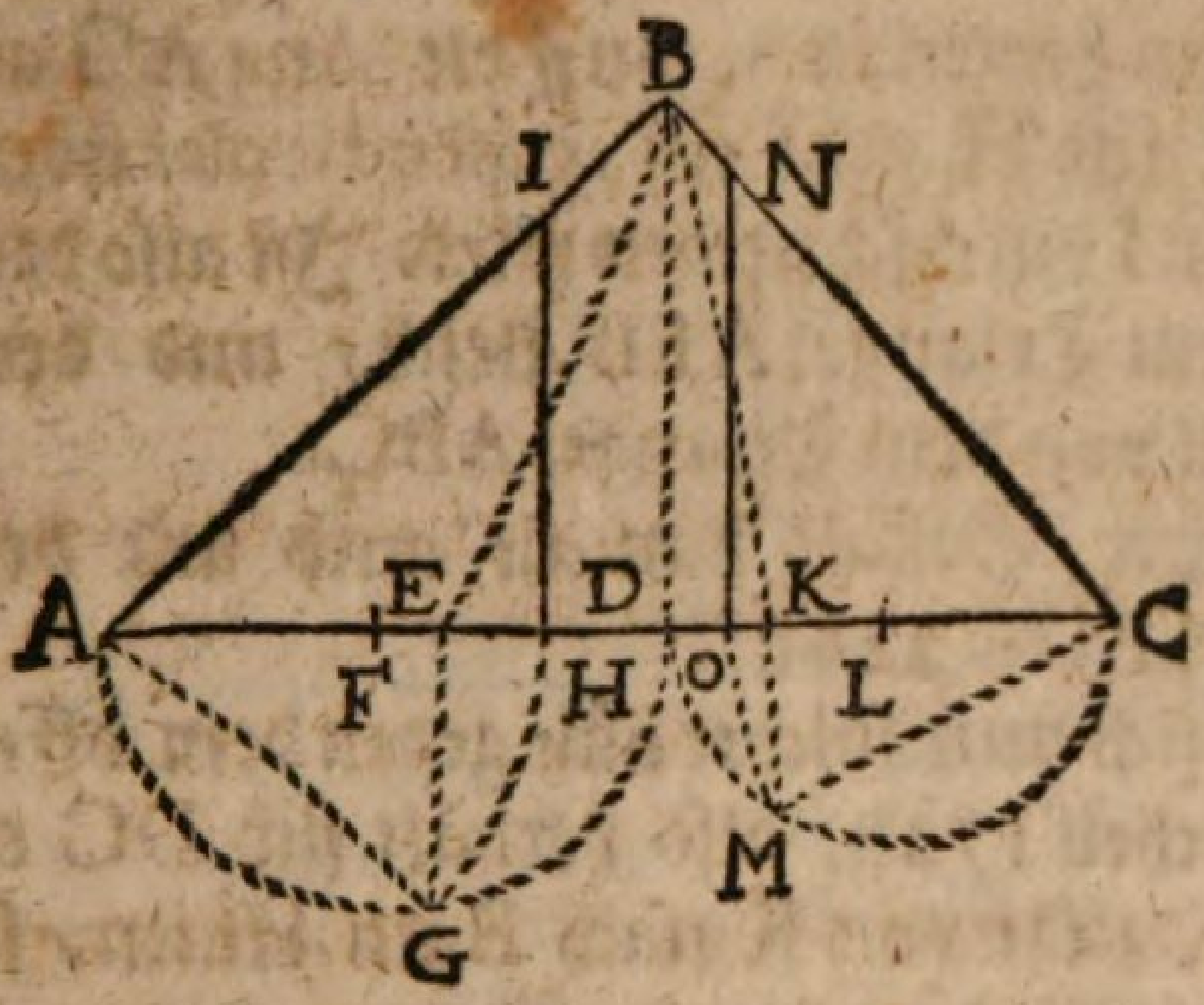
VII.

Wie man einen jeden Triangel in etlich gleiche Stück abtheilen ſoll/alſo daß die Abtheilungs Linien auf der einen Seiten des Triangels perpendicular ſeyn.

Iſt der vorgegebene Triangel winckelrecht / und ſollen die Perpendicular-Linien auf der Seiten eine / ſo den rechten Winckel begriffen / fallen / ſo kan der Sachen durch nächſt vorgehende Lehr abgeholffen werden. Denn wenn die Scheid-Linien der andern Seiten/ſo den rechten Winckel beſchlieſſen hilfft/parallel lauffen / ſo fallen ſolche auf die vorige perpendiculariter: wo aber nicht/ muſt du die Sach alſo verrichten:

Der fürgegebene Triangel ABC iſt in drey Thei zu theilen / alſo/ daß die Scheid-Linien aus AC perpendiculariter überſich ſteigen.

Laß erſtlich aus B auf AC ein blinde Perpendicular-Linien in D fallen/ ſo theilt die Linea BD den Triangel in zween Theil / deren Inhalt ſuch jeden inſonderheit/ wenn ſie ungleich / nach Lehr des 2. Theils / Num. 3. ſolcher Geſtalt: AD iſt lang 81°. und die Perpendicular



cular BD 72°. ſo folgt daraus/daß deß Triangels ABD Inhalt ſey 2916°. DC iſt lang 63°. die perpendicular BD wie vor / 72°. iſt alſo deß Triangels BDC Inhalt 2268°. deren beyde Summa gibt den Inhalt deß gantzen Triangels ABC 5184°.

Weilen nun dieſer in drey gleiche Stück/nach obgemeldter Aufgab / zertheilet werden ſoll / ſo dividir den gantzen Inhalt mit drey / kommt für ein Drittentheil 1728°.

Wie ſich nun verhält der Inhalt deß Triangels ABD 2916°. zu nächſt gedachtem Drittentheil 1728°. Alſo verhält ſich die Linea AD 81°. zu AE 48°. Ziehe von E nach B ein Linien/ſo hält der Triangel AEB richtig ein Drittentheil von groſſen Triangel ABC innen/ nemlich 1728°.

Es iſt aber der Aufgab noch kein Benügen geſchehen / weiln die Scheid-Linea nicht perdendiculariter aus AC überſich ſteigt. Theil derwegen AD in zween gleiche Theil in F, aus ſolchem / als einem centro, reiß nach Gröſſe FA oder FD ein halbē Circul AGD aus E,

laß ein perpendicular an Bogen lauffen bis in G, von G ziehe ein Linien in A, wirff die Läng AG aus A nach D in H, aus H ziehe ein perpendicular überſich / welche AB in I durchſchneiden wird. Iſt alſo der Triangel AHI dem Triangel AEB gleich / und derwegen ein Drittheil von dem Triangel ABC.

Gleicher Geſtalt handele auch mit dem andern Triangel BDC 2268°.

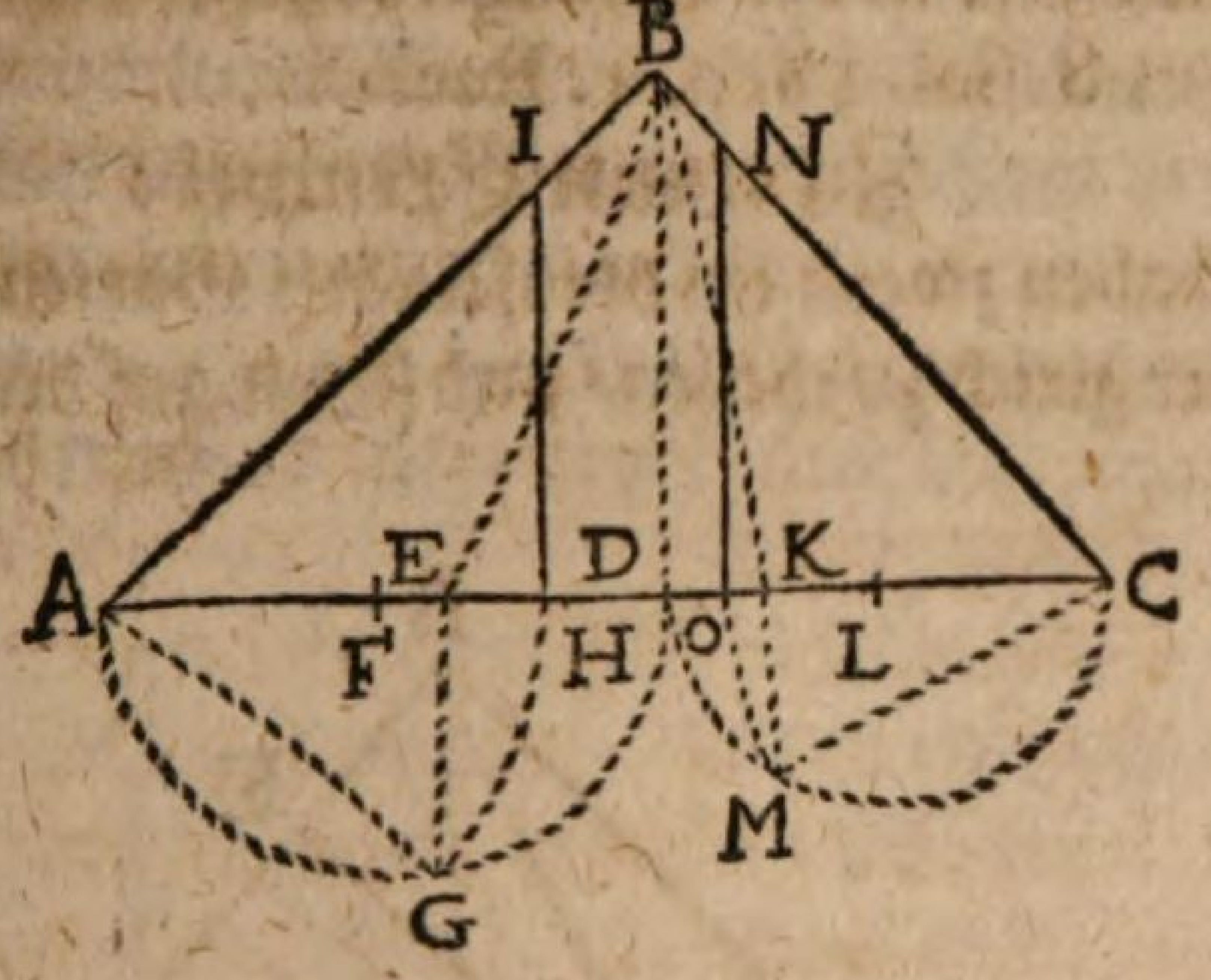
Wie ſich nun ſolcher hält gegen dem offt gedachten Drittentheil 1728. alſo verhält ſich DC 63°. gegen KC 48°. ziehe von K nach B ein Linien / ſo hält der Triangel BKO auch ein Drittentheil vom groſſen Triangel ABC.

Damit aber die Scheid-Linea nach der Aufgab auch auf AC winckelrecht überſich ſteigt / ſo theil DC in zween gleiche Theil in L, aus ſolchem / als dem Centro, reiß nach Gröſſe LD oder LC einen halben Circul DMC aus K, laß ein perpendicular an Bogen lauffen bis in M, wirff die Läng CM aus G nach D in O. Aus O ziehe ein perpendicular überſich / welche BC in N durchſchneiden wird. Iſt alſo der Triangel NOC dem Triangel BKC gleich/und auch ein Drittheil vom vorgebenen Triangel ABC: Aber das Mittel fünffſeitige Stuck HIBNO iſt der reſtirende Drittheil. Die Demonſtration kan ich ebenmäſſig haben ex 37. primi und 19. Sexti Euclidis.

VIII.

Vorgedachter Aufgab auf einen kürtzern Weg abzuhelffen.

Als ich die nächſt vorgehende Figur / ſo allhie wiederum repetirt ſoll werden / in rechter Proportion auf-



aufgeriſſen / habe ich befunden / daß mir zu ſolcher Abtheilung/den Inhalt des Triangels zu wiſſen/ eben nicht nothwendig. Denn ich theile nur die Linien AC in drey gleiche Theil/ ſo habe ich ſo balden die Puncten E und K, welche nach dem vorgehenden Weg zu ſuchen viel Rechnens gemacht. Ziehe darnach BD, und handele fürders mit AD und DC, wie allbereit unter Num. 7. dieſes Theils gelehret worden.

IX.

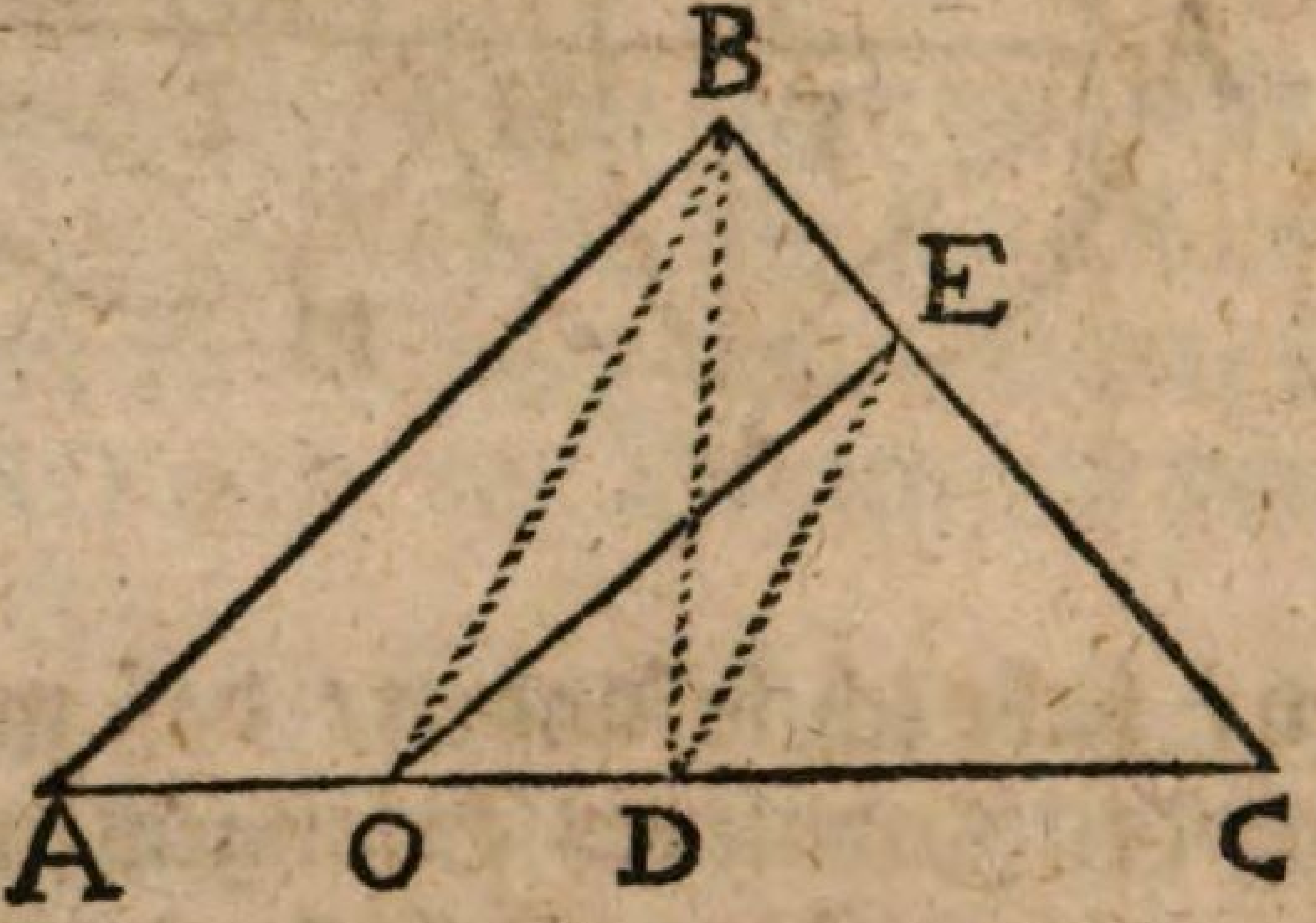
Wie ein Triangel aus einem gegebenen Puncten auf einer Seiten/ in zwey oder mehr gleiche Stück abzutheilen.

Theil erſtlich die Seiten / darauf der gegebene Punct iſt/in ſo viel gleiche Theil/ als die Aufgab erfordert. Aus dem vorgebenen Puncten/ziehe ein blinde Linien in den gegenüberſtehenden Winckel/aus den Theilungs-Puncten ziehe nächſtgedachter Linien gleichlauffende parallelen / wo ſolche die andere Seiten durchſchnei-

ſchneiden / dardurch ziehe aus den gegebenen Puncten Linien/ ſo iſt der Triangel begehrter Maſſen abgetheilet/ ex Schol. 38. p. 1. Euclidis.

Zu einem Exempel:

Es haben zween ein dreyſeitigen Garten ABC miteinander gleich zu theilen/ und ſtehet auf der Linien AC



ein Brunnen bey O, zu welchem jeder auf dem ſeinen begehrt ein Zugang zu haben/ dem thue alſo: Ziehe von O nach B eine blinde Linien/ theil darnach AC in zween gleiche Theil in D, aus D laß gegen OB ein parallel lauffen / welche BC durchſchneid in E Ziehe von O die Scheid-Linien nach E, ſo iſt der Triangel begehrter maſſen und gantz juſt abgetheilet.

X.

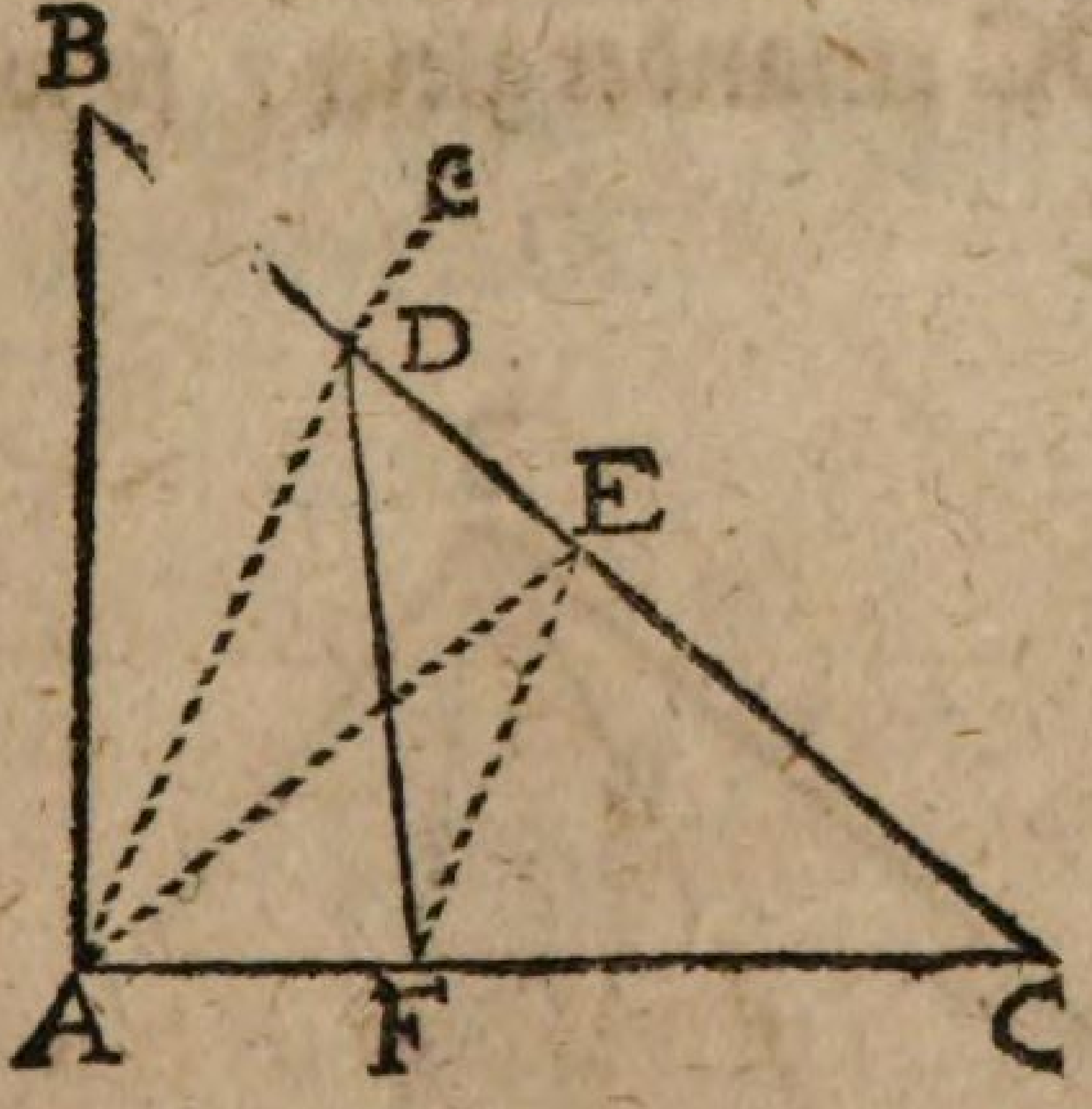
Wie man ſich verhalten ſoll / wenn der gegebene Punct auſſerhalb deß Triangels iſt.

Es kan zwar ein jeder Triangel durch eine ſtarcke Linien von dem auſſerhalb gegebenen Puncten in zwey gleiche Stücke zertheilet werden / ich kan aber nicht ſehen/ was es im Feldmeſſen für Nutz bringen ſolte/ deß-

wegen

wegen ich ſolches allhie verbleiben laß / ſonſten wenn auſſerhalb eines dreyecketen Gartens ein Brunn ſtünde/wäre daß der beſte Vortheil oder Nutz/ daß derſelbe ſolcher Geſtalt abgetheilet würde/ daß einer ſo weit zu dem Brunnen hätte als der ander.

Der Gart/ſo in zwey gleiche Stück zu vertheilen/ſey ABC, der Brunn O, ziehe von O auf BC, nach Lehr



deß Erſten Theils/ Num. 18. ein perpendicular in D. Aus D ziehe eine Linien in den Winckel A, theil BC in der Mitt in E, aus E ziehe gegen AD ein parallel, welche AC durchſchneid in F, ziehe von D nach F, ſo wird der Gart durch DF in zwey gleiche Stück abgetheilt / und iſt von einem ſo nahe zum Brunnen als vom andern/ und beydes allernächſt bey D. die Linea AE iſt wegen der Demonſtration gezogen.

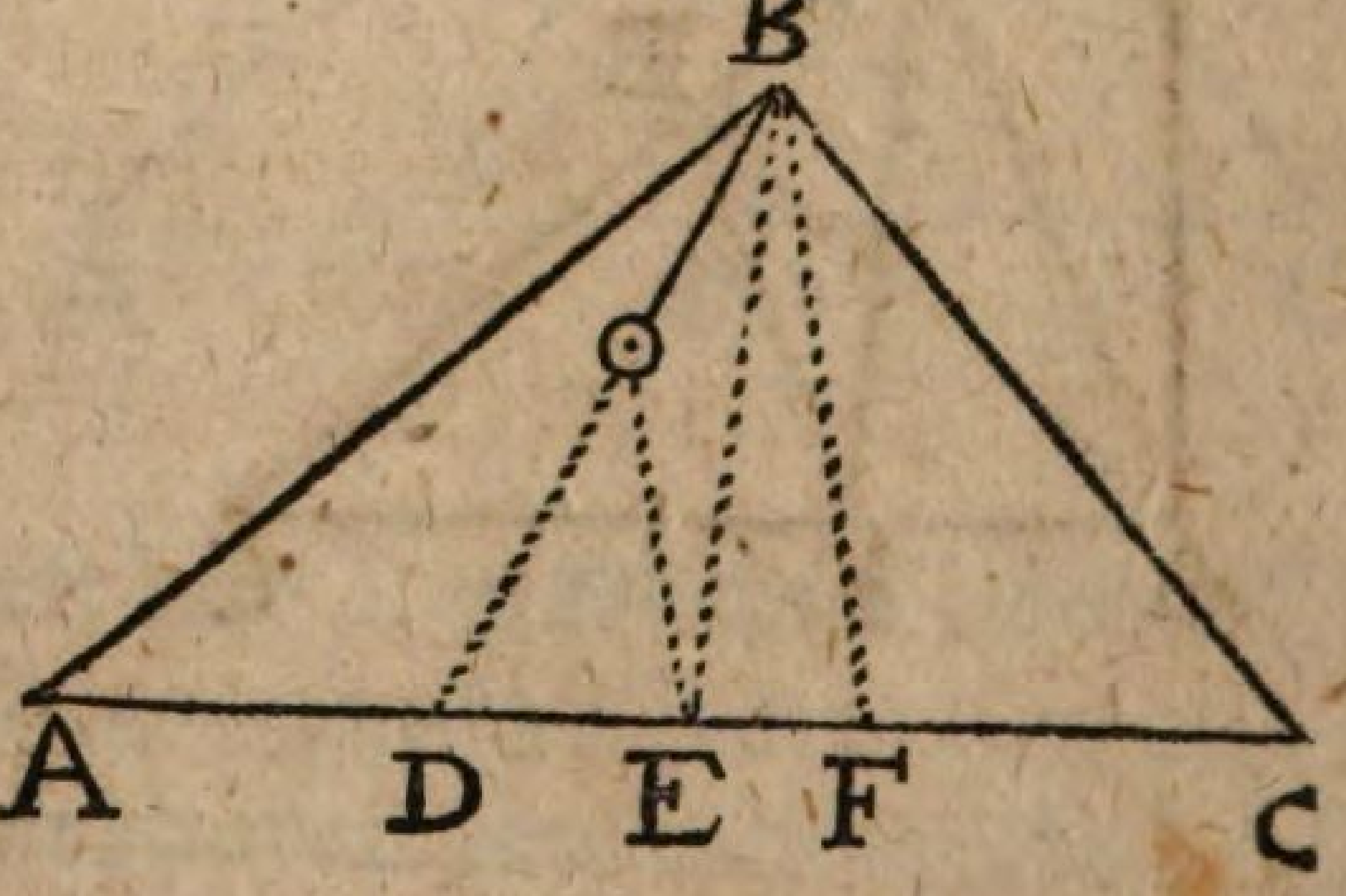
XI.

Wie man ſich verhalten ſoll / wenn der gegebene Punct innerhalb deß Triangels iſt.

Es

Es bezeugt Clavius pr. 12. lib. 6. Geom. pract. daß nicht allweg müglich ein Triangel mit einer ſtarcken Linien/ durch den innerhalb gegebenen Puncten/ in zwey gleiche Stück zu vertheilen/will alſo ſolche Curioſität allhie fahren laſſen / und abermals nur auf den Nutzen ſehen.

In dem jetzund vorgenommenen Garten ABC ſtehet der Brunn innerhalb in O, ziehe nun aus B durch O eine Linien/welche AC durchſchneiden in D. Wenn nun AD und DC einander gleich/ ſo wäre die Sach



ſchon verrichtet: weilen aber AB kürtzer denn DC, ſo folgt/ daß der Triangel ABD viel kleiner ſey denn der Triangel BDC, per 1. ſexti Euclidis.

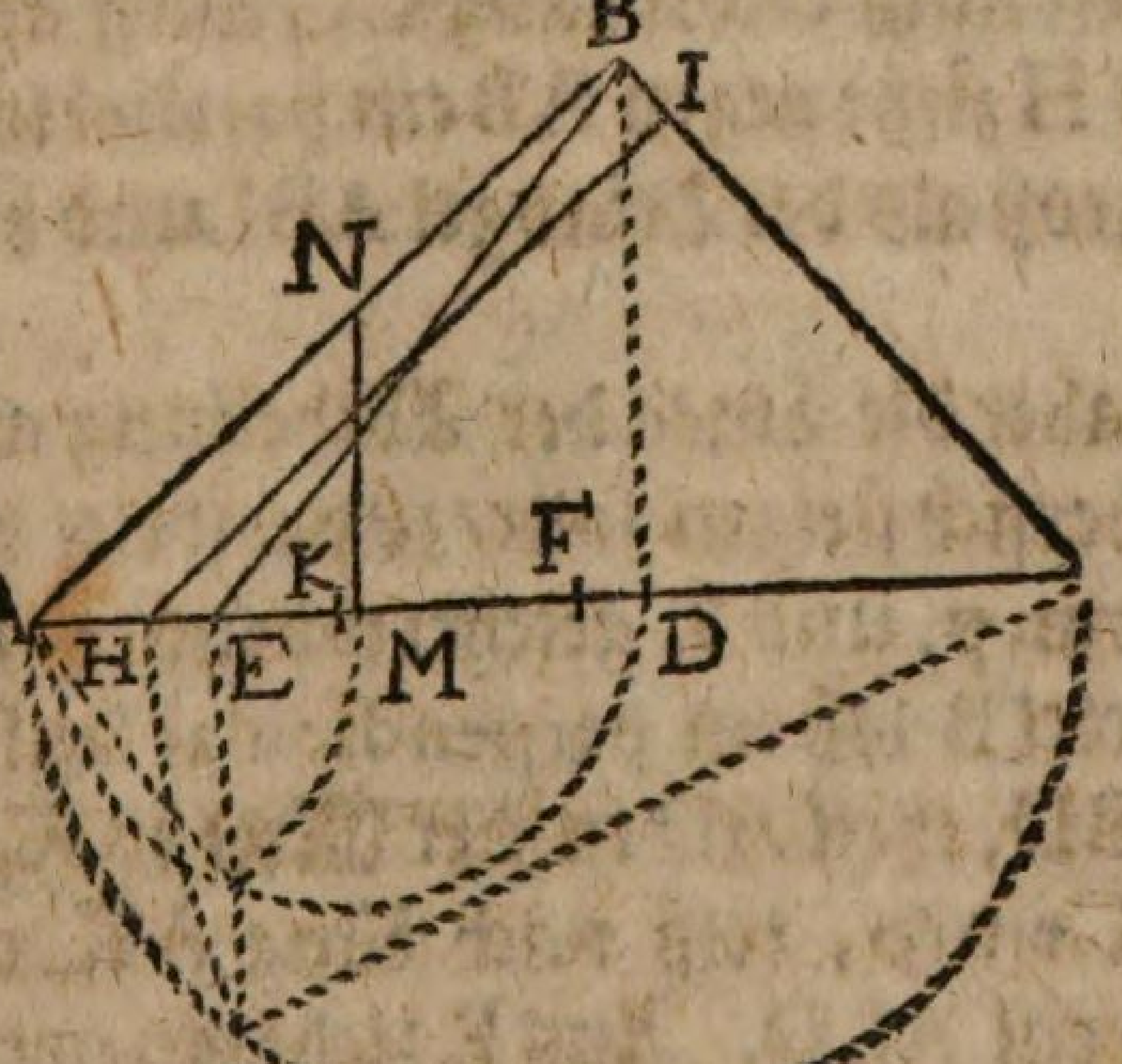
Theil AC in der Mitt in E, daraus ziehe nach B ein Linien/ ſo zeigt der Triangel BED an/ wie viel das Stuck ABD kleiner ſey/ denn das Stuck BDC, muß alſo davon ein Stuck gleich groß dem Triangel BDE abgenommen/ und durch O an OD angeſetzt werden/ welches alſo geſchiehet: Ziehe von O nach E ein Linien OE, gegen dieſer ziehe aus B ein parallel, welche AC in F durchſchneiden wird. Aus O ziehe ein Linien in F, ſo iſt

iſt der Triangel DOF eben ſo groß / als der Triangel DED, per 7. e. 7. Rami, iſt alſo das Stuck ABOF und BOFC einander gleich / und hat man in beyden einen Zugang zu den Brunnen.

XII.

Wie man von einem Triangel ein gewiſſe Ruhten- oder Morgenzahl abſchneiden ſoll.

Such erſtlich den gantzen Inhalt deß Triangels / als in dieſem Exempel ABC.



Weiln die Baſis AC, auf welcher die Abſchneidung geſchehen ſoll / lang iſt 144°. und die perpendicular BD 72°. daraus folget / nach Lehr deß Andern Theils / Num. 4. daß der gantze Inhalt ſey 5184°. davon ſoll ich abſchneiden 864°.

In was Proportion ſich nun hält der gantze Inhalt

halt 5184°. gegen den 864°. ſo abzuſchneiden: alſo hält ſich auch AC 144°. gegen 24°. Miß nun von A gegen C 24°. bis in E, und ziehe aus E eine Linien nach B, ſo hält der Triangel ABE richtig 864°. innen/ und ſolches per 1. 6. Euclidis.

Soll aber die Abtheilungs-Linea mit AB parallel lauffen/ ſo handele wie in dieſem Theil/ Num. 6. gelehret worden/ nemlich theil AC in der Mitt in F, aus ſolchem reiß nach Läng deß halben Diametri AF oder FC ein halben Circul AGC. Aus E ziehe ein Perpendicular, welche den Bogen in C durchſchneide.

Weil nun die Abtheilungs-Linea mit AB parallel ſeyn ſoll/ ſo ziehe aus dem gegenüberſtehenden Winckel C ein Linien nach G, die Läng CG wirff aus C nach A in H. Aus H ziehe gegen AB ein parallel in I. So iſt ABIH ſo groß als der Triangel ABI, und hält alſo auch 864°.

Wenn aber die Linea der Abtheilung auf AC winckelrecht überſich ſteigen ſolle/ ſo handele/ wie in dieſem Theil/ Num. 7. und 8. gelehrt worden/ nemlich aus dem Winckel B laß ein perpendicular auf AC fallen/ welche ſey BD, theil AD in der Mitt in K, aus dieſen/ als einem Centro, reiß nach Läng AK, oder KD ein halben Circul ALD. Aus E ziehe ein perpendicular, welche den Bogen durchſchneiden wird in L.

Weilen nun die Theilungs-Lienea mit AC perpendicular, aber gegen BD parallel wird/ alſo ziehe aus dem gegenüberſtehenden Winckel A ein Linien nach L. Aus A laß die Läng AL nach D lauffen in M, aus M ziehe ein perpendicular, welche AB in N durchſchneiden wird. So iſt der Triangel ANM ſo groß als der Triangel ABE, oder die Vierung ABIH, und hält alſo auch die begehrte 864°.

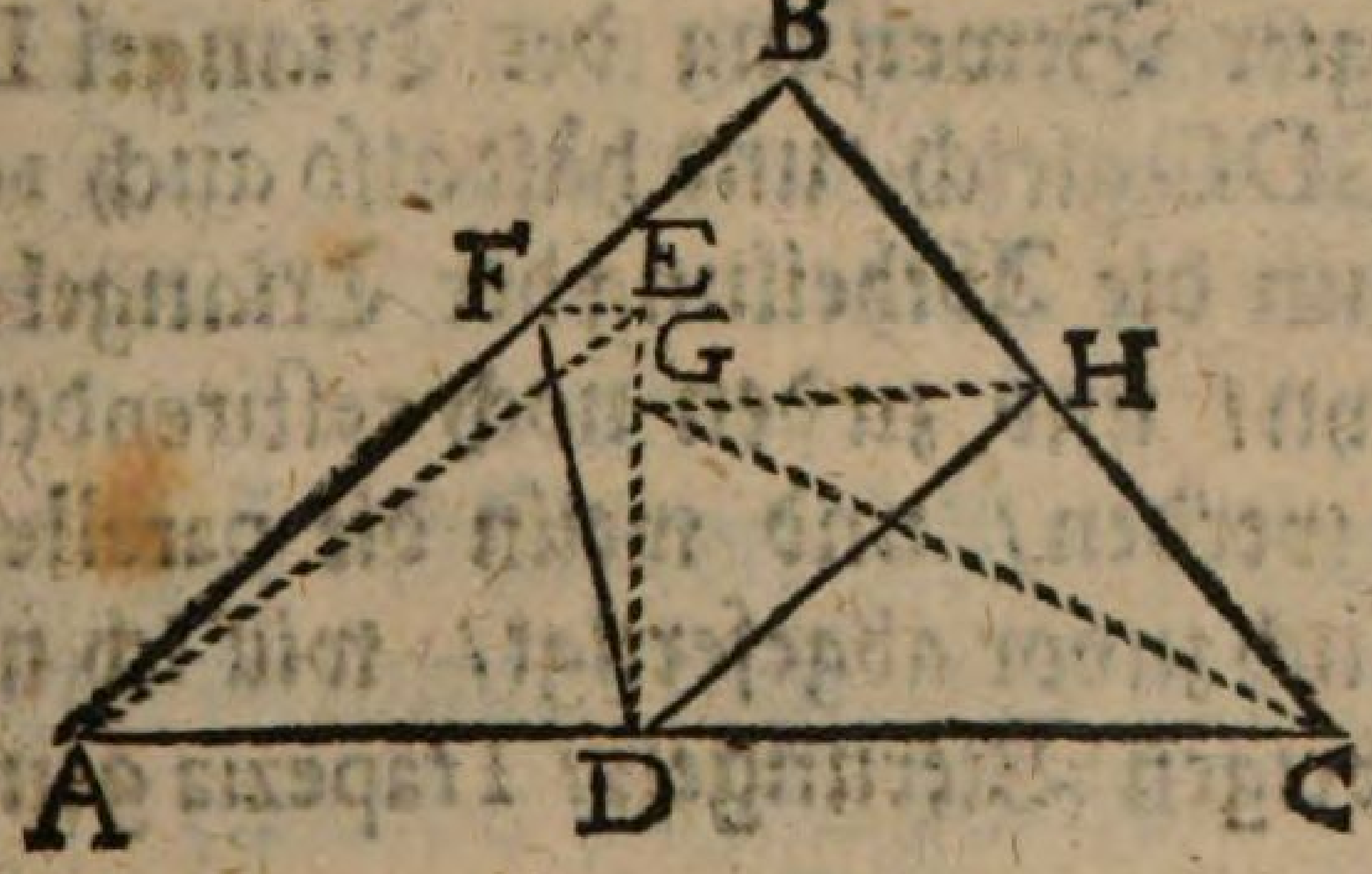
XIII. Wie

XIII.

Wie man von einem Triangel aus einem gegebenen Puncten auf der einen Seiten deß Triangels / ein gewiſſe Ruhten- oder Morgenzahl abſchneiden ſoll.

Hierinnen iſt nicht allweg vonnöthen / deß gantzen Triangels Inhalt zuvor wiſſen / ſondern iſt genug / wenn man nur verſichert / daß das Stuck / ſo abgeſchnitten werden ſoll / nicht gröſſer begehrt werde / denn der gantze Triangel an ihm ſelbſten iſt / ſonſten gebieret es ein abſurdum.

Zu einem Exempel / ſey der Triangel ABC, davon begehrt man auf der Seiten AC, aus dem gegebenen



Puncten D, abzuſchneiden 1600°. Erkündige alſo die Läng von A nach D, welche im Meſſen befunden worden 64°. mit deſſen Halbtheil / nemlich 32°. dividir die vorgegebene 1600°. kommt im Quotienten 50°. Solche Zahl zeiget an / daß du aus D ein perpendicular überſich in E ziehen ſolt / welche 50°. lang ſey. Fällt nun das E in die Seiten AB, ſo iſt die Sach ſchon verricht / denn der Triangel AED die begehrte 1600°. innen halten thut / wo nicht / als in dieſem

ſem Exempel / ſo ziehe durch E ein parallel gegen AC, ſolche wird die Seiten / an welcher das Meſſen angefangen worden/ als allhie AB in F durchſchneiden.

Von F ziehe eine Linien in D, ſo iſt der Triangel AFD, per 37. 1. Euclidis eben ſo groß als AED und derhalben auch 1600°.

Solten aber mehrgedachte 1600°. gegen BC abgeſchnitten werden/ſo miß die Läng von C nach D, welche im meſſen befunden worden 80°. mit deſſen Halbtheil/nemlich 40°. dividir die begehrte 1600. kommt im Quotienten 40. Solche miß von D perpendiculariter überſich in G, aus G ziehe eine Linien in C, ſo hält der Triangel GDC richtig innen 1600. Aus G ziehe gegen DC ein parallel welche BC, in H durchſchneiden wird. Ziehe H und D zuſammen / ſo iſt aus vorangeregter Beweiſung der Triangel DHC dem Triangel GDC gleich / und hält alſo auch 1600°.

Soll nun die Abtheilung der Triangel hiemit beſchloſſen ſeyn / und zu den noch reſtirenden Figuren geſchritten werden / und weiln die parallelogramma allbrereit auch zuvor abgefertigt / will ich mit Abtheilung der übrigen Vierungen / Trapezia genannt/fortfahren.

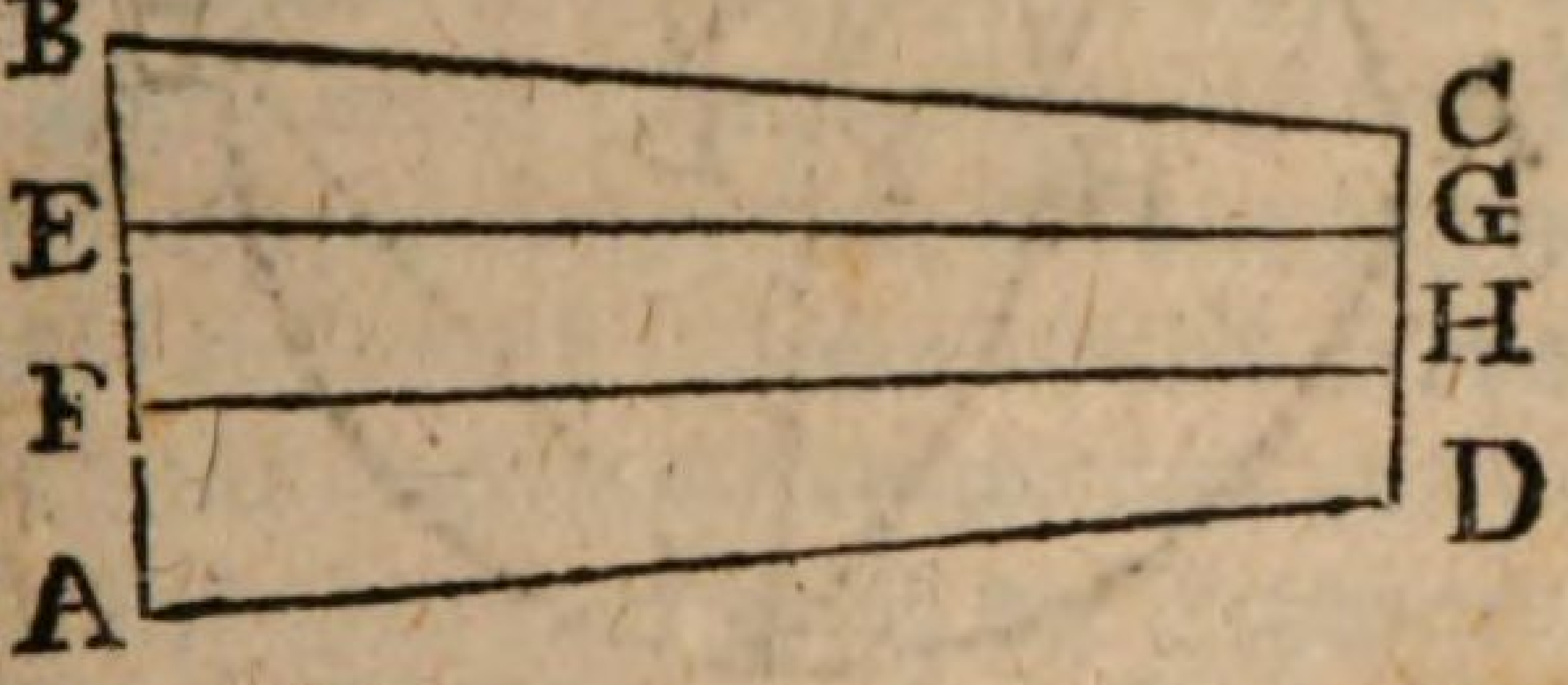
XIV.

Wie man die irregulirte Vierungen/ Trapezia genannt / in zwey oder mehr gleiche Stücke abtheilen ſoll.

Hat das Feld zwo Seiten/ſo miteinander parallel, und ſoll die Abtheilung auf ſolchen geſchehen/ ſo iſt der Sach leichtlich abzuhelffen. Denn man nur die parallelen

leſen jeden inſonderheit in die begehrte Theil abgetheilt/ und Scheid-Linien dadurch zeuchet.

Als in dieſem Exempel: Das Feld ABCD ſoll in drey gleiche Stücke vertheilet werden/ ſo zerſchneidt AB

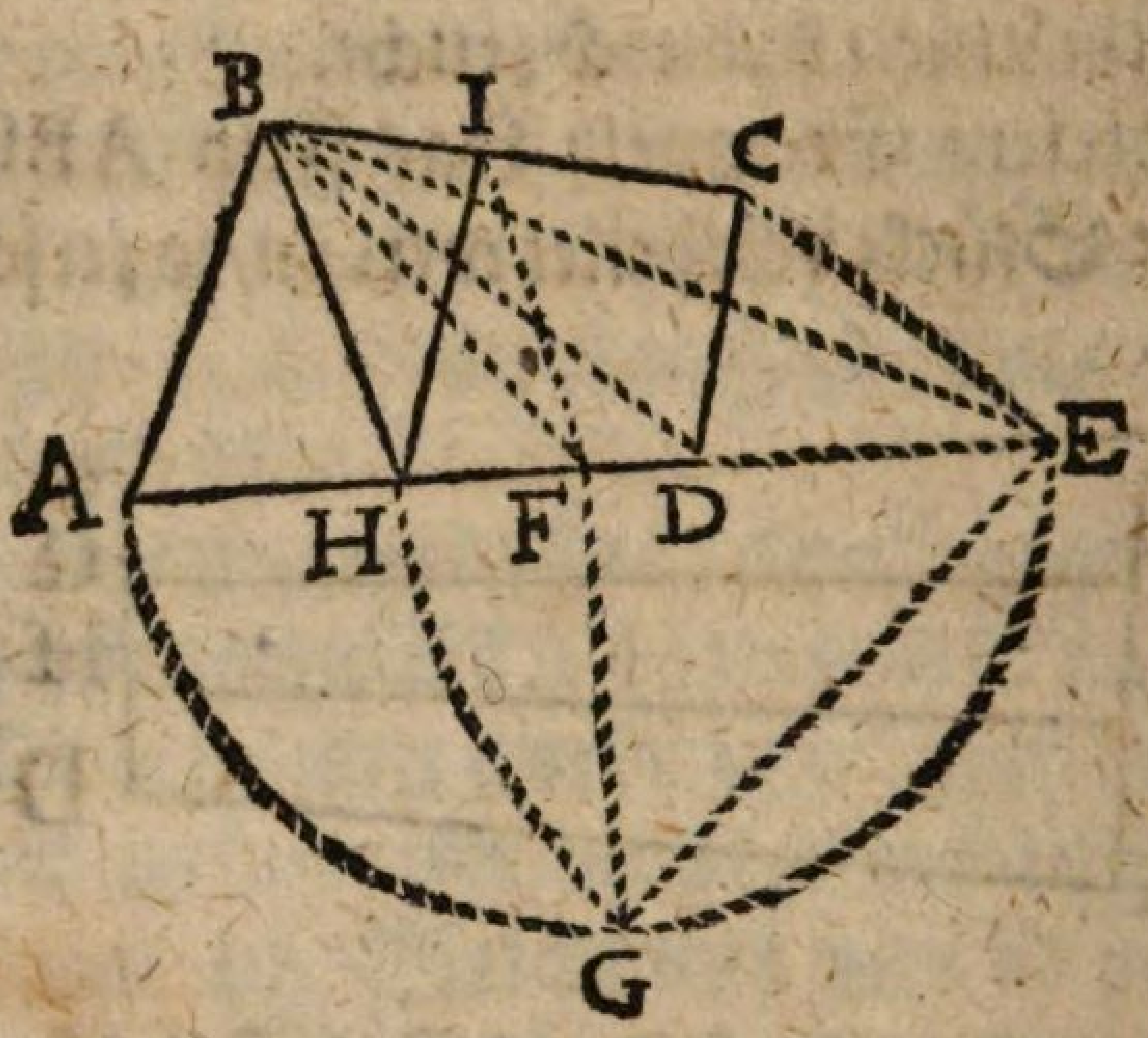


in drey gleiche Theil mit E und F, deßgleichen CD mit G und H. Ziehe E und G, deßglichen F und H, zuſammen/ ſo iſt das Feld juſt in drey gleiche Stück abgetheilt/ welches ex 36. & 38. primi Euclidis zu demonſtriren: Inmaſſen es dem Verſtand nach / nichts anders iſt denn 3. parallelogramma, und 3. Triangel auf gleichen Baſibus, und in iisdem parallelis.

XV.

Wie man ſich verhalten ſoll / wenn in dergleichen Vierungen nicht zwo Seiten miteinander parallel haben.

Hat aber das vorgegebene Feld obgedachte Bedingungen nicht / ſo muß etwas weitläufftiger und folgender Geſtalt gehandelt werden. Soll alſo zu beſſerm Verſtand diß Trapezium ABCD nur in zwey gleiche Stück abgetheilet werden/ damit die Meng der blinden Linien kein Irrung bringen möge. Denn welcher diß recht verſtehet/ wird gar leichtlich ſolcher Gattung Feldungen/ auf welcher Seiten er will / auch in drey / vier der mehr gleiche Stück vertheilen / oder auch ein gewiſſe Ruhtenzahl davon abſchneiden können.



Die Abtheilung ſoll auf AD geſchehen/ ziehe derwegen aus der gegenüberſtehenden Winckel einem/ als allhie aus B ein Linien in D ſo wird ſolch Feld zwar in zwey/ aber ungleiche Theil/ abgetheilet. Sollen nun ſolche gleich werden/ ſo ziehe aus C ein parallel gegen BD. welche die erlängerte AD zerſchneide in E. aus ſolchem ziehe ein Linien nach B, wird alſo ein Triangel ABE, welcher eben ſo groß iſt als die Vierung ABCD, weiln die Triangel BDC und BDE per 37. primi Eucl. einander gleich/ und ABD beyden gemein iſt. Theil nun AE in der Mitt in F, und ziehe daraus ein Linien in B. ſo iſt der Triangel ABE, und auch zugleich damit die Vierung ABCD in zwey gleiche Stück abgetheilt/ das iſt/ der Triangel ABF hält eben ſo viel als das übrige Stück ACDE.

Weiln aber ſolche Abtheilung gemeiniglich übel geformirte Stück gibt/ kanſt du ihm anderſt/ und ſolcher Geſtalt thun/ ſonderlich wenn du begehreſt/ daß die Stück faſt einerley Form bekommen ſollen. Aus dem Mittel der Linien AE, als dem centro F, nach Größ

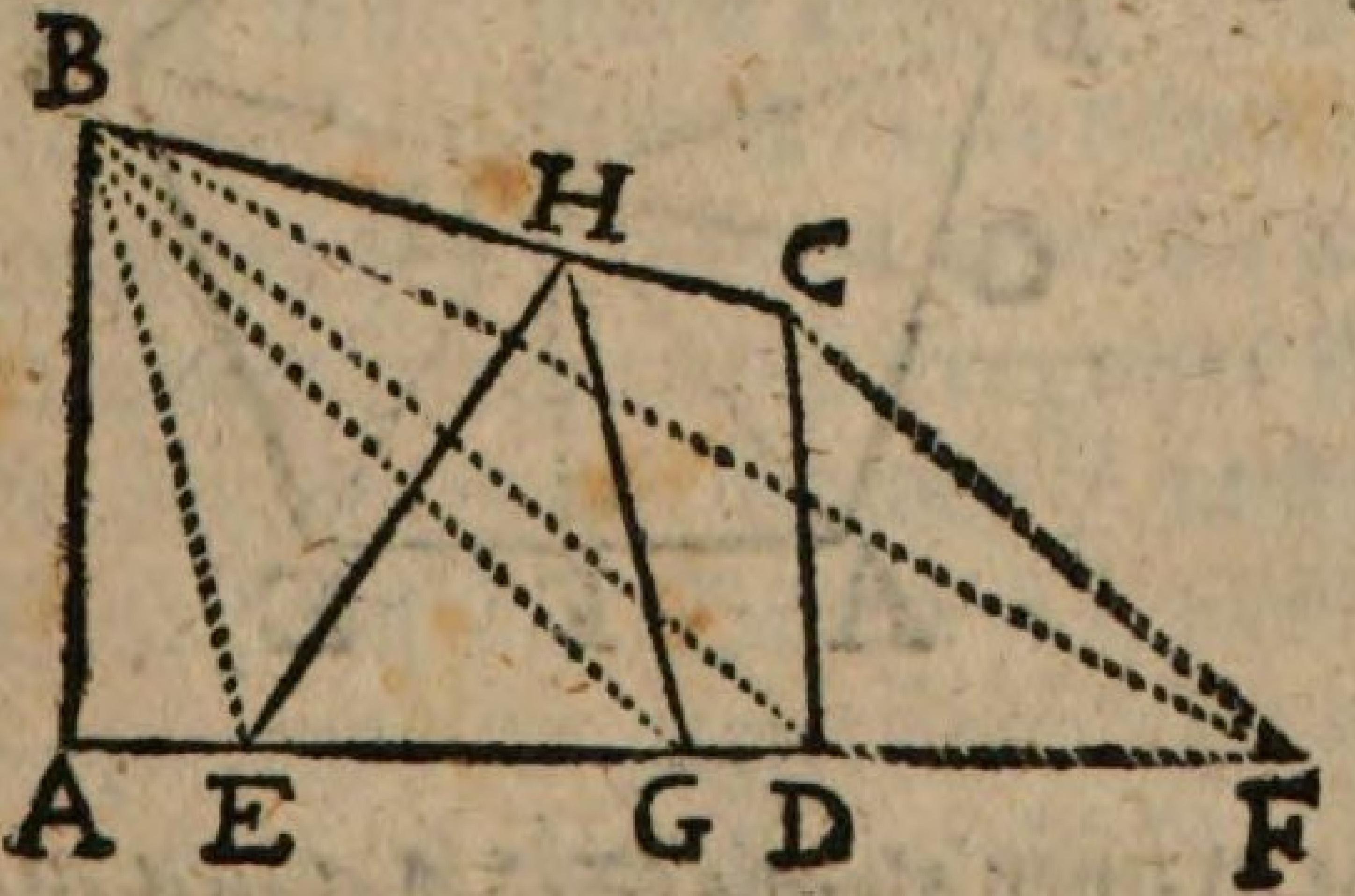
deß

deß halben Diametri FA. oder FE reiß ein halben Circul AGE, gegen ſolchen reiß aus den Theilungs-Puncte F ein perpendicular, welche den Circulbogẽ durchſchneide in G, von G ziehe eine Linien nach E, die Läng EG wirff aus E nach A in H, von H ziehe eine Linien nach B, gegen dieſer Linien ziehe aus den Theilungs-Puncten F ein parallel, welche BC durchſchneiden wird in I. Aus H ziehe nach I, ſo wird durch HI von gantzem Feld ein Stuck abgeſchnitten/ welches aus vor angezogenem Grund eben ſo groß als der Triangel ABF, das iſt das Stuck ABIH iſt eben ſo groß als IHCD. Iſt alſo dieſes Feld etwas bequemer und förmlicher/ denn zuvor in zween gleiche Theile abgetheilet.

XXVI.

Wie man eine irregulirte Vierung/ aus einem gegebenen Puncten auf der einen Seiten/ in zwey gleiche Stück abtheilen ſolle.

Die Vierung iſt ABCD, der gegebene Punct an der Seiten AD ſey E, mach ein Triangel/ wie im An-



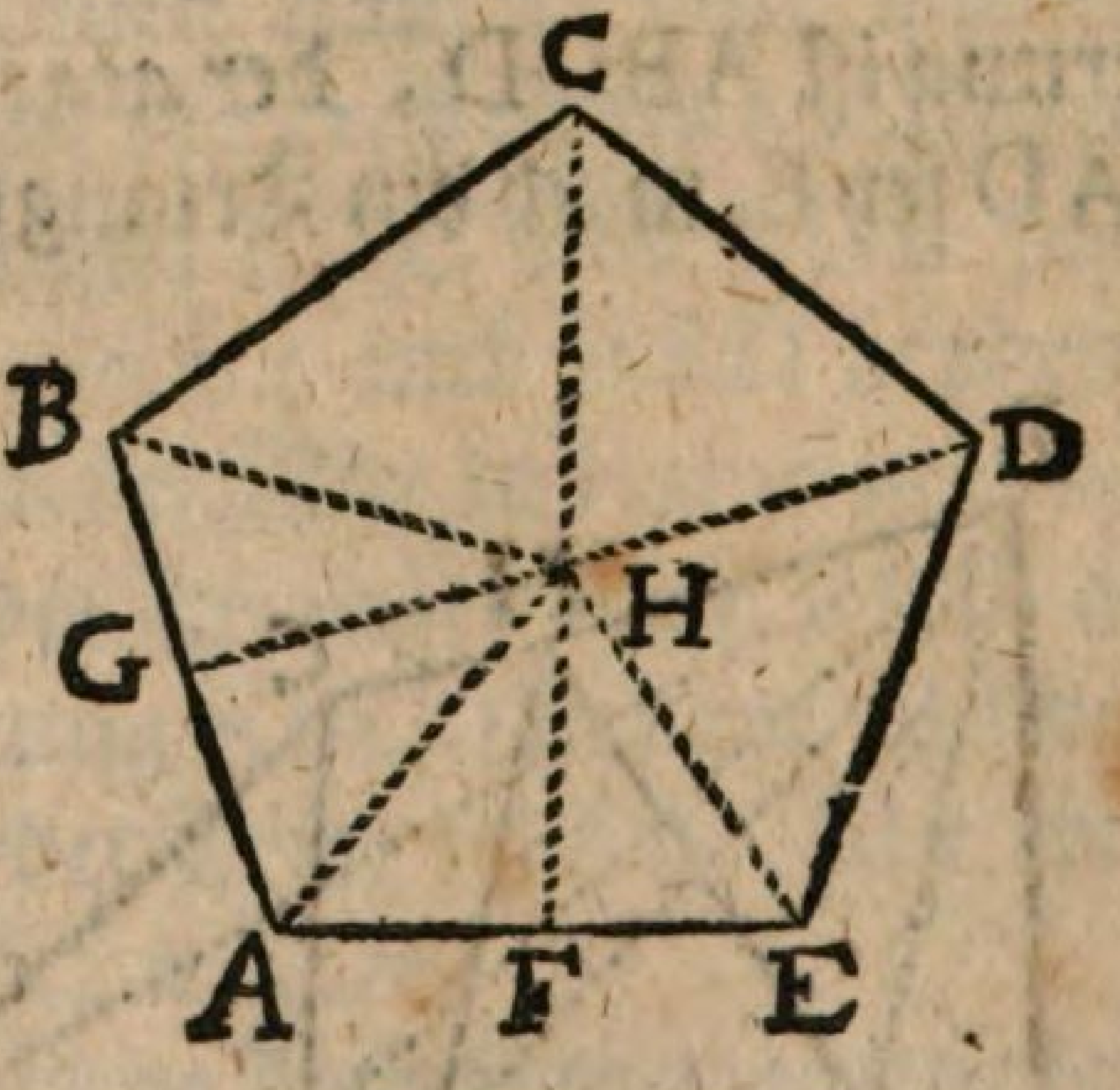
fang vorgehender Lehr gewieſen worden/ der eben ſo

groß/als die Vierung ABCD, welcher ſey ABF, theile AF in der Mitt in G, ziehe von G nach B, ſo iſt ABG das Halbtheil von dem Triangel ABF, das iſt/ das Halbtheil von der Vierung ABCD. von E dem gegebenen Puncten/ziehe eine Linen nach B, gegen ſolcher ziehe aus G ein Parallel, welche BC durchſchneide in H. Ziehe HE zuſamen/mit ſolcher wird ein Stuck ABHE abgeſchnitten / welches eben ſo groß als der Triangel ABG, und ſolches alles aus vor angezogenem Grund.

XVII.

Wie alle regulirte vielſeitige Felder in zwey oder mehr gleiche Stůck abzutheilen.

Gleichwie die vielſeitige regulirte Feldungen im Meſſen vorgehenden Theils/ Num. 22. miteinander abgefertiget worden/ alſo ſoll allhie in Abtheilung derſelben auch geſchehen.



Solche in zwey gleiche Stůck abzutheilen/ſuche nur ihre centra, dadurch ziehe aus einem Winckel bis an das End ein Linien/ſo iſt ſolch Feld richtig in zwey gleiche Stůck getheilet.

Als in dieſem fünffEck ABCDE, ziehe von C durch das Centrum H gegen AE ein Linien in F, oder von D durch H in G, ſo iſt die Theilung verrichtet. Wann aber der Theil drey / vier oder mehr werden ſollen / ſo kan ſolches leichtlich aus dem centro geſchehen: man mag auch die Theilung anderſt anſtellen / und ſich nach folgender Lehr gebrauchen.

XVIII.

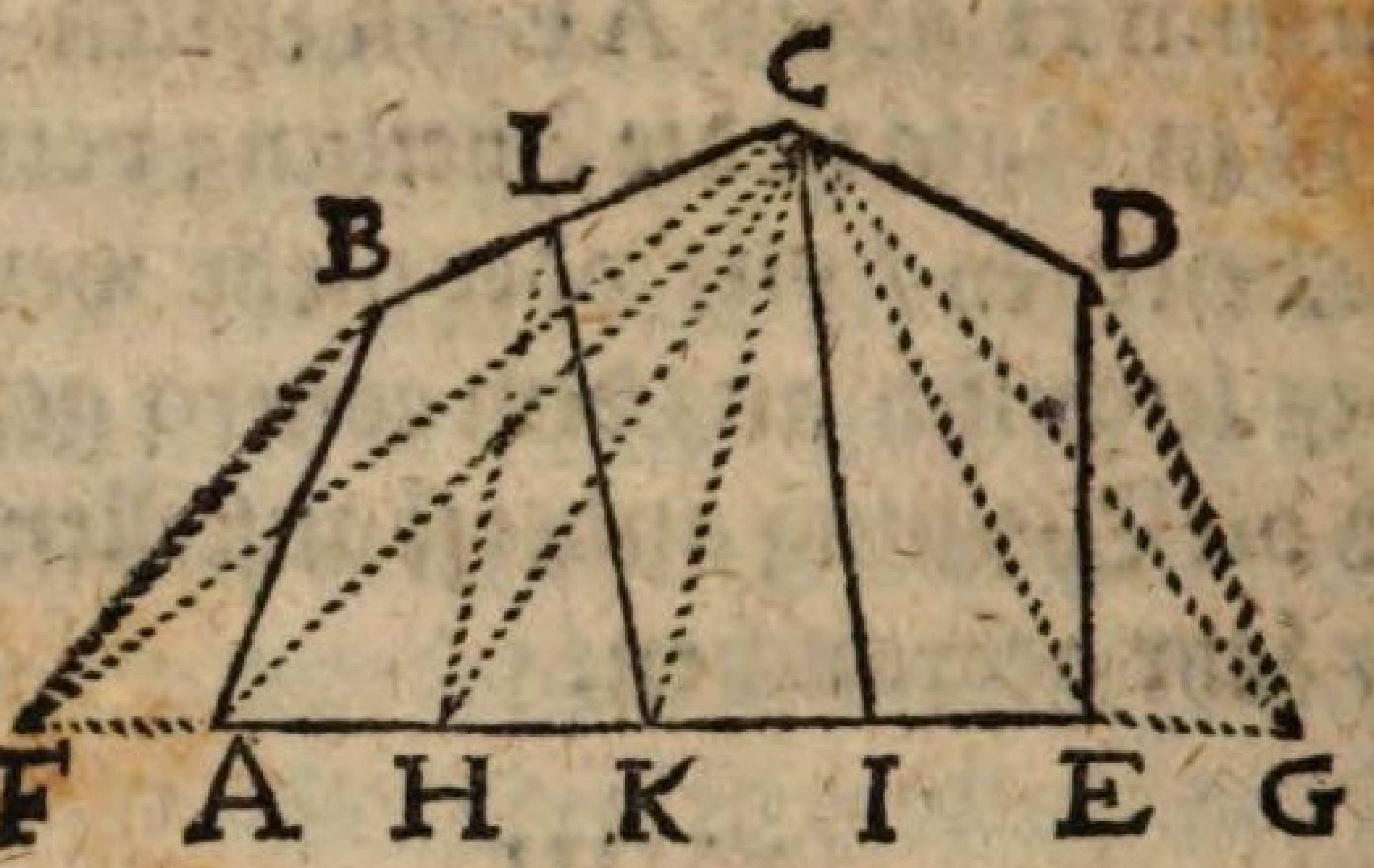
Wie man allerhand vielſeitige Feldung / in zwey oder mehr gleiche Stück abtheilen ſoll.

Wenn die Theilung / ohne Erkenntniß / deß vielſeitigen Felds Inhalts / verrichtet werden ſoll / ſo müſſen ſolche zuvor in gleichhaltige Triangel gebracht werden / und wird damit nichts anderſt procedirt / dann wie Num. 15. und 16. dieſes Theils / mit den irregulir-ten Vierungen geſchehen / allein daß die Verrichtung allhie etwas weitläufftiger.

Als wenn das Feld von ſieben Ecken oder Seiten wäre / muß ſolches zuvor in ein gleich groſſes Sechseck / und ſolches ferner in ein gleich groſſes Fünffeck / und diß in ein gleich groſſes Viereck / und dann letzlich ſolches in ein gleich groſſen Triangel gebracht werden.

Wollen zu einem Exempel diß irregulirt fünffſeitig Feld ABCDE für die Hand nehmen / und ſolches in drey gleiche Stück auf der Seiten AE abtheilen.

Ziehe derwegen aus dem gegen überſtehenden Winckel C eine Linien nach A, gegen ſolcher ziehe aus B ein Parallel, welche die erlängerte Seiten EA durchſchneiden in F. Von F ziehe eine Linien nach C, ſo iſt die



Vierung FCDE dem FünffEck ABCDE am Inhalt gleich. Ferners ziehe auch aus C ein Linien nach E, gegen ſolcher ziehe aus D ein parallel, welche die erlängerte Seiten AE durchſchneide in G, von G ziehe ein Linien nach C, ſo iſt der Triangel FCG dem VierEck FCDE, und alſo auch dem gegebenen FünffEck ABCDE, aus offt angezogenem Grund gleich.

Weil nun ſolches in drey gleiche Stück abzutheilen/ ſo theil die Läng FG in drey gleiche Theil in H und I. Ziehe von H nach C, deßgleichen von I nach C Linien/ ſo theilen HC und IC den Triangel/ und auch das FünffEck in drey gleiche Theil. Weilen es aber etwas unformlich/ daß die zwey fordern Theil mit den Winckeln BCH und HCI ſo ſpitzig zuſammen kommen/ ſo theil zu Verhütung deſſen HI, nach deinem Gefallen/ in K, aus K ziehe ein Linien nach G, gegen ſolcher ziehe aus H ein parallel, welche BC durchſchneidt in L. Zieh KL zuſammen/ ſo iſt das Stuck KLCI dem Triangel HCI am Inhalt gleich/ und alſo das Feld zierlicher und bequemer/ denn zuvor in drey gleiche Stück abgetheilet.

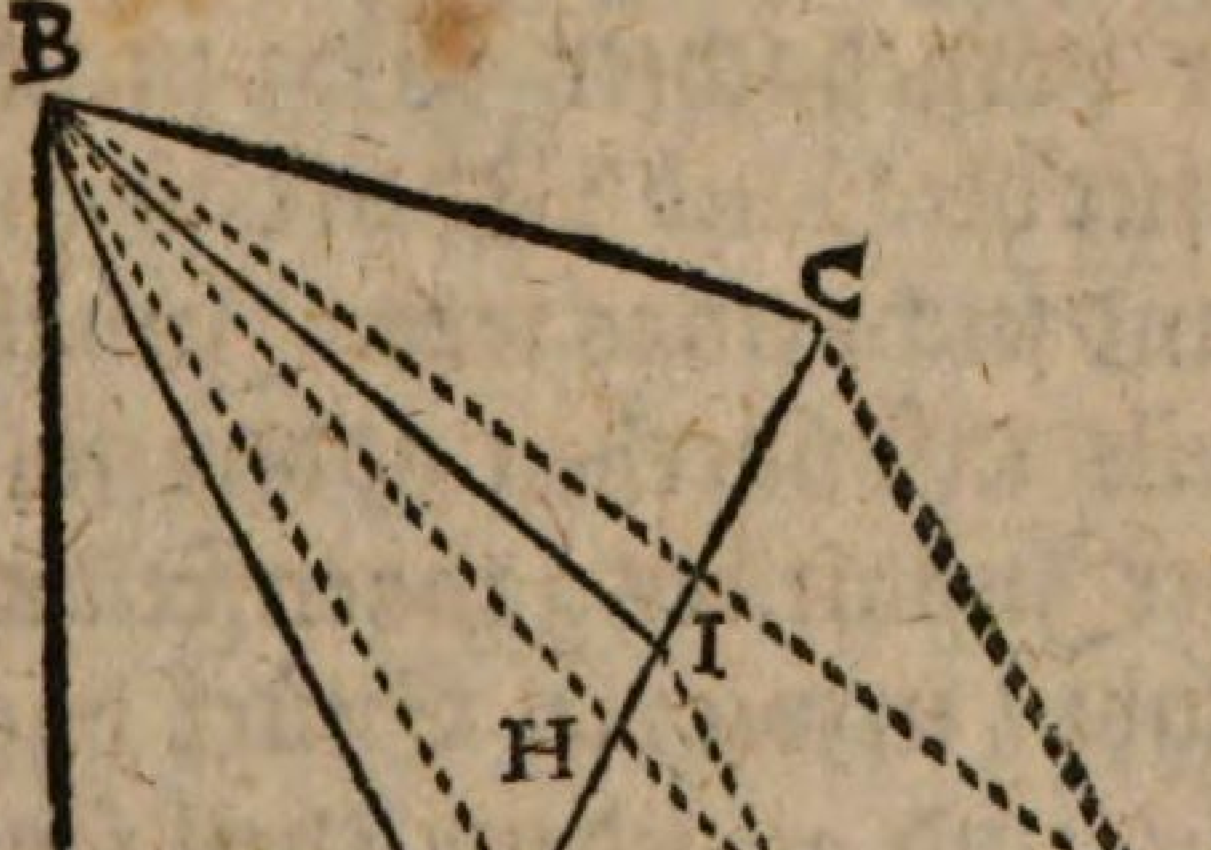
XIX. Was

XIX.

Was ferner bey nächſtgedachter Feldung Abtheilung zu bedencken.

Es iſt wol in Acht zu nehmen / daß die ungefundene Linien der Triangel nicht allwegen gleiche Theil / von den irregulirten vielſeitigen Feldern abſchneiden / denn offt das eine Stuck um etwas und ſo viel zu klein / um wieviel das ander zu groß iſt. Wie aber ſolches zu erfahren / und denn zu corrigiren / ſoll in dieſem Trapezio ABCD, in drey gleiche Stück abzutheilen gewieſen werden.

Verwandel ſolches nach Lehr dieſes Theils / Num. 15. in ein gleich groſſen Triangel / welcher ſey ABE, deſſen Baſin AE theil in drey gleiche Stück FG, ziehe



von B nach F, deßgleichen von B nach G, welche CD durchſchneidt in H, ſo ſind zwar die drey Triangel einander in der Göß gantz gleich / und alſo jeder ein Dritttheil vom Feld ABCD. Es iſt aber nur der eine ABF gantz im Feld begriffen / im andern bleibt der kleine Triangel DHG auſſerhalb deß Felds / derwegen das

Stück BHDF um ſo viel zu klein: und dargegen das übrige Stück BHC um ſo viel zu groß iſt: muß derwegen vom ſelben ein Stück/das ſo groß als DHG abgeſchnitten/und an DFBH angeſetzt werden/welches alſo geſchiehet:

Von D ziehe ein Linien nach B (welches zwar allhie zuvor geſchehen) gegen dieſer ziehe aus G ein Parallel, welche DC durchſchneiden in I. von I ziehe nach B, ſo iſt der Triangel BHI ſo groß als DHG per 37. primi Euclidis. Iſt alſo nunmehr das Mittel Stück BIDF auch ein vollkommener Drittheil / und dann BIC der reſtirende Drittheil: und iſt auf ſolchen Weg der Sach geholffen.

XX.

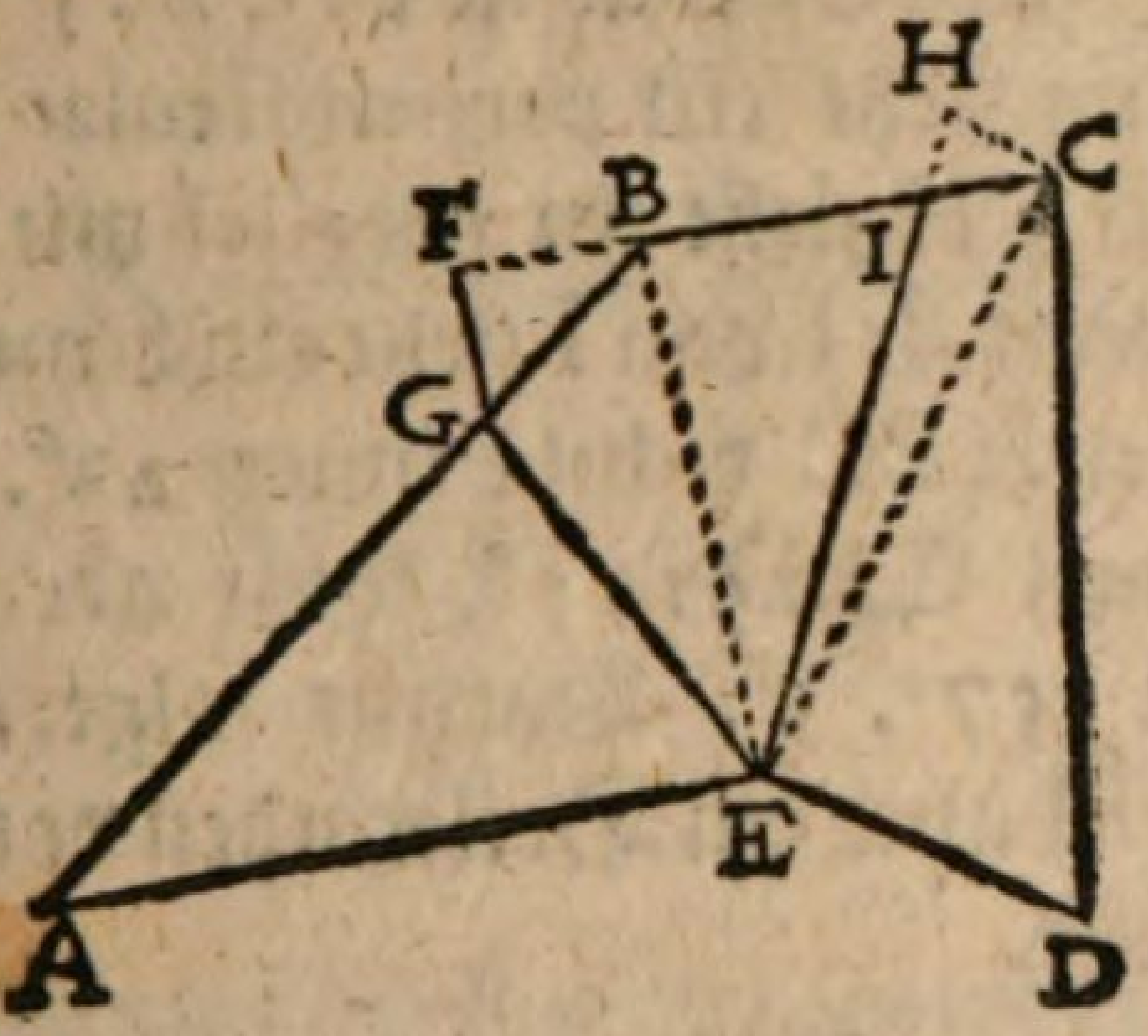
Wie die irregulirte vielſeitige Felder auf ein andern Weg abzutheilen.

Will dir vorgedachter Weg zu ſchwer fallen: ſo nim dieſen für die Hand: Theil das gantze Feld in eitel Triangel/und ſuche eines jeden Inhalt/nach Lehr deß andern Theils inſonderheit addire ſolche zuſammen/ ſo kommt der Inhalt des gantzen Felds. Dieſes dividir durch die Zahl / in wie viel Stück das Feld zertheilet werden ſoll / und gib jedem Theil ſein Angebührniß. Wie aber ſolchem zu thun / iſt aus einem Exempel beſſer/dann aus vielen Worten/zu vernehmen.

Diß irregulirt fünffſeitig Feld ABCDE ſoll in drey gleiche Stück abgetheilet werden. Zerfällt alſo ſolches in drey Triangel / inmaſſen ein jedes vielſeitig Feld in ſo viel Triangel getheilet wird / wie viel Seiten übrig bleiben / wan man zwo hinweg wirfft. Als ein vierſeitig Feld wird in zween / ein fünffſeitig in drey / ein

ſechs-

ſechsſeitig in vier/ ein ſiebenſeitig in fünff Triangel abgetheilet.



Im erſten Triangel ABE ſind die Seiten AB 30°. AE 24°. BE 18°. Daraus folgt/ nach Lehr deß Andern Theils/ Num. 4. oder 5. daß ſein Inhalt ſey 216°.

Im Triangel BEC iſt BE vorbekandt/ BC 13°. 5'. CE 22°. 5'. iſt derwegen ſein Inhalt 221. 5'.

Im Triangel CED iſt CE auch vor bekandt/ CD iſt 25°. 5'. DE 12°. hätt alſo 135°.

Die Summa dieſer dreyer Triangeln iſt 472°. 5'. ſolches mit 3 dividirt / kommt für ein Drittentheil 157°. 5'. daraus du ſiheſt/ daß der erſte Triangel ABE 216°. für ein Drittentheil zu groß iſt. Davon ziehe nun ab 157°. 5'. Reſten 58°. 5'. Solches dividir durch die halbe Seiten BE als 9°. komt 6°. 5'. nach ſolcher Läng ziehe ein perpendicular auf BE, von B in F, durch F ziehe ein parallel mit BE, welche AB durchſchneidt in G, vom G ziehe eine Linien in E, ſo hält der Triangel GBE richtig innen 58°. 5'. und der Triangel AGE 157°. 5'. Das iſt ein Drittentheil vom gantzen Feld.

Deß Triangels CED Inhalt iſt 135°. ziehe ſolches

von

von dem Drittentheil 157°. 5'. bleibt 22°. 5'. um wie viel der Triangel CED zu klein iſt/ muß ihm derwegen ein ſolch Stuck zugeſetzt werden: Dividir nun 22°. 5'. durch die halbe Seiten CE, das iſt 11°. 2'. 5''. komt 2°. Nach ſolcher Läng ziehe ein perpendicular auf CE, von C in H. Durch H ziehe ein parallel mit CE, welche BC durchſchneidet in I, von I ziehe ein Linien in E, ſo hält der Triangel HEC richtig innen 22°. 5'. darzu addir den Triangel CED 135°. komt abermals für ein Drittentheil 157°. 5'. Daraus folget/ daß das übrig Stuck EGBI auch ein Drittentheil vom gantzen Feld inhalten müſſe.

XXI.

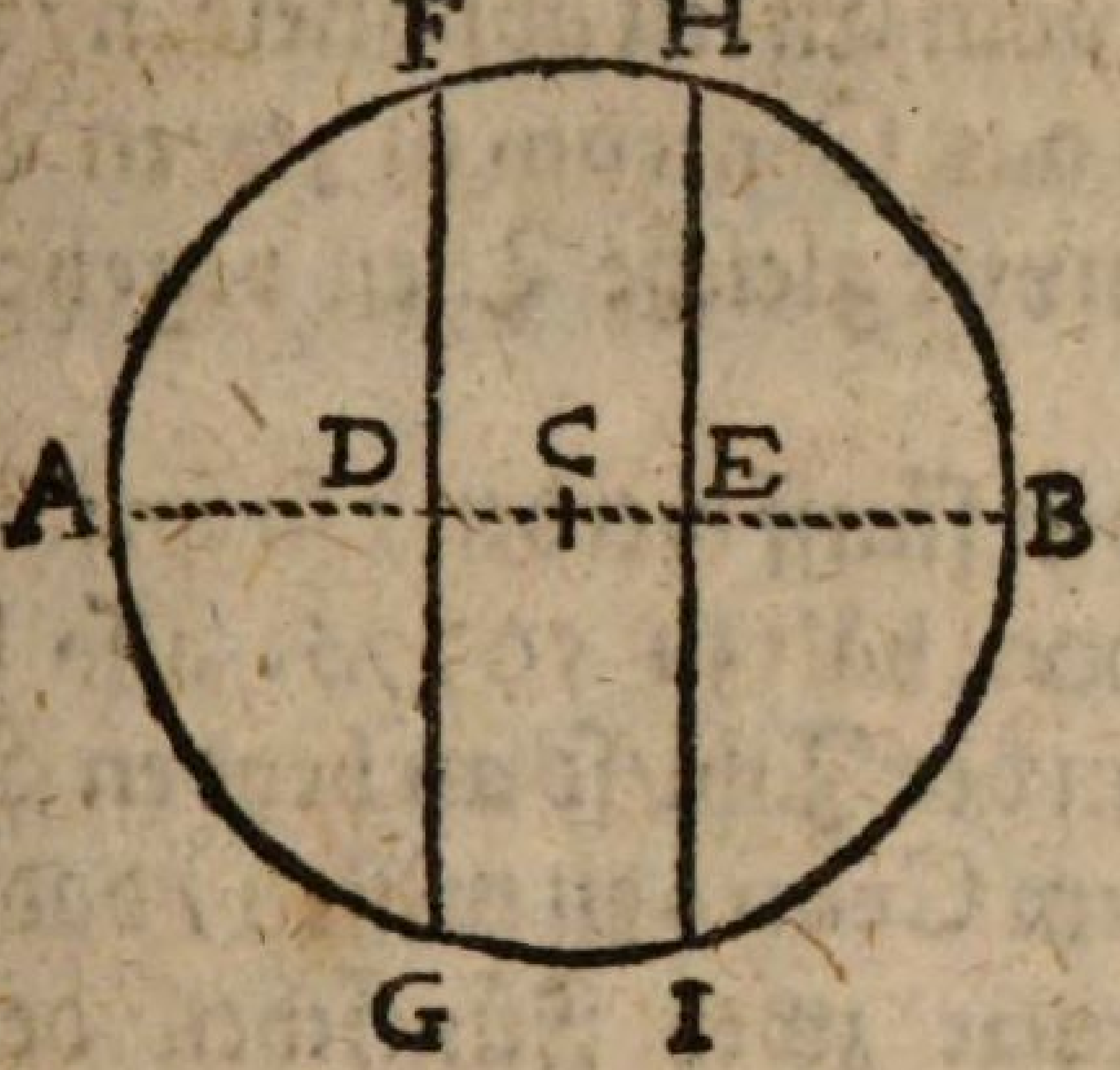
Wie ein Circulrund Feld in zwey oder mehr gleiche Stück abzutheilen.

Ein jeder Circul wird durch ſeinen Diametrum in zwey gleiche Stück abgetheilet/ wenn auch der Theil mehr werden ſollen/ und die Abtheilung aus dem Centro geſchihet/ ſo wird nun der Umkreis in ſo viel Stück als begehrt worden/ abgetheilt/ und dardurch aus dem Centro Linien gezogen. Weiln nun diß gar leicht/ ſo iſt gantz ohne Noht davon viel Wort zu machen.

Wenn aber die Theilungs-Linien miteinander parallel lauffen ſollen / iſt es etwas ſchwerer/ und müſſen die Abſchnitt durch Proportion folgender Geſtalt geſucht werden/ welches aus Exempeln am beſten zu vernehmen ſeyn wird.

Diß Circulrund Feld/ deſſen Centrum C, und ſein Diameter AB, ſo 40°. lang/ ſoll in drey gleiche Stück/ mit obangeregter Bedingung abgetheilet werden.

Wie



Wie ſich nun der Radius 100000 hält zu 73505. alſo hält ſich der halbe Diameter AC, das iſt 20°. zu 14°. 7^{1}. Miß derwegen von A nach C 14°. 7^{1}. in D, dadurch ziehe eine Linien/welche AB winckelrecht/und den Umkreis in F und G durchſchneide / ſo iſt der Abſchnitt FGA ein Drittheil von dem gantzen Circul. Ebenmäſſig zehle von B nach C in E 14°. 7^{1}. Dadurch ziehe ein Linien HI gegen FG parallel, ſo ſchneid ſolche auch ein Drittentheil vom Circul ab. Daraus folgt/ daß das mittel Stuck FHIG gleichfalls ein Drittel ſey.

Begehreſt du die Läng FG oder HI zu wiſſen ſo ziehe AD 14°. 7^{1}. von dem halben Diametro AC 20°. ſo bleibt 5°. 3^{1}. für DC. Solches quadrir, kommt 28°. 0^{1}. 8^{2}. Quadrir auch den halben Diametrum 20. kommt 400. Davon ziehe 28°. 0^{1}. 9^{2}. bleibt im Reſt 371°. 9^{1}. 1^{2}. Deſſen Radix 19°. 2^{1}. 8^{2}. 5^{3}. gibt die Läng FD, und geduplirt / kommt für FG oder HI 38°. 5^{1}. 7^{2}.

Sollen aber der Theil vier werden/ſo ſprich: wie ſich der Radius 100000 hält zu 50608. alſo hält ſich der halbe Diameter zu der Zahl / ſo an beyden Enden von

A und

A und B gegen dem Centro gemeſſen/ und dadurch perpendicular-Linien gezogen werden ſollen/ welche zwey Vierdttheil vom Circul abſchneiden/ das mittler Stück theil durch das Centrum in zween Theil/ ſo iſt das gantze Feld in vier gleiche Theil begehrter maſſen abgetheilet.

Sollen der Theil fünff werden/ ſo ſprich: Wie ſich der Radius 100000. hält zu 50776. alſo hält ſich der halbe Diameter zu der Zahl/ ſo an beyden Enden/ von A und B gegen dem Centro zu meſſen/ dadurch die gezogene perpendicular zwey Fünfftheil des Circuls abſchneiden.

Ferners/ wie ſich verhält der Radius 100000 zu 84227. alſo verhält ſich der halb Diameter gegen der andern Zahl/ ſo von A und B. gegen dem Centro zu meſſen/ dardurch die perpendicularen abermals zwey Fünfftheil abſchneiden/ ſo iſt alſo das übrig mittel Stück das reſtirende Fünfftheil.

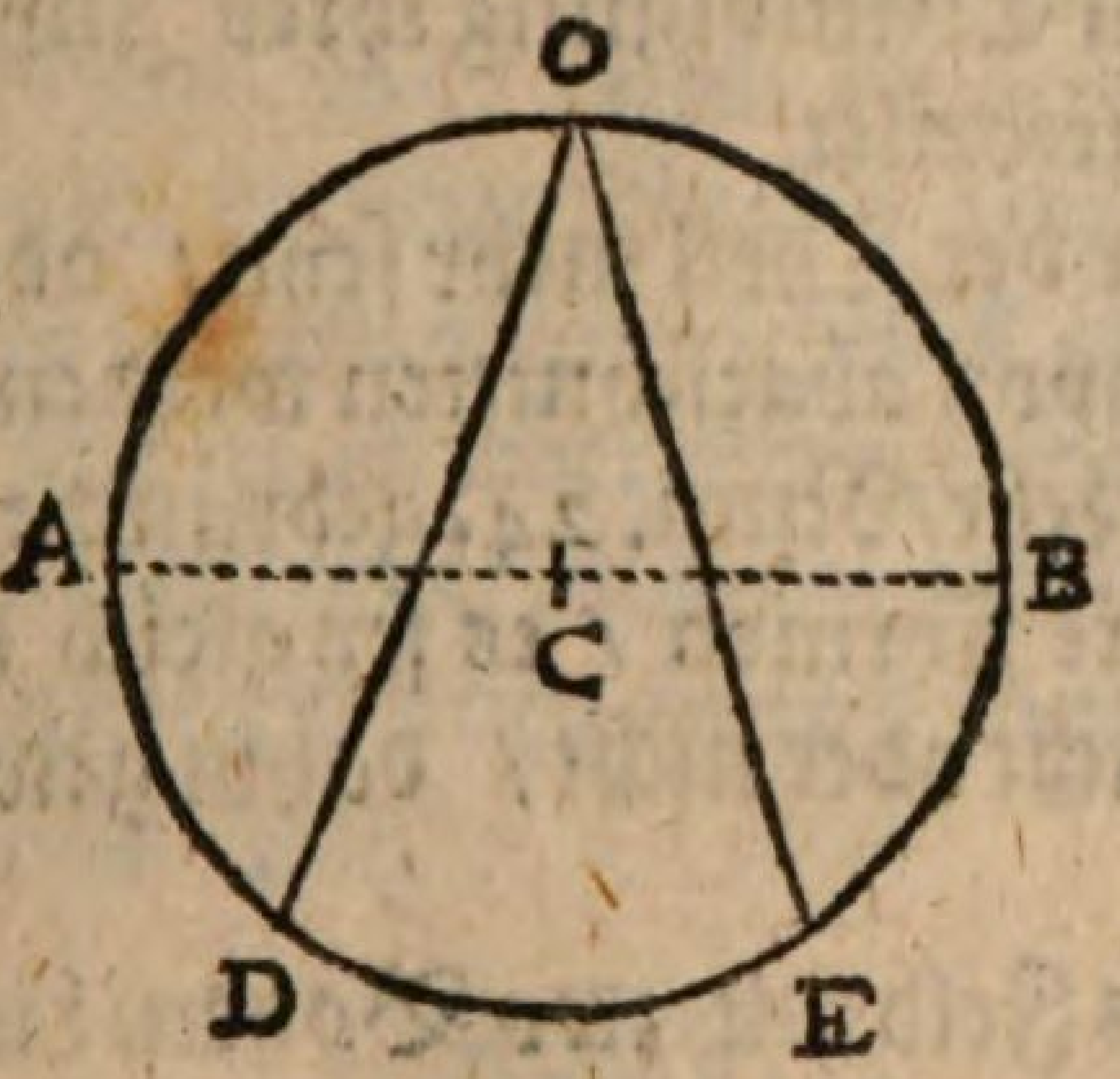
XXII.

Wie ein Circulrund Feld aus einem gegebenen Puncten/ auf den Umkreis ſtehend/ abzutheilen.

Sollen der Theil nur zwey werden/ ſo theile der Diameter, ſo aus dem gegebenen Puncten durch das Centrum laufft/ den Circul ſo bald in zwey gleiche Theil/ ſollen der Theil mehr werden/ muſt du dieſelbe nach vorgehender Lehr ſuchen/ davon nim die Läng der Senn-Linien/ und trag ſie von dem gegebenen Puncten bis an den Umkreis/ wie aber ſolcher zu verrichten/

ten / wird aus einem Exempel am beſten zu vernehmen ſeyn.

Soll alſo vorgedachter Circul / deſſen Diameter 40°. wiederum für die Hand genommen / und in drey gleiche Stück abgetheilet werden.



Der gegebene Punct ſey o. aus ſolchem ziehe eine gerade Linien / die eben ſo lang als die vorgefundene FG oder HI, nemlich 38°. 5'.72. welche den Umkreis gegen A durchſchneide in D.

Ebenmäſſig ziehe ein ſolche Linien aus O, welche den Umkreis nach B durchſchneide in E, ſo iſt DOA der erſte Drittheil: DOE der ander / und EOB der dritte / und hält ein Theil ſo viel innen als der ander. Welches alles aus den Tabulis Sinuum geſucht worden / und daraus zu demonſtriren.

XXIII.

Wie man allerhand Feldungen / ſo mit gemiſchten Linien beſchloſſen / abtheilen ſolle.

Unter

Unter dieſer Gattung iſt ein halber Circul die erſte/ welche nicht anderſt/ denn wie mit den gantzen Circuln beſchehen/ abgetheilt werden.

So ſind die Ausſchnitt von einem Circul/ Sectores genannt/ auch leichtlich aus dem centro zu vertheilen.

Die Abſchnitt von Circuln/ Sectiones genannt/ ſind allbereit in Erkündigung ihres Inhalts/ in zwey gleiche Stück getheilet.

Sollen aber der Theil mehr ſeyn/ oder ein gewiſſe Ruhtenzahl davon abgeſchnitten werden/kan man ſich nachfolgender Lehr/Num. 24. gebrauchen: Inmaſſen denn alle andere Formen / es ſey gleich deren allbereit hierinnen gedacht oder nicht/ dahin gewieſen werden können.

Iſt aber das Feld mit zwo Bogen-Linien/und zwo geraden / ſo miteinander parallel lauffen/beſchloſſen/ ſo wird die Abtheilung nicht anderſt/ denn wie dieſes Theils/Num. 1. gelehret worden/ verrichtet : Allein will ein Nohtdurfft ſeyn/ daß man das Feld/ zu Vermeidung eines Fehlers/ mit etlichen Zwerchſtrichen zuvor durchſchneiden ſoll.

Zu einem Exempel ſey diß gebogene Feld ABCD in drey gleiche Stück nach der Läng abzutheilen.

Theil erſtlich die gebogene Läng AB in etlich gewiſſe gleiche Theil / ſo viel du wilt / und nach dem das Feld ſehr lang iſt / allhie ſollen es vier ſeyn / als in EFG, deßgleichen theil auch DC in vier Theil / in HIK, ziehe EH zuſammen / deßgleichen FI und GK. Theil nun AD in drey gleiche Theil in LM, alſo auch BC in NO. Ebenmäſſig handele mit EH und FI, gleichfalls mit GK. Ziehe nun LN und MO durch die correſpondirende Puncten / mit gebührenden Bogen-Linien zuſammen / ſo iſt dieſes Feld in drey gleiche Stück / nach der Läng / abgetheilet. Solte es aber überzwerg in zwey oder mehr Stück vertheilt / oder auch ein gewiſſe Ruhtenzahl davon abgeſchnitten werden / muß man ſich nach folgender Lehr gebrauchen.

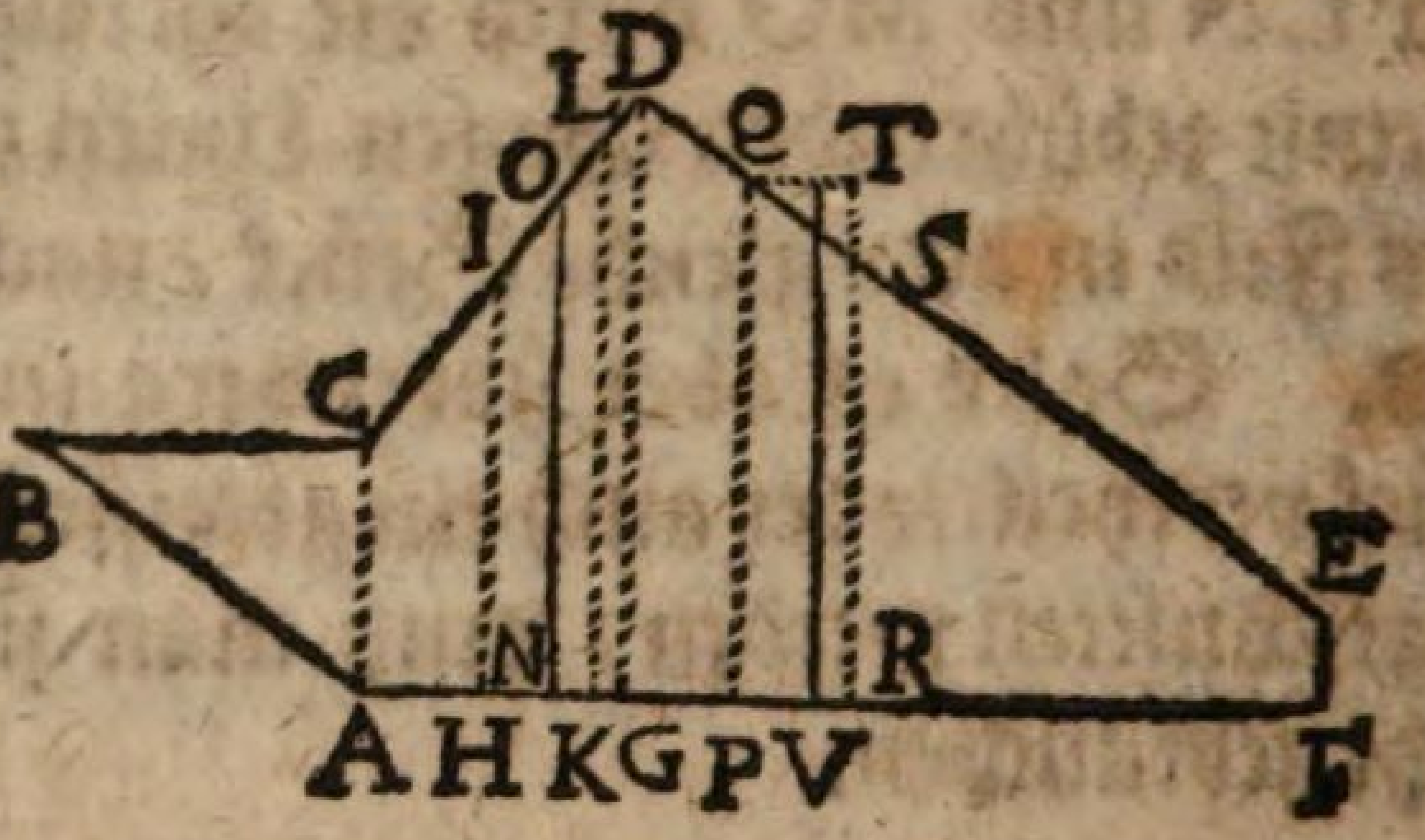
XXIV.

Wie man allerhand Figuren / ſie ſeyn auch geſchaffen wie ſie wollen / in gleiche oder ungleiche Stück abtheilen / oder aber ein gewiſſe Ruhtenzahl davon abſchneiden ſoll / alſo daß die Linien der Abtheilungen auf der einen Seiten perpendicular, oder miteinander parallel ſeyn.

Wenn das Feld in gewiſſe Stück abgetheilet werden ſoll / ſo ſuche ich zu allervörderſt deſſen gantzen Inhalt / und ſchneide davon / nach Gutduncken / ein Stuck ab / ſo dem Augenmaß nach / und ungefährlich dem Begehren ein Benügen thun möchte: denn ſuche ich ſolchen abgeſchnittenen Stucks Inhalt / nach Lehr deß Andern Theils. Iſt daſſelbig mit dem begehrten Theil

K in

in gleicher Gröſſe/ ſo iſt die Sach allbereit verrichtet. Iſt es aber kleiner/ ſo muß ihm/ ſo viel mangelt/ zugegeben: Und wo es gröſſer/ der Uberſchuß wiederum abgenommen werden. Wie aber ſolchem zu thun/ wird aus folgendem Exempel am beſten zu vernehmen ſeyn.



Gegenwärtigen ſechsſeitigen irregulirten Felds ABCDEF Inhalt zu finden/ ſo theil ich ſolches nach Lehr deß Erſten Theils/ Num. 22. durch CA und DG, ſo winckelrecht auf AF fallen/ in ein Triangel BCA, und zwey Trapezia ACDG und GDEF, und ſuch deß Triangels Inhalt/ nach Lehr deß Andern Theils/ Num. 3. der Trapezien aber nach Lehr deſſelben Theils/ Num. 18.

Und weiln BC 24°. und CA 18. ſo einen rechten Winckel beſchlieſſen/ folgt/ daß deß Triangels Inhalt ſey 216°.

Im Trapezio ACDG iſt CA vor bekandt/ AG 18°. DG 42°. daraus folgt ſein Inhalt 540°.

Im Trapezio DGFE iſt DG vor bekandt/ GF 48°. FF 6°. iſt derwegen ſein Inhalt 1152°.

Addire

Addire alſo dieſe drey Stück zuſammen / ſo kommt für den Inhalt deß gantzen Felds 1908°.

Dieſes Feld ſoll nun in drey gleiche Stück abgetheit werden / alſo daß die Scheid-Linien auf AF perpendicular, und miteinander parallel ſeyn. Theile derwegen den gantzen Inhalt 1908°. in 3. kommt für ein Drittheil 636°.

Nun iſt deß Triangels ABC Inhalt 216°. für ein Drittheil zu klein / inmaſſen ihm noch 420°. mangelt. Setz ich das Trapezium, ACDG 540°. darzu / ſo kommt zu viel / darff derwegen ſolches nicht gantz nehmen / ſondern muß nur ein Stuck / ſo 420°. hält / davon ſchneiden.

Miſſe alſo auf geraht wol / von A nach G in H 9°. daraus ziehe ich gegen AC oder DG ein parallel, welche CD in I durchſchneidet / und im Meſſen oder durch Rechnen 30°. lang ſeyn / befunden wird. Daraus folgt / daß diß neue Trapezium ACIH 216°. inhalten thue / welches aber zu klein / denn es 420°. halten ſolt / davon die 216°. abgezogen / bleiben 204°. Solches dividir ich durch HI 30°. kommt 6°. 8'. welches mir anzeigt / daß ich die Linien HI noch um 6°. 8'. hinauswarts gegen G in K rucken müſſe. Von K zieh ich ein parallel gegen HI überſich / welche DC durchſchneiden in L. Wenn nun KL ſo lang wäre als HI, ſo wäre die Sach verrichtet / ſie iſt aber 39°. 0'. 6''. und alſo um LM, das iſt 9°. 0'. 6''. länger: Daraus folget / daß dieſes Stuck ABCLK um den kleinen Triangel LMI gröſſer ſey / denn der begehrte dritte Theil. Suche derowegen ſein Inhalt / das iſt / ich multiplicire IM, welche eben ſo lang als HK, 6°. 8'. mit halb LM, das iſt / mit 4°. 5'. 3''. kommt 30°. 8'. 0''. 4'''. und dividir ſolches durch LK

59°.0¹.6². kommt 7¹.8².8³. um ſo viel muß KL wiederum zurück / gegen HI zu / in N geſetzt werden / und ziehe aus N ein parallel gegen KL, ſo wird DC durchſchnitten in O, iſt alſo NO die begehrte Scheid-Linien/ ſo vom gantzen Feld ein Drittentheil abſchneiden thut/ welcher von ABCON begriffen iſt.

Der ander Drittetheil ſoll um beſſern Verſtands willen/von der Seiten EF angefangen / abgeſchnitten werden. Miſſe alſo nach Gutduncken von F gegen G 40°. bis in P. Von dannen ziehe ich ein perpendicular überſich / welche ED durchſchneidt in Q. Solche iſt durch Meſſen oder Rechnen befunden / daß ſie lang ſey 36°. Suche alſo deß Trapezii QPFE Inhalt/welcher iſt 840°. Iſt für einen Drittentheil zu viel/ ſolte nur 636 ſeyn/ iſt alſo der Uberſchuß 204°. ſo wiederum abgenommen werden muß. Dividire derwegen ſolchen durch QP, als 36°. kommt 5°.6¹.6².6³. welcher Quotient mir anzeigt / daß ich die Linien PQ um ſo viel gegen EF rucken ſoll. Miſſe derowegen von P nach F in R 5°.6¹.6².6³. Von R ziehe ich ein perpendicular überſich/ welche DE durchſchneidt in S. Wenn nun RS ſo lang wäre als PQ 36°. ſo wäre die Sach verrichtet / ſie iſt aber nur 31°.7¹.5². und alſo um ST, das iſt 40°.2¹.5². kürtzer / daraus folget / daß diß Stuck SRFE um den kleinern Triangel QTS geringer ſey/ denn der begehrte Drittheil. Such derwegen ſein Inhalt / das iſt / multiplicir QT, welche ſo lang als PR, 5°.6¹.6².6³. mit halb ST 2°.1¹.2².5³. kommt 12°.0¹.4². ſolches dividir ich durch RS 31°.7¹.5². kommt 3¹.7².9³. um ſo viel muß RS wiederum gegen PQ in V geſetzt werden. Aus V ziehe ein parallel gegen RS, ſo wird QS durchſchnitten in X, iſt alſo VX

die

die andere begehrte Scheid-Linien/ſo vom gantzen Feld auch ein Drittentheil abſchneiden thut/ welcher von VXEF begriffen/ ſo iſt das mittler Stuck/NODXV der reſtirende Drittheil.

Dieſer Modus wird zwar von Reinholdo und andern auch gewieſen/ kan man aber ſchwerlich damit zu einer juſten Perfection gelangen/denn allwegen/ entweder in exceſſu oder defectu um etwas peccirt wird. Derentwegen ich einem Beſſern nachgedacht/ wie folget.

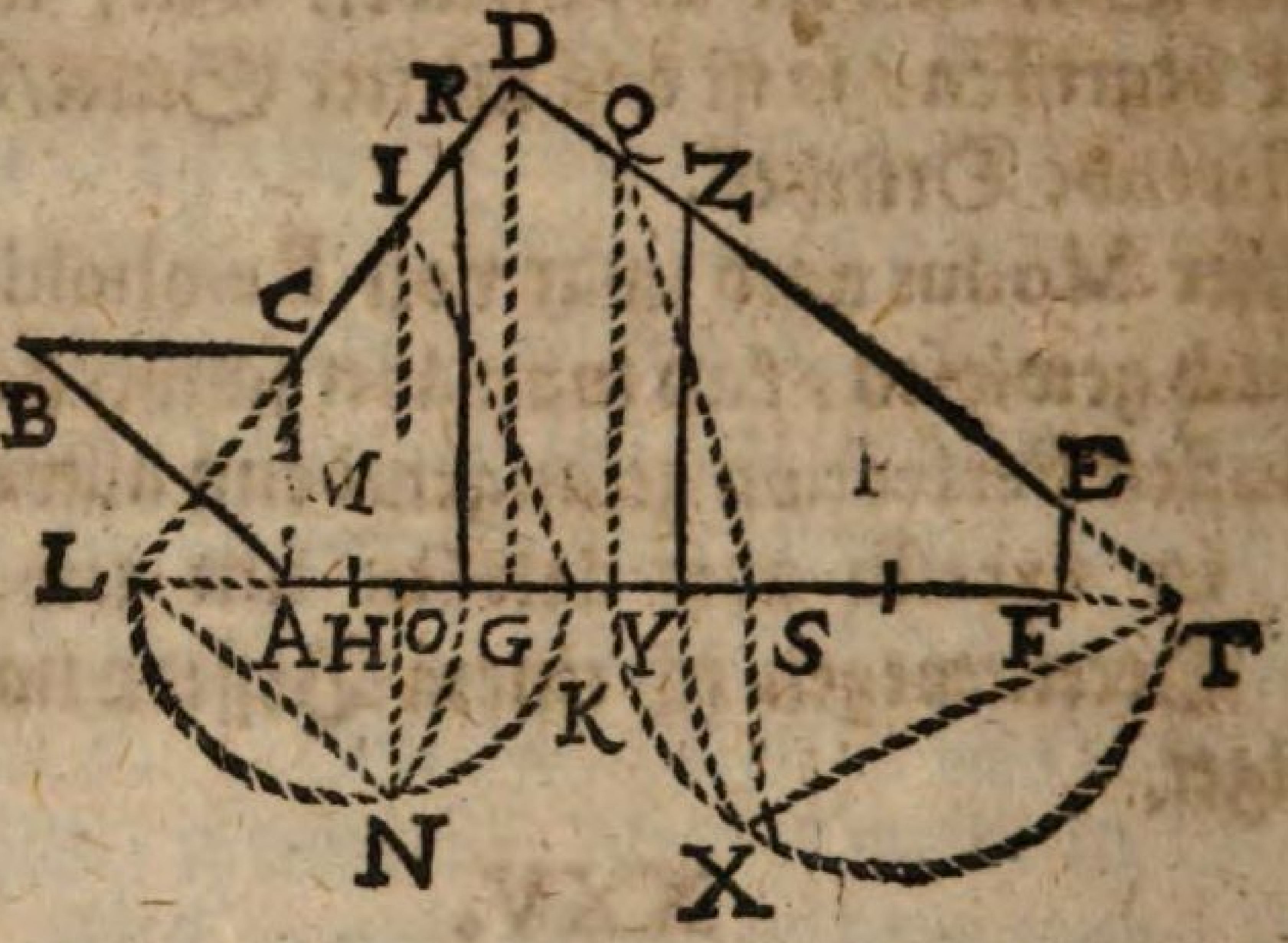
XXV.

Wie man auf ein andern und beſſern Weg vorgehende Abtheilung verrichten ſoll.

Zu mehrerm Verſtand ſey dieſes Feld ABCDEF dem vorigen an Form/ Größ und Inhalt allerdings gleich/ ſoll auch in drey gleich Stück auf AF perpendicular Scheid-Linien abgetheilt werden.

Es iſt auch der Proceß ſo weit dem vorigen gleich/ bis dahin/ wo die Linea HI gezogen/ſo 30°. lang/und ſamt den Triangel ABC vom gantzen Feld 432°. abſchneiden thut: derwegen ſolches noch einmal allhie zu repetiren/ gantz ohne Noht.

Gedachte 432°. ziehe von einem Drittentheil (ſo aus vorgehendem auch bekandt) nemlich von 636°. ab/ bleibt 204°. ſo noch mangelt: Solches dividire ich durch halb IH, das iſt 15°. kommt 136. und miſſe dieſe Läng aus H gegen F in K. Ziehe KI zuſammen/ ſo hält zwar das Stuck ABCIK richtig ein Drittentheil deß gantzen Felds innen/ es iſt aber der Aufgab



noch nicht allerdings ein Benügen geſchehen / wenn KI nicht perpendicular auf AE, muß derwegen ein andere Linea/ die ſolches verichten möge / auf nachfolgenden Weg geſucht werden. Erlängere derowegen FA und DC, daß ſie einander durſchneiden in L Theile LK in der Mitt in M, aus M, als einem centro, ziehe nach Größ deß halben Diametri LM oder KM ein halben Circulbogen / welchen die erlängerte IH durchſchneide in N. Die Läng LN wirff aus L nach K in O. Aus O ziehe ein perpendicular-Linien auf AF welche DC durchſchneiden wird in R, ſo iſt das Trapezium IHOR, dem Triangel IHK gleich/ per 37. primi Euclidis, weiln IO und RK, wenn ſie gezogen werden/ miteinander parallel ſeyn/ und alſo auch das Stuck ABCRO richtig ein Drittheil vom gantzen Feld.

Das ander Drittheil bey FE zu ſuchen/ ſoll die Linea PQ auch wiederum in ihrer vorigen Stell behalten werden/ welche 36°. lang iſt/ und vom Feld

840°.

840°. abgeſchnitten/ davon ein Drittentheil/ nemlich 636°. abgezogen / bleibt im Reſt 204°. welches wiederum vom Trapezio PQEF abgenommen werden muß.

Derentwegen ſolche 204°. mit halb PQ, das iſt/ mit 18°. dividirt / kommt 11°. 3'. 3''. 3'''. ſolches miſſe ich von P nach F in S, und ziehe SQ zuſammen / ſo hält zwar das Trapezium SQEF auch ein Drittentheil deß gantzen Felds innen: es solte aber die Scheid Linea winckelrecht aus AF aufſteigen / und mit RO parallel ſeyn.

Erlängere derwegen AF und AD, daß ſie einander durchſchneiden in T, und theile PT in der Mitt in V, aus dem V als einem Centro, ziehe ich nach Größ deß halben Diametri VP, oder VT ein halben Circul-Bogen / welchen ein perpendicular auf PF aus S durchſchneidt in X. die Läng TX wirff ich aus T gegen P in Y, aus Y ziehe ich ein parallel mit PQ, welche DE durchſchneiden in Z, ſo iſt das Trapezium PQZY dem Triangel PQS aus vorangezogenem Grund gleich: und alſo das Trapezium YZEF auch ein Drittheil von dem vorgegebenen Feld. Daraus folgt nothwendig/ daß das übrige Fünff-Eck ORTZY auch ein Drittheil davon ſeye / welche Abtheilung/ meines Erachtens/ der nächſtvorgehenden weit vorzuziehen.

Will alſo hiemit beſchlieſſen / und den gutherzigen Leſer erinnert haben/ daß es meine Meinung gar nicht ſey/ allwegen ſo viel blinder Linien im offenbaren Feld zu reiſſen / und nach beſchehener Andeutung alſo groſſe Circul zu ziehen / ſondern es iſt daran genug /

 wenn

wenn nur die Felder fleiſſig abgemeſſen/ und in rechter Proportion / Maß und Form im veriüngtem Zollſtab/ auf das Papyr gebracht: alsdenn die Puncten daheim zu Haus durch Rechnung oder ſonſten Geometricè geſucht / und ferners im Feld an gebührende Ort können transferirt / und alſo die begehrte Abtheilung damit verricht werden.

Der Andere
Haupt=Theil
begreifft
Die ADDITIONES

I. Kurtzer Begriff deß Rechnens/ſo viel zum Feldmeſſen vonnöthen.
II. Erklärung der Geometriſchen Terminorum oder Kunſt=Wörter.
III. Von dem Geometriſchen auch Perſpectiviſchen Abriß der Figuren.
IV. Von unterſchiedlichem Gebrauch der Tabularum Sinuum, Tangentium und Secantium, auch Logarithmorum.
V. Von der Trigonomètria, das iſt / Meſſung und Ausrechnung der Linien/ ſo durch Triangula geſchiehet/ insgemein.
VI. Von der Convenientz Unterſchied und Gebrauch unterſchiedlicher Inſtrumenten ſo zum Land-und Feldmeſſen gehören.
VII. Von Abſteck-und Abtragung Geometriſcher Figuren auf das Feld/ und vom Feld aufs Papyr.
VIII. Von Abmeſſung aller Figuren auf dem Land.
IX. Von Geographiſcher Meſſung und Bereitung der Land-Charten.
X. Unterſchiedliche und vor andern nutzliche(aber von dem Authore deſſen Erſten Haupt-Theils prӕterirte Problemata, die flache Figuren und gantze Cörper zu meſſen.
XI. Etliche Exempla würcklich auf dem Feld practicirter Figuren.

ADDITIONES
oder
Zuſetzungen.
Unterſchiedlicher Unterrichtungen/ ſo zum Land- und Feldmeſſen vonnöthen.
ADDITIO I.
Kurtzer Begriff deß Rechnens / ſo viel zum Feldmeſſen vonnöthen.

DAß der Author deß Erſten Haupt-Theils gleich Eingangs gleichſam proteſtiret / er wolle nichts von der Rechen-Kunſt ſetzen / daß hat er fürgenommener Kürtze wegen gethan / und weil es ſonſt Bücher gebe/ da ſolches gelehret werde. Dieweil es aber jetzo eine andere Beſchaffenheit mit unſerer Intention hat / da wir / ſo viel müglich / zu verhüten gedencken / daß der Leſer viel andere Bücher gebrauchen müſſe: Als haben wir dieſes nöthige Stuck nicht gar übergehen wollen/ doch alles / ſo kurtz es ſeyn kan.

Man zehlet aber in der Rechnung 5 Species, die heiſſen alſo:

Numeratio, wie man eine geſchriebene Zahl recht ausſprechen: und eine ausgeſprochene recht ſchreiben ſolle.

Additio, wie man zwo oder mehr Zahlen zuſammen ſetzen / oder in eine Summam bringen ſolle.

Subtractio, wie man eine Zahl von der andern abziehen ſolle.

Multiplicatio, Vielfältigung / was für eine Zahl komme/wenn man ſagt/ wie viel mal eine genommen/ oder gleichſam zu ſich ſelbſt etlichmal addiret werden ſolle. (Eſt enim quaſi compendioſa additio.)

Diviſio, wie man eine Zahl in gewiſſe Theile theilen ſolle.

Hierzu gehöret Extractio Radicum, und damit die Application gewieſen werde / die Regul Detri, und anders dergleichen / wie bald ordentlich und kürtzlich aufeinander folgen wird.

NUMERATIO.

Mit der Ausſprechung der Zahlen hält ſichs alſo:

Es ſind 10. einfache Figuren der Zahlen / nemlich: 1/2/3/4/5/6/7/8/9/0.(NB. der Author nennet ſolche einfache Zahlen zu Zeiten Zifern / was aber die Lateiniſche Arithmetici und ich mit ihnen Ziſram nennen / das nennet er Nullen / welches ich Verwirrung zu meiden/melden wollen) deren was jede bedeutet/ bewuſt iſt / bis auf o. welche zwar an ſich ſelbſt nichts bedeutet / aber wenn ſie bey einer andern gegen der rechten Hand ſtehet / ſo machet ſie / daß dieſelbe zehenmal ſo viel bedeutet. Als zum Exempel: 5 iſt fünffe/ 6 iſt ſechſe/ꝛc. Wenn ſie allein ſtehen. Wen aber eine andere / es ſey eine rechte Zahl oder Ziphra / vor ihr zur rechten Hand ſtehet/ und ſie/ als die andere / gegen der lincken Hand iſt/ ſo bedeutet ſie zehenmal ſo viel / als:

50 iſt fünfftzig/ 60 iſt ſechtzig/ ꝛc. item 54 iſt vier und funfftzig/ oder funfftzig viere/ 63 iſt drey und ſechtzig/ oder ſechtzig dreye/ 23 iſt drey und zwantzig/oder zwantzig dreye. Iſt ſie die dritte gegen der lincken Hand/ ſo bedeutet ſie hundertmal ſo viel. Als 500 iſt fünf hundert/ 600 iſt ſechs hundert / 523 iſt fünff hundert und drey und zwantzig / oder zwantzig drey ꝛc. Iſt ſie die vierdte/ſo bedeutet ſie tauſendmal ſo viel/als 5000 iſt fünf tauſend/7000 iſt ſieben tauſend/ 75000 iſt ſieben tauſend fünff hundert / 8005 iſt acht tauſend und fünffe / 9080 iſt neun tauſend und achtzig / 7620 iſt ſieben tauſend ſechs hundert und zwantzig / 6723 iſt ſechs tauſend/ſieben hundert und zwantzig drey. Komt man weiter gegen der lincken Hand / ſo fähet man unter der Zahl/welche tauſend bedeutet/ wieder aufs neue an zu zehlen/ als wann ſie ſich ſelbſt nur einfach bedeutete / hernach wieder zehenfach / darnach hundertfach/ und den tauſendfach. Gibt es noch mehr Zahlen gegegen der lincken Hand/ſo gilt die Zahl/ſo tauſend bedeutet / wieder einfach/ (nemlich 1 tauſend / wanns 1 iſt / 3 tauſend/ wans 3 iſt ꝛc.) Die nächſte darauf gegen der lincken hundertfach. Wieder die nächſte tauſendfach / oder vielmehr / weil es das ander mal auf tauſend kommt / tauſendmal tauſendfach. Und dann ferner zehen hundert tauſend tauſendmal tauſend ꝛc. und ſo fortan.

Darum wann einem eine Zahl / die etwas lang iſt/ auszuſprechen für kommt / ſo fahe er zuvor von der lincken Hand der Rechen-Tafel/ oder von der rechten deſſen / der zehlen oder rechnen will/ an zu zehlen/ und nenne die äuſſerſte eins / die folgende zehen / wieder die folgende hundert / die darauf folgende tauſend / das iſt/

ein-

einfach/zehenfach/hundertfach/tauſendfach/) und unter dieſe ſetze er ein Pünctlein / und laſſe ſie wiederum eines gelten/ die fernere zehen / die dritte hundert / die darauf folgende tauſend/dieſe wiederum eins / darauf zehen/ferner hundert / darauf tauſend / und ſo fortan. Zum Exempel ſey folgende Zahl:

325647031568972

Hie fängt man/ehe man den Valor ausſpricht/von 2. als der hinderſten Zahl an/ und ſpricht: Eins/ das 7 nennet man zehen/ das 9 nennet man hundert / das 8 nennet man tauſend / und ſetzet darunter einen Punct/über dieſen läſſet man zwo Zahlen paſſiren/bis auf 1/ da ſetzet man wieder einen Punct. Von da an unter 7/ und denn unter 5 wieder einen Punct / ſo bedeutet 2 zehenfach. Das ſprich ich hernach alſo aus: drey hundert / fünff und zwantzig/ oder zwantzig fünff tauſend/ tauſend/ tauſend/tauſend mal tauſend (tauſend nenne ich ſo offt/ſo viel Puncten ſtehen / und zu dem letzten ſetze ich das Wort Mal) ſechs hundert / viertzig / ſiebentauſend/ tauſend/ tauſend mal tauſend/ (abermal tauſend ſo offt genennet / ſo viel Puncten übrig ſind) kein hundert / (oder / weil an dem Orte / welches hundert bedeuten ſoll / ein Zifer ſtehet / deß Worts/**Hundert**/hier gar nicht gedacht) dreiſſig eins tauſend / tauſendmal tauſend / fünffhundert ſechszig acht tauſend/ neun hundert/ſiebenzig zwey/ oder/zwey und ſiebenzig. Alſo iſt es mit dem Ausſprechen.

Mit dem Schreiben hält ſichs alſo: Geſetzet / daß eben dieſe Zahl noch nicht geſchrieben wäre / ſagte mir aber einer dieſelbe für/ſo macht ich ſo offt einen Punct/ ſo offt er tauſend ſgte / nemlich viermal.

Und

Und denn jedesmal zwiſchen zweyen Puncten/und wenn vor dem erſten Puncten zur rechten eines oder zweyer Zahlen Namen gedacht / auch eine oder zwey Zahlen bis auf das Ende / da kommen drey Zahlen / denn gilt die erſte gegen der lincken Hand hundert / (hier neun hundert) die folgende zehenfach / (hier ſiebentzig) die letzte ein fach / ſo viel ſie ſonſt an ſich ſelbſt gilt/ (hier zwey.) So viel von dem Nomeriren/ das iſt Ausſprechen und Schreiben.

ADDITIO.

Zu dem Addiren und Subtrahiren ſind zwey Dinge zu beobachten/erſtlich/wie man es ſchreiben/ und die Zahlen ſetzen/zum andern/wie man damit im Werck umgehen ſoll. Das Schreiben iſt bey beyden einerley/ nemlich / daß man einerley unter einerley ſetze/ einfach/ unter einfach/ zehen unter zehenfach/ hundert unter hundertfach/ tauſend unter tauſendfach / als wenn ich dieſe zwo Zahlen 8365 und 974 zuſammen addiren / oder die kleinere von der gröſſern ſubtrahiren ſolle/ ſo ſetze ich 4 unter 5 / weil beydes nur einfach (nemlich vier und fünfe) gilt. Hernach geben ſich die folgende ſelbſt/ nemlich 7 unter 6/und 9 unter 3. Stehet alſo/ ſo wol zu dem addiren als ſubtrahiren:

8	3	6	5
	9	7	4

Solle ich nun ſolche Zahlen addiren/ ſo ſprich ich: 4 und 5 iſt 9/6 und 7 iſt 13. Hie ſchreibe ich nur die hinderſte Zahl / nemlich 3 / die andere behalte ich im Sinne/ und addire

8	3	6	5
	9	7	4
9	3	3	9

ſie

ſie hernach zu der folgenden Poſt / und ſprich: 9 und 1/ ſo geblieben / iſt 10/ und 3 darzu/ iſt 13. Bleibet abermal 1/ und wird 3 geſchrieben/ das 1 ſetze ich zu 8/ kommt 9. Iſt alſo die Summa ſolcher zweyer Zahlen / 9339/ neun tauſend / drey hundert / und neun und dreiſſig/ oder dreiſſig neun. Eben alſo iſt es auch/ wenn mehr Zahlen zu addiren ſind. Als/ ich ſetze/ es ſey noch dazu zu addiren 407/ ſtehet alſo:

8	3	6	5
	9	7	4
	4	0	7

Sprich: 7 und 4 ſind 11/ dazu 5 iſt 16/ bleibt 1/ das ſetze ich auch zu dem folgenden und zwar weil 0. nichts gilt/ zu 7/ kommt 8/ dazu 6/ iſt 14/ bleibt abermal 1/ dieſes zu 4/ gibt 5/ das zu 9/ gibt 14/ dazu 3/ gibt 17/ da ſetze ich 7. und behalte 1/ das ſetze ich zu 8/ kommt 9/ und in allem 9746/ neun tauſend/ ſieben hundert/ und viertzig ſechs.

8	3	6	5
	9	0	7
	4	0	7
9	7	4	6

SUBTRACTIO.

Solle ich aber zuvor geſetzte Zahlen / die kleinere von der gröſſern abziehen / ſo ſprich ich: 4 von 5/ bleibet 1 / 7 von 6 kan ich nicht / entlehene derowegen 1 von der folgenden Figur (3) das gilt hier 10/ und ſprich: 7 von 16 bleibt 9. Nun ſolte ich ferner ſagen : 9 von 2/ kan aber wiederum nicht ; ſage derowegen: 9 von 12/ da bleibet 3. Und weil ich 1 von 8 entlehnet habe/ iſt ſolche jetzo 7/ und die gantze nach ſolchem Abzuge reſtirende Zahl 7391

8	3	6	5
	9	7	4
7	3	9	1

Alſo

Alſo hält ſichs mit der Addition und Subtraction in gemeinen Zahlen. Wie man aber ſolches auf die Logiſticam decimalem oder Zehner-Rechnung appliciren ſolle/ lehret der Author deß Erſten Haupt-Theils/ Num. IX. und X.

MULTIPLICATIO.

Folget das Multipliciren. Dazu gehöret/ daß man das Einmal eins im Sinne hat. Sonſt beſtehet das Multipliciren gleichfalls in den zweyen Stücken/ in dem Schreiben/ und in dem Wercke ſelbſten. Das Schreiben beſtehet bloß in dieſem/ daß man die letzte Zahl deß multiplicantis (welche gemeiniglich die kleineſte iſt) ſetzet unter die letzte Zahl deß multiplicandi, ſie mögen gleich einerley Valor haben/ oder nicht/ doch wenn zu letzt gegen der rechten Hand Zifern ſind/ ſo wirfft man ſolche hinaus. Als geſetzt/ ich ſolle 548. oder 5480. multipliciren mit 34/ oder 3400/ ſo ſchreibet man ſolche/ wie folget:

548	5480
34	3400

Hie iſt die Operation an ſich ſelbſt in beyden gantz einerley/ ſonderlich weil die Zahlen einerley ſind/ (welches Kürtze halben geſchehen) ohne daß die Zifern/ gleichwie zuvor im Schreiben/ alſo jetzo im Rechnen/ ſo viel deren ſind/ gegen der rechten hinaus geworffen werden. Die eigentliche Rechnung aber in der Multiplication geſchiehet alſo/ daß ich ſprich: Viermal 8 iſt 32/ da ſchreibe ich/ wie in der Addition/ die Zahl zur rechten nemlich 2. a-

548	5480
34	3400
2192	2192000
1644	1644
18632	18632000

ber

aber 3 behalte im Sinne/ und ſprich ferner: viermal 4 iſt 16/ dazu die zuvor im Sinne behaltene 3/ thut 19/da ſchreibe ich 9/und behalte 1. darauf ferner: 4 mal 5 iſt 20/ dazu die behaltene 1. thut 21. Dieſe Zahl ſchreibe ich gantz/ weil ſie die letzte in ihrer Zahl iſt. Nachdem ich nun die Zahl 4 durchgeführet/ alſo führe ich auch 3 durch/ und ſprich: 3 mal 8 iſt 24/ da ſchreibe ich 4 (doch nicht/ wie zuvor unter die äuſſerſte Zahl gegen der rechten deß multiplicandi, ſondern) unter den multiplicantem 3/ und behalte 2/ hernach alſo fort: 3 mal 4 iſt 12/2/ſo zuvor geblieben/ dazu/ iſt 14 bleibt 1/ 3 mal 5 iſt 15/ 1 ſo zuvor geblieben/ dazu/ iſt 16/ das ſchreibe ich abermal gantz. Und nachdeme nun deß multiplicantis einfacher Zahlen zwo geweſen/und ſolche in ihrer Operation zwo Zeilen der Zahlen gegeben/ alſo ziehe ich unter dieſelben einen Strich/ und addire ſie zuſammen und nach geſchehener Operation ſprich ich/ daß 34 mal 548 ſey 18632/ und 3400 mal 5480 ſey 18632000.

So viel auch diß Orts von der Multiplication/ beſihe den Authorem Num. XI.

DIVISIO.

In der Diviſion ſind gleichfalls zwey Dinge zu bedencken: Das Schreiben und die Operation ſelbſten. In dem Schreiben ſetzet man den Theiler oder Diviſorem zu äuſſerſt unter den dividendum, aber nicht gegen der rechten/ ſondern gegen der lincken Hand/ doch daß die äuſſerſte Zahl deß dividendi nicht kleiner ſey/ als der Diviſor, oder da ſie der äuſſerſten Zahl deß Diviſoris gleich/ doch mit den folgenden nicht weniger mache/als der gantze Diviſor. Deñ wo das zu beſorgen/

ſo wird der Diviſor unter die äuſſerſte ohne eine deß dividendi geſetzet. Als ich ſolle 35256 theilen entweder mit 24/oder mit 32/oder mit 43/oder mit 36/(das iſt/ ich ſolle ſagen: wenn man 35256/es ſey Geld oder Geldes werth/oder was es ſeyn mag) in ſo viel Theile ſolle theilen/wie viel auf einen Theil komen werde? und erſtlich/wie man die Zahlen untereinander ſchreiben ſolle? Antwort: Solten es 24 Theile werdē/ſo ſchreibe ich bloß 2 unter die äuſſerſte Zahl deß dividendi, nemlich unter die 3/und die 4/ unter 5. Eben alſo thut man auch mit 32. Sollen es aber 43 oder 36 Theil werden/ſo ſchreibet man weder die Zahl 4/oder die Zahl 3/ unter die 3 deß dividendi, ſondern unter die folgende 5/ darum weil in der einen/nemlich 42/die äuſſerſte Zahl/ nemlich 4/ gröſſer iſt/als die äuſſerſte deß dividendi, nemlich 3. In der andern aber iſt zwar die äuſſerſte Zahl deß diviſoris nicht gröſſer/als die äuſſerſte deß dividendi, ſondern derſelben gleich/ aber die folgende 6 deß diviſoris iſt gröſſer als die folgende 5/ deß dividendi. Nun wir wollen den Diviſorem 36 behalten/ und mit demſelben die Operation zeigen/die hat/kurz zu reden/mit der äuſſerſten ſimpeln Zahl deß Diviſoris 3 Theile/ mit dem andern 2. Theile. Erſtlich fragt man/wie offt der Diviſor in der äuſſern Zahl begriffen/als 3 in 35/wie offt habe ich die? Antwort: 9 mal (über 9 mal nimt mans nie.) Da ſchreibe ich die 9/ als den erſten Theil deß quotienten/ nach dem Strich. (Das iſt die erſte Operatio, welche in den folgenden nicht wiederholet wird.) Für das andere multiplicire ich dieſe einfache Zahl deß quotienten 9/ mit der einfachen Zahl deß Diviſoris, und ſprich:

34
276
8822
35256) 979
3666
33

3 mal 9 iſt 27. (Das iſt die andere Operatio.) Zum dritte ziehe ich die 27 ab von 35/ was überbleibt/(nemlich 8) ſchreibe ich darüber/und durchſtreiche die untern/ wie auch die 3/ als deren Operatio für dißmal ſich endet. Bey den 6 aber deß diviſoris laſſe ich das erſte Stuck der Operation auſſen/ und frage nicht/ wie offt ich 6 in 82 habe/ ſondern greiffe alſobald zur Multiplication, und ſprich: 6 mal 9 iſt 54/ von 82. bleibet 28/ die ſchreibe ich darüber/ und durchſtreiche abermal die durchſtrichene 6/ und 6. unter die 5/ und frage 3 in 28 wie offt? Antwort: 9 mal. Wenn die 6 nicht wären denn 3 mal 9 iſt 27/ abgezogen von 28/ bliebe 1/ aber wenn ich ferner ſpreche: 6 mal 9 iſt 54/ abzuziehen von 15/ kan nicht ſeyn/denn der Subtrahens wäre gröſſer/ als die Zahl/von welcher der Abzug geſchehen ſoll/ iſt derowegen 9 für dißmal zu viel. Ja es wäre auch 8. zu viel. Nim es derowegen 7 mal/ und ſprich: 3 mal 7 iſt 21/ von 28/bleibet 7. Ferner: 6 mal 7 iſt 42/von 75/ bleibt 33. Nun rucke ich den Diviſorem ferner fort/ und ſprich: 3 in 33 habe ich 9 mal/ 3 mal 9 iſt 27/von 33/ bleibet 6/6 mal 9 iſt 54 von 66/ bleibet 12. Dieſe überbliebene 12 ſetze ich mit dem Diviſore, 36/in eine Bruch und ſprich/es komme auf einen Theil 979 gantze/(was es nun ſeyn mag/ſo zu theilen geweſen) und $\frac{12}{36}$ das iſt/ 12/36 theile/oder $\frac{1}{3}$ (durch Verkleinerung nemlich deß Bruchs/wenn man eine Zahl haben kan/die in beyden Zahlen eines Bruchs alſo aufgehet/ daß ſie deſſen kleineſte Zahlen bringe/mit welchen ein Bruch ausgeſprochen werden kan. Welches ich obiter, das iſt/ zufälliger Weiſe melden wollen/denn man ſich in der Logiſtica Decimali, welche der Author ausführlich lehret/ um die Bruchrechnung wenig zu bekümmern.) Und ſo

viel von der Diviſion. Was ferner davon im Feldmeſſen zu wiſſen / hat der Author in der Propoſition / Num. XII. da er auch eine leichtere Manier ſolche zu practiciren zeiget.

Folget die Extractio radicum, ſonderlich quadratarum, oder aus numeris quadratis, aus Vierungs-Zahlen.

Numerus quadratus, eine Vierungs-Zahl gehöret unter die Art ſolcher Zahlen / welche man numeros figuratos nennet / das iſt/ ſolche Zahlen / welche/wenn man ihre Unitäten (es wären gleich Puncten/Ziffern/ kleine Quadrätlein / oder wie ſie formiret ſeyn möchten) auf eine Ebene gebührender Weiſe legete/ eine gewiſſe Figur geben. Und ſind zwar die Species oder Arten ſolcher Zahlen und Figuren unterſchiedlich/wie man bey den Arithmeticis und Rechenmeiſtern / welche von figurirten und Coſſiſchen Zahlen geſchrieben/ ſehen mag. Weil aber der wenigſte Theil derſelben in dem Land-und Feldmeſſen fürkommen/wollen wir allein von der gemeinſten und fürnemſten Specie handeln/ nemlich von den Quadrat-Zahlen / das iſt / ſolchen / welche / wenn ihre Unitäten gebührender Weiſe auf eine Ebene geleget / eine gerechte Vierung geben würden. Von ſolchen Zahlen iſt gemeiniglich die Frag / wie ihre Radix oder Wurtzel / daraus ſie entſtehen / zu finden. Das iſt eine ſolche Zahl / welche purè Arithmeticé betrachtet/ in ſich ſelbſt multiplicirt / ſolche Quadrat-Zahl gebe; Geometricè aber davon zu reden/wenn man aus dero Unitäten eine gerechte Vierung legen ſolte / wie viel auf eine Seiten käme. Als geſetzt ich hätte 10000. gevierdte Pflaſter-Stein/womit ich einen gevierdten Saal pflaſtern ſolte laſſen: Fragt ſichs/ wie viel deren auf eine Seite kommen

wür-

würden? Antwort: 100. Hier ſind die 1000. der numerus quadratus, das iſt die Vierungs-Zahl/ aber die 100 ſind die Radix oder Wurtzel/ aus welcher die Zahl 10000. entſpringet/ wenn man die in ſich ſelbſten multipliciret Es dienet aber zu beſſerm Beſtande beygeſetzte Täfelein.

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

Wie nun eine ſolche Zahl zu finden/ das wollen wir lehren in dem Exemplo, welches der Author Num. XIII. geſetzet; die Praxin aber/ als welche vorhin bekandt ſeyn ſoll/ nicht gezeiget. Hierauf ſchreibe man die fürgegebene Zahl 186624/ und mache unter deren letzte kleine Zahl gegen der rechten (hier 4) einen Punct/ fahre fort gegen der lincken/ und iedesmal unter eine um die andere/ nemlich unter 6 und 8/ wieder jedesmal einen Punct. Darauf geſchiehet die Operatio an ſich ſelbſt alſo:

217
186624)432
·8·6·
4364
249
8
8

Jch ſuche im Sinne/ oder in dem Täfelein die Quadrat-Zahl/ welche der äuſſerſten gegen der lincken (18) entweder gleich/ oder unter den Quadrat-Zahlen des Täfeleins die nächſte darunter iſt/ nemlich 16/

deren radicem (4) ſchreibe ich beyſeits/ wie einen quotientem in dem dividiren/ auch (nach belieben) unter die 18. Die Quadrat-Zahl ſelbſten aber/ welche aus 4. in 4. multipliciret/ komt nemlich 16/ ziehe ich ab von 18. die überbliebene 2 ſchreibe ich darüber/ und durchſtreiche die 18. Und diß iſt die Operation bey den vörderſten Puncten/ welche nicht mehr wiederholet wird. Mit den übrigen aber machet man es alſo: Man dupliret die gefundene radicem, nemlich 4/ die thut 8/ die ſchreibet man vor dem folgenden Punct/ darauf muß man ſich beſinnen/ wie offt ſolche Zahl (8) in der öbern zu haben/ wie in der Diviſion (und zwar in dem Verſtande/ daß ſolcher quotiens quadrate multipliciret von der öbern abgezogen werden könne.) Den quotientem (hier 3) ſetzet man ſo wol nach dem vorigen quotiente zur Seiten/ als auch unter den nächſten Punct/ und multipliciret ſolchen quotieuten ſowol in ſich ſelbſt/ als in den Diviſorem, (hier 8) was heraus komt/ (249) ſchreibet man erſtlich darunter/ hernach ziehet mans von dem öbern ab/ und ſchreibet darüber/ was da überbleibet/ nemlich 17. das andere durchſtreichet man/ ſo iſt die Operatio mit dieſem Pnnct auch verrichtet. Und eben alſo gehet man auch um mit dem dritten und vierdten/ ꝛc. Wenn ihrer mehr wären. Nemlich ich duplir die 43 deß quotienten/ thut 86/ die ſchreibe ich vor dem übrigen Punct/ ſprich hernach: 8 in 17 wie offt habe ich? Antwort: 2 mal. Schreibe die 2 zu dem vorigen quotienten zur Seiten/ und unter den Punct/ multiplicire ihn erſtlich in ſich ſelbſten/ hernach unter die vorſtehende. Komt die Zahl 1724 allerdings der öbern gleich/ daß nichts überbleibe/ wenn man ſie ſolte voneinander abziehen. Iſt alſo dieſe Zahl

186624

186624 eine rechte quadrat oder Vierung-Zahl. Solche Zahlen aber / da etwas/nach gedachter Operation überbleibet/nennet man ſurdos, mit welchen wie man procediret / lehret der Author Num. XIII. So viel auch diß Orts von der Extractione Radicum.

Von der Regula Detri oder Proportionis.

Was dieſe für Nutz im Feldmeſſen hat / iſt allbereit bey dem Authore zu ſehen geweſen. Ja alle Triangul-Rechnungen geſchehen durch die Regulam Detri. Wollen derowegen / weil der Author deren Wiſſenſchafft præſupponiret / dißmal aber das Tractätlein mit deme / ſo dazu zu wiſſen vonnöthen / vermehret werden ſoll / auch etwas hievon ſetzen.

Es wird aber durch die Proportionem (deren Species ſonſt unterſchiedliche ſind) ſonderlich diejenige verſtanden / welche man Geometricam nennet / und komen in deren Tractation unterhanden vier Zahlen/ (oder wenn es nur 3 ſind / wie eine unter denſelben zweymal genommen) deren je zwo mit zweyen conferiret werden/alſo/daß/ wenn 3 derſelben bekandt ſind/ ſo kan man die vierdte durch Rechnung finden / und von den 3 bekandten wird dieſe Regul Detri, de tribus, oder trium, das iſt dreyer Zahlen genennet. Als wenn ich ſage: wie ſich hält 1 gegen 2/alſo hält ſich 3 gegen 6/ hie ſind 4 Zahlen/und ſtehen in dieſer Ordnung: 1. 2. 3. 6. Wenn ich aber ſpreche: Wie ſich hält 1 gegen 2/ alſo hält ſich 2 gegen 4/ da wären zwar würcklich nur 3 Zahlen / müſte aber eine (nemlich 2) zweymal geſetzt werden/und ſtünde alſo: 1. 2. 2. 4. Es wird aber

ſolche Proportio genennet Dupla und Subdupla, doppelt und halb ſo viel/denn in jedem par Zahlen die letzere noch ſo viel gilt/als die erſte/und die erſte halb ſo viel/als die letzere. Das Genus, unter welchem ſolche Proportiones und ihres gleichen tripla, quadrupla, ſextupla, &c. begriffen wird genennet Proportio, oder ratio multiplex. Ein ander Exempel: Wie ſich hält 2 gegen 3/ alſo hält ſich 4 gegen 6. Hier iſt proportio ſesquialtera, das iſt/ anderthalb ſo viel. Denn die Gröſſere begreiffet die Kleinere einmal/und ihre Helffte dazu. Hieher gehören alle Proportiones, die in dem Latein mit dem Wort ſesqui ausgeſprochen werden/ als ſesquitertia, 3.4. ſesquiquarta, 4. 5. &c. ſesquioctava, 8.9. &c. In genere werden ſie genennet ſuperparticulares, wenn die gröſſere Zahl vorſtehet/wenn aber die kleinere Zahl vorſtehet/ ſubſuperparticulares. Wieder ein ander Exempel: Wie ſich hält 3 gegen 5/ alſo hält ſich 6 gegen 10. Dieſe werden genennet ſuperpartientes und ſubſuperpartientes, da nemlich die kleinere Zahl von der gröſſern begriffen wird/ einmal/ und dazu etliche derſelben Theile/ſo etlichmal darinnen zu haben/als 5 hält 3/und 10 hält 6 einmal und dazu zwey dritte Theile deſſelben/ wie hievon mit mehrern zu leſen Clavius Procem. l. 5. Euclid. und unter den teutſchen Arithmeticis Andreas Helmreich in ſeinem Rechenbuch. Unter vielen ſchönen Operationibus aber und Gebräuchen dieſer Proportional-Zahlen/von welchen gemeldte Authores weitläufftig handeln/ begreifft die Regula Detri fürnemlich dieſe Frage: Wenn unter ſolchen vier Zahlen drey bewuſt/ wie die unbewuſte zu finden? Antwort: Wenn ſolche unbewuſte Zahl die vierdte iſt/ ſo multiplicire man die

dritt

dritte mit der andern/ und was heraus kommt/ dividire man mit der erſten/ ſo wird die unbewuſte (diß Orts die vierdte) heraus kommen. Iſt aber die vierdte bewuſt/ eine andere aber/ es ſey die erſte/ andere oder dritte/ unbewuſt/ ſo müſſen die Zahlen verſetzet werden/ daß die unbewuſte an die letzte Stell komme. Zu einem Exempel will ich die letzte zwey paar nehmen/ nemlich 3/und 5/6/ 10/ und erſtlich ſetzen/ es fehle mir die vierdte/ das iſt/ ich wiſſe nicht/ was das für eine Zahl ſey/ gegen welcher ſich 6 alſo halte/ wie 3 gegen 5. Stünde alſo:

3. 5. 6.

Multiplicir 5 mit 6/ kommt 30/ diß dividiret mit 3/ gibt die vierdte/ nemlich 10. In allen Fällen zeige ich deren Setzung in folgender Tabell, und ſetze jedesmal an Stadt der unbewuſten/ ein + nemlich alſo:

In Mangel		ſetze ich die Zahlen zur Rechnung alſo:		
der Vierdten	3/5/6/+.	3/5/6/+.	facit	10.
der Dritten	3/5/+10.	5/3/10/+.		6.
der Andern	+/5/6/10.	6/10/3/+.		5.
der Erſten	+/5/6/10.	10/6/5/+.		33.

Dieſes iſt kurtz und einfältig die Regul Detri, durch welche alle diejenige Rechnungen nicht allein im Feldmeſſen/ ſondern in der gantzen Mathematic verrichtet werden/ da man/ aus Wiſſenſchafft etlicher Zahlen/ andere/ ſo man noch nicht weiß/ ſuchen ſoll. Allein ligt der Unterſchied in der Application, welche die Arithmetici durch unterſchiedliche Regulas fürgeben/ als da iſt Regula Detri converſa, die umgekehrte Regul Dupli ſeu Quinque, die gedoppelte Societatis, Geſellſchafften/ Lucri aut Damni, Gewinn oder Verluſt/

Permutatio, Stich-Rechnung/ Cambium, Wechſel/ Alligationis, Falſi. Dieſe haben insgemein keinen teutſchen Namen: Möchten genennet werden Alligatio, Vermengung/Falſi, aus falſchen Zahlen. Dieſe wollen wir den Kauffleuten laſſen/ausgenommen die erſte / deren der Author oben ſelbſt ein Exempel gegeben/bey welchem wir es auch / um geliebter Kürtze willen / bleiben laſſen / und ſchreiten zu der andern Addition.

ADDITIO II.

Die fürnehmſte Definitiones der Terminorum Geometricorum auf das Land und Feldmeſſen accommodiret.

I. Ein Punct (als da ſind in den figuris fol. A. wie zwey Ende der Lini AB, 1. oder die Mittel-Puncten der Circuln 2. und 3. an der Spitzen der trianguln unten/ 18. 19. ꝛc. ABC, BCD &c.) iſt eigentlich keine quantität / ſondern nur ein Anfang derſelben / ſo ſubtil / daß man es nicht ſo klein / vielweniger aber kleiner machen oder theilen kan / wird in dem Auftragen mit einem Tüpffelein (je ſubtiler/ je beſſer) gezeichnet. Im Abtragen aber und Zeichnung auf dem Felde mit einem Pfal oder Stab beſtecket und bemercket/ wenn anderſt nicht vorhin ein Zeichen (als Baum/ Gebäu/ꝛc.) daſelbſt ſtehet/da man denn abermals einen gewiſſen untheilbaren Punct (es ſey im Gipffel/in der Mitte/ oder an der Seiten / wie es die Art der Figur erforder oder leidet) in das Aug faſſet und mercket.

II. Linea

II. Linea iſt die Länge einer quantität oder Figur / und iſt zweyerley: gerad oder krum / recta vel curva. Eine gerade Lini / linea recta, iſt der kürtzte und nächſte Weg von einem Punct zu dem andern / als in den figuris fol. A, die Lini von A auf B 1. wird auf dem Felde nicht leichtlich gezogen / ſondern nur eingebildet / und deren zween äuſſerſte Puncten mit Stäben / oder dergleichen / bemercket / wie allbereit gedacht. Eine krumme Lini / linea curva, iſt / die nach dem Circulo um ein Punctum, welches man das Centrum nennet / gleich abſtändig gezogen wird / als CD 2. oder die gantze armilla oder peripheria circularis, der runde Umkreis / E, F, G, H, um das centrum I 3. Mixta, gleichſam vermiſcht / iſt theils gerad / theils circulrund; als wenn man eine circulrunde Lini ein wenig anziehen / oder eine gerade ein wenig / doch nicht allweg gleich abſtändig / um das centrum biegen / oder in einer circulrunden Lini etlich Stück gerad machen / etliche krum laſſen wolte / wie KL, 4 MN, 7 &c. und die peripheriam ellipſeos und figuræ lenticularis O, 5. 6.

III. Angulus, ein Winckel iſt das Ort oder Stuck einer Figur / da zwo oder mehr Linien alſo einander berühren / daß ſie nicht gerad aneinander hinliegen / ſondern gleichſam aneinander lainen. Und werden die Winckel auf dreyerley Weiſe unterſchieden.

1. Erſtlich iſt Angulus planus oder ſolidus, entweder ein flacher Winckel / oder eine gantze Spitz oder Eck. Flache Winckeln ſind unten in den Triangulis ABC, BCD &c. Spitzen oder Ecken ſind an dreyen figuris mit i k l bezeichnet 8 / 9 / 10.

2. Sind

2. Sind die Winckel entweder rectilinei oder curvilinei, oder mixti. Rectilinei ſind / welche von geraden lineis beſtehen/ als e,f,g,g f,h, 13. &c. Curvilinei, die von krummen oder Circul-Linien / als n m o, oder n o m, 14. Mixti ſind vermiſchet/ entweder alſo/ daß eine Lini gerad / die andere mixta (theils gerad / theils krum / als ſ t u, 15. oder beyde mixtæ, daß keine recht gerad / auch keine recht nach dem Circul gekrümmet/ wie x y z, 17.

(Es wird ſich aber bey dem Feldmeſſen im Wercke finden / daß allezeit die mixti Angeli, gemeiniglich auch die curvilinei, wenn man ſolche abmeſſen ſoll / auf rectilineos dadurch reduciret werden / daß man eine Krümme in die andere ſchlage / wie bey den Angulis ſ t u und x y z, an den Linien t u, x y, z y, zu ſehen.)

3. Sind die Anguli oder Winckel entweder recti oder obliqui. Recti, rechte gerade Winckel / ſind ſolche Winckel / wie die Schnur einer Bley-Wage mit dem ebenen Boden / gegen dem Schenckel ſich ſencket/machen thut/ als abc, cbd, 11. 12. Und wird die Lini cb, perpendicularis, item cathetus, eine Bleyrechte Lini / abd oder baſis, das iſt/Grund-Lini genennet. Sie nennen es auch Waſſergleich/ darum weil auf Erden nicht leichtlich eine ſolche Ebene zu finden / wie auf dem Waſſer/ wenn es nicht bewegt wird.

In dem Circulo hält ein ſolcher Winckel ein Viertheil / als fig. 1. fol. B der Winckel DEK oder FEK. Zween einen halben/ als die jetzgemeldete zween DEK und FEK zuſammen / und vier (ſo in dem centro zuſammen lauffen) einen gantzen Circul.

Anguli obliqui ſind ſchrege Winckel / und ſind zweyerley: acuti und obtuſi. Acuti ſind kleiner oder ſpitziger / als gerade / wie e. f. g. fol. A. fig. II. Obtuſi ſind gröſſer und ſtumpffer / als gerade / wie g. f. h. Die punctirte Lini aber daſelbſt d f, machet mit der baſi e f h d zween gerade Winckel / nemlich d f e, d f h.

(So viel kürtzlich von den Stücken der Figuren. Folget von derſelben Unterſcheid.

IV. Die Figuræ an ſich ſelbſten werden faſt alſo unterſchieden / (wie obigen Bericht nach) die lineæ und Anguli, aus welchen ſie beſtehen.

Denn etliche beſtehen von einer einigen runden Lini / das iſt der Circulus, etliche von einer mixta, ſo ablang-rund / nemlich elliptica (oder ellipſis) oder lenticularis, wie oben bey O. Etliche beſtehen von zweyen Linien / welche entweder beyde / als m n o, 14. oder doch eine derſelben krum iſt / q p r, 15. Zwo gerade Linien aber können keine völlige Figur ſchlieſſen / ſondern nur einen Winckel / als ein Stuck einer Figur.

Etliche Figuren beſtehen von dreyen Linien / das ſind die Trianguln. Etliche von vieren / das ſind die figuræ quadrilateræ, vierſeitige Figuren. Was drüber iſt / werden insgemein multilateræ, das iſt / vielſeitige genennet / und werden in Ausrechnung ihres Inhalts gemeiniglich auf Trianguln und Quadranguln reduciret. Sonderlich wird dieſes gehalten / wenn ſolche latera oder Seiten einander ungleich / denn / wenn ſie einander gleich / auch gleichen Winckeln bey dem centro eines Circuls unterzogen / ſo bekommen ſie auch den Namen von der Zahl ihrer laterum oder Seiten / oder der Winckel bey dem centro deß Circuls / welchen ſie unterzogen / nemlich dreyeck / viereck

eck/fünffeck/ ſechseck/funffzeheneck. Von dieſen handelt Euclides durch das gantze vierdte Buch Elementorum, und wird etwas davon folgen im Abriß in folgender Additione III.

Ein Circulus iſt ein flache Figur/ da alle Linien von dem Centro auf die Peripheriam oder Umkreis gezogen/ einander gleich ſind. Wird (er ſey groß oder klein) von allen Mathematicis getheilet in 360. Theile oder Grad/und ein ſolcher in 60 Minuten. Dieweil aber ein ſolches Inſtrument/ welches man auf dem Felde brauchet/ nicht wol ſo groß zu machen/ daß man ſechzigſte Theil/das iſt/Minuten der Graden daran haben könnte: (wovon doch in folgender Addition Probl. XXVI. ein Verſuch geſchehen ſoll.) Als läſſet man ſich insgemein an Halben/ Drittheilen/ Viertheilen/Sechstheilen/ꝛc. genügen. Doch hat der Author Num. XVI. einen hübſchen Weg gewieſen/ wie man auf ebenem Felde allein durch die Meß-Ruhten oder Ketten/ und ein wol-ausgetheiltes Maßſtäblein/ auch zu den minutis, nicht allein primis, ſondern auch ſecundis gelangen könne.

Figura lenticularis und elliptica oder ellipſis (bey O, fol. A) ſind ſolche figuræ, in welchen die Linien von dem centro auf den Umkreis gezogen/ überzwerch kürtzer fallen/ als nach der Länge/und zwar noch kürtzer in der lenticulari, als in der elliptica. Mit deren Helffen vergleichet ſich faſt die hyperbole und parabole. Hyperbole iſt die Fläche eines Kegel-Schnitts von oben herab zur Seiten/(nicht durch die Spitz) gerad auf die Baſin zugenommen/ und mit der Baſi einen geraden Winckel machend. Parabole iſt die Fläche eines ſolchen Kegel-Schnitts/ der gleichfalls oben von der Seiten

deß

deß Kegels auf die Baſin zu/ doch ſchlims/ daß es einen angulum obtuſum und einen acutum mit der Baſi mache/ genommen iſt. Dieſe werden fürgeſtellet foliis L und M.

Triangula werden auf dreyerley Weiſe unterſchieden/wie abermal fol. A. fig. 18. und folgend zu ſehen.

1. Iſt ein triangulum entweder æquilaterum, oder æquicrurum, oder ſcalenum.

2. Entweder rectangulum, oder obliquangulum. Und dieſes entweder obtuſangulum, oder acutangulum.

3. Entweder rectilineum, oder curvilineum, oder mixtum.

Triangulum, æquilaterum iſt / welches drey Winckel und drey Seiten gleich hat/ als ABC, fol. A fig. 18. Æquicrurum oder iſoſceles, welches nur zwo gleiche Seiten hat/ als BCD, DCE, 19. 20. Scalenum, da alle drey Seiten einander ungleich ſind/ als DEF, FGH, HIK, 21. 22. 23. 29.

Triangulum rectangulum iſt / das einen rechten und geraden Winckel hat / als HIK, 23.

(Mehr/ als einen geraden Winckel/ kan kein Triangul haben/ vielweniger zween Obtuſos, oder einen Obtuſum ſamt einen recto. Denn alle drey Winckel eines trianguli, er mag ſeyn/ wie er will / machen nicht mehr und nicht weniger/ als zween rectos.)

Acutangulum iſt / welches drey ſpitzige Winckel hat / ABC, BCD, 18. 19.

Obtuſangulum, das einen ſtumpffen Winckel hat/ als CDE, 20. 21. 22. DEF, FHG.

Der dritte Unterſcheid der triangulorum iſt eben zu verſtehen/wie oben der andere Unterſcheid der Winckel. Nemlich triangulum rectilineum iſt ein triangulum

gulum von geraden Linien / als ABC, BCD, 18/ 19/ und alle auf derſelben Zeil. Curvilineum von krummen oder Circul-Linien / als KLM, 24. Mixtum, von vermiſchten/das iſt/ da entweder theils gerade / theils Circul-Linien innen ſind / als LMN, 24. item LMN, 29. Oder Linien/ſo in ihrer eigenen Art mixtæ heiſſen / ſie ſeyen gleich allein / oder abermals mit rectis vermiſchet/als LNO, 27/ 28.

Es iſt aber unter den mixtis triangulis ſonderlich eine Art bey den Geometricis namhaft/welche genennet wird ſector circuli, als LMN, 29. das iſt ein ſolches Triangulum, das da beſtehet von einem Circul-Trum LM, und zweyen halben diametris LN, MN, die in dem Centro deß Circuli N, oder (fol. B.) in E, auf einen Winckel zuſammen lauffen. Von ſolchen triangulis, und insgemein / wenn man einen triangulum in einem Circul betrachtet / und ausrechnen will / ſind folgende termini zu mercken / (welche auch zum Theil fig. 29. fol. A. ſonderlich aber in der erſten Figur/ fol. B. fürgebildet ſind. Nemlich chorda, ſinus, tangens, ſecans.

Chorda iſt die Lini / ſo in dem circulo von einem Punct deß Umkreiſes zu dem andern gezogen wird / als in gemeldter erſter Figur/fol. B. die Linien AB, BC. Wenn ſie durch das Centrum gehet / iſt ſie nichts anders/als der Diameter ſelbſt / als DEF.

Sinus iſt erſtlich zweyerley : Sinus totus und partialis.

Sinus totus, welcher auch Radius genennet wird / iſt der Sinus zu 90 gradibus, und an ſich ſelbſt anders nichts / als der halbe Diameter eines circuli, von deſ-

ſen

deſſen Bogen oder eingezeichneten Winckel geredet wird / als in gedachter Figur / B, BE, DE, EF, &c.

Sinus partialis iſt der Sinus, zu wenig oder zu Zeiten mehr / als 90 gradibus gehörig / und dreyerley: Sinus rectus, verſus, & complementi. Sinus rectus, eines gegebenen Bogens / iſt der halbe Theil derjenigen chordæ, welche noch ſo vielen gradibus unterzogen iſt / als der gegebene Bogen hält. Oder: Es iſt die Lini / welche von dem obern Punct deß gegebenen Bogens Bley-recht auf den Radium, als das andere Latus deß gegebenen Bodens und Sectoris fället. Und dieſer Sinus rectus, weil er am öfftesten fürkommet / wird gemeiniglich bloß Sinus genennet. Wird auch allezeit verſtanden / wenn nicht dazu geſetzet wird / daß es verſus oder complementi ſey. Als AH iſt der Sinus rectus (oder bloß Sinus genennet) deß Bogens AK, HB deß Bogens KB, GB deß Bogens BF, &c.

Sinus complementi iſt der Sinus rectus deß übrigen Bogen-Stücks / welches mit ſamt dem gegebenen ſo viel thut / als ein Quadrans, ein Viertheil eines circuli, nemlich 90 Grad. Als / ich ſetze / der Bogen BF, halte 40 Grad / ſo muß der übrige BK, der ſamt ihme einen Quadranten erfüllet / und daher ſein Complement heiſſt / 50 Grad haben. Iſt derowegen / wenn man redet von dem Bogen BF, oder von dem Winckel BEF, oder BE, ſein Sinus BG der Sinus ſeines complementi BH, (nemlich zu 90 graden.) Aber das Complement zu einem halben Circul / oder zu 180. graden deß Bogens BF, iſt der Bogen DAKB, und hinwiederum dieſes Bogens DAKB Complement zu 180 graden / iſt der Bogen BF. Es wird aber / wenn deß complementi bloß gedacht / und nicht dazu geſetzet

wird/daß es zu 180 Graden oder einem halben Circul ſey dasComplement nur zu 90 Graden verſtanden.

Sinus verſus, item ſagitta, iſt ein Stuck deß Diametri, welcher die chordam in zwey gleiche Theile theilet/ wie der Boltz an einem Bogen oder Armbruſt/ als GF iſt der Sinus verſus, item ſagitta, deß Bogens BF, und HK oder AK.

Es gehören aber auch andere Linien zu den Triangulis, nemlich tangens, das iſt/ die Lini/ ſo einen Bogen bey der Baſi anrühret/ als FL deß Bogens BF, KM deß Bogens BK, und ſecans, das iſt / die Lini/ welche den Bogen / von welchem geredet wird / von dem übrigen gleichſam abſchneidet / als EBL deß Bogens BF, und EBM deß Bogens BK. Damit ich derowegen alle dieſe definitiones oder Beſchreibungen kurtz zuſammen faſſe/ und die erſte Figur / fol. B. erkläre / ſo iſt / wenn daſelbſt geredet wird von dem angulo BEF, oder von dem Bogen BF, ſo iſt (ſprich ich) EB oder EF radius oder ſinus totus, BG iſt ſein ſinus rectus, ſonſt bloß ſinus genannt / BH der ſinus ſeines complementi : Sein complementum aber ſelbſten / iſt der Bogen BK. Denn BK und BF zuſammen thut einen quadranten / GF iſt ſein ſinus verſus, EL iſt ſecans, FL iſt tangens, EM iſt ſecans ſeines complementi. Der gantze Bogen BFC iſt noch ſo groß / als BF, und deſſen chorda BGC iſt noch ſo groß/ als BG. Wenn aber geredet wird von dem Bogen KB, oder von dem Winckel KEB, ſo iſt BH ſein ſinus rectus, KH ſein ſinus verſus, AB, die chorda noch ſo vielen gradibus, als dieſer Bogen hält / unterzogen : BF iſt ſein Complement, und deſſen ſinus rectus BG, ſecans EL, tangens FL, &c. Werden genennet ſinus, tangentes und ſecantes ſeines complementi.

Wenn

Wenn geredet wird von einem angulo obtuſo, oder deſſen Bogen/als welcher groſſer iſt/als 90 grad/ zum Exempel/von dem Winckel BED und dem Bogen BKD, welchen wir ſetzen / er hielte bey 150 graden / ſo ſubtrahirte man ſolche 150 grad (oder wie viel ihrer nun wären) von einem halben circulo, nemlich 180 der Uber-Reſt/hie 30 grad/wäre der Bogen BF; deſſen ſinus tangens und ſecans würden genommen / als wenn ſie des Bogens BF (als ſeines complementi) zu 180 ſinus tangentes und ſecantes wären. Denn ſolcher Boge BKD keinen andern hat/ doch einen eigenen ſinum verſum hat er/ nemlich die Lini DEF. So viel von den triangulis, was ihre terminos und deren Beſchreibung anlanget. Von deren Gebrauch in Ausrechnung wird bald folgen. Jetzo wollen wir mit Beſchreibung der übrigen Figuren fortfahren.

Figuræ quadrilateræ, vierſeitige/ auch quadrangulæ, viereckigte ſind insgemein zweyerley: Etliche werden genennet Parallelogramma, etliche Trapezia.

Parallelogramma ſind / da alle vier Seiten/ eine jede gegen ihrer gegengeſetzten parallel ſind/das iſt/gleich von einander abſtehen/ alſo/ daß/ da man ſie gleich unendlich weit ferner hinaus zöge / ſie gleichwol nimmermehr auf einen Winckel zuſammen lieffen/wie zu ſehen fol. B. an den lineis N und O, 2. die lauffen nimmermehr auf einen Winckel zuſammen/es wäre denn/daß man ſie krümmen wolte / wie mit den lineis ocultis zu Ende gewieſen.

Ein Trapezium iſt / da entweder gar kein latus ge-gen dem andern/(wie in dem Trapezio P, 3.)oder doch nicht alle vier/ſondern nur zwey(wie in dem Trapezio, Q und R, 4. 5.) einander parallel ſind/ ſondern da ſie weit genug fortgezogen würden / endlich auf einen Winckel zuſammen lieffen/ wie in dem Trapezio, P, 3. mit blinden Lineis gewieſen.

Parallelogramma ſind viererley : Nemlich ein quadrat, das iſt / eine gerechte allerſeits winckelrechte und gleichſeitige Vierung / als S, fig. 6.

Alterâ parte longius, oder/ wie etliche heut zu Tage reden / quadrangulum oblongum, eine ablange win-ckelrechte Vierung/ als T, 7. werden offt mit dem ge-neral Wort Parallelogramma genennet.

Rhombus ein Parallelogrammum, da die Seiten alle vier/und unter den Winckeln je zween und zween/ ſo gegeneinander überſtehen / einander gleich; welche aber beyde an einem Winckel ſtehen / einander un-gleich / als V, 8. zu Teutſch nennet mans eine Rau-ten-Vierung.

Rhomboides iſt ein Parallelogrammum, da die zwo Seiten / wie auch die zween Winckel/ ſo gegenein-ander überſtehen / einander gleich / auch parallel ſind; die aneinander aber ſtehende latera, und die Winckel an einem latere ungleich ſind / als W, 9.

Trapezia, wie auch multilateræ figuræ, die mehr als vier latera haben / ſind unendlicher Arten / doch werden ſie alle / wie auch die rhombi und rhomboi-des, wenn man ſie ausrechnen will / auf triangula o-der parallelogramma reduciret / wie an den figuris, fol. 3. mit unterſchiedlichen Exemplis gewieſen.

Es iſt auch noch ein Unterſchied der Figuren zu mercken/daß nemlich etliche regular ſind / etliche irregular. Regular-Figuren ſind / die regulariter und durch Geometriſche Demonſtration in einem Circulo können beſchrieben werden / ſolche ſind / eigentlich davon zu reden/ einig und allein die Dreyeck/Viereck/ Fünffeck / Sechseck / und Funffzeheneck / und diejenige / welche von dieſen durch Duplication entſpringen / als von Fünffeck/die Zeheneck/ Zwantzigeck/ und alſo von andern. Doch nennet man insgemein in der Fortification alle Figuren regular, deren Seiten und Winckel einander gleich/und wo nicht gar per demonſtrationem accuratam, doch alſo in den Circul können eingezeichnet werden / daß in dem Augenmaß in fleiſſiger Meſſung genug geſchehe / als Siebeneck / Neuneck / Eilffeck / ꝛc. Ein einiges Exempel ſolcher Regular-Figuren iſt auf dem Blat B bey X, fig. 10. mit einem Sechseck gezeichnet / die andere ſind unten zu dem Abriß verſparet. Auch werden ſolche figuræ, ſo in dem Circul nicht zu beſchreiben / doch in Ausrechnung nichts beſonders vor andern haben / als alle triangula, und quadrangula rectangula, auch Trapezia, welche nur zwo Seiten parallel haben / unter den figuris regularibus paſſiret. So viel von Beſchreibung der figurarum planarum, das iſt / flachen Figuren.

Corpora werden im Feldmeſſen ſelten dazu nur nach ihrem äuſſerlichen und Superficial-Inhalt / betrachtet. Bringen auch ihre Beſchreibung faſt in dem Namen mit ſich. Schreiten derowegen zu dem folgenden.

ADDITIO III.

Von dem Abriß der Figuren auf das Papyr/ und denen dazu nohtwendigen Inſtrumenten.

Ob man wol unterſchiedliche compendia durch mancherley Inſtrumenta zum Reiſſen ſuchen will; ſo halte ichs doch keinem Anfänger rahtſam / daß er ſich damit beſchwere. Denn ſolche compendia, wenn anderſt etwas darhinter/ ſind nicht für die Anfänger / die Kunſt deſto ehe zu erlernen/ ſondern für die Erfahrne/ ſolche deſto behender zu practiciren. Gleichwie es auch mit den Inſtrumentis auf dem Felde iſt / von welchen unten an ihrem Orte folgen ſoll. Jetzo von dem Abreiſſen zu reden / ſind die gemeine Inſtrumenta, dadurch man alles zu Wercke richten kan / erſtlich zu den geraden Linien ein Linial / und nach Belieben auf daſſelbe eine ſubtile Abtheilung deß Meßſtabs (es ſey gleich der Nürnberger Stadtſchuch / oder der gemeine Werckſchuch/oder der Rheinländiſche Fuß / ꝛc.) Wie ſolches auf dem Blätlein lit. W. fürgebildet. Als welches nicht allein zum Abmeſſen / wie unten folgen wird / ſondern auch wenn man ein Ding behend in gewiſſer Menſur oder Proportion abreiſſen / und einen Maßſtab machen ſoll / dienſtlich iſt. Will man neben einem ſolchen Linial/zu mehrer zu Behendigkeit/ auch ein Winckelmaß gebrauchen / kan es nicht ſchaden. Und wird bald Probl. II. folgen / wie ſolche zu probiren. Zu dem Abriß aber der Linien an ſich ſelbſten / ſind jederman bewuſt die Federn von

Kielen/ſonderlich Stock-Kielen oder wenn mans allezeit haben kan/ Raben-Kielen. Faulhaber hält dafür/ ſie ſchicken ſich beſſer zum Reiſſen/ benandtlich der geraden Linien/ wenn man den Spalt nicht auf dem Ruck deß Kiel / wie gewöhnlich / ſondern auf die Seiten deſſelben mache / und den Schnabel etwas ſchrege abſchneide. Mich will faſt beduncken/ die eiſerne oder meſſene Federn / die doch nicht wie Kielen / ſondern in ſolcher Form gemacht/ wie unten an dem Kupfferblat W abgeriſſen/ thun zu den Linien am füglichſten/ und haben dieſen Vortheil/ daß man das Linial nicht ſo leicht damit maculire/ wie mit den Gäns-Kielen. Allein müſſen ſie recht gemacht ſeyn/ und dunckt mich dieſes ſey ein guter Vortheil/ wenn ſie vorn in der Spitz etwas hohl ſind / daß ſie fein Dinten halten / und doch derſelben nicht mehr fahren laſſen/ als zu einer ſubtilen Lini vonnöthen iſt / das Knöpfflein kan fein ſauber polirt/ und zum Glattmachen/ wenn etwas radirt/ gebraucht werden. Uberdas kans nicht ſchaden / daß man auch ein Reißbley in einem Kiel oder Röhrlein zu hand hat. Und habe ich befunden/ wenn etwas an einer Figur radiret/ und man dasjenige/ ſo aufs neue geriſſen werden ſolle/ erſtlich mit ſolchem Bley / und denn darauf erſt mit Dinten aufreiſſt/ ſolches nicht leichtlich flieſſe. Zu den blinden Linien braucht man etwan im Nohtfall nur die Circul-Spitze. Allein weil hiedurch die Oeffnung deß Circuls leichtlich geändert / derſelbe auch ſtumpff gemacht wird/ iſt füglicher/ daß man einen abſonderlichen Reißſtefft habe/ oder nur eine Nadel nehme/ derē Spitze abbreche/ und wieder zuweze/ und in ein hölzern/ beinern oder dergleichē Hefftlein ſtecke. Dieſes gehöret zu geradē Linien. Zu den Circul-Linien gehören 2 Circul/ einer

mit einer ſubtilen ſtälinen Spitzen / der andere mit einem Röhlein / darein man eine Reißfeder/ Reißbley/ oder dergleichen ſtecken könne. Wie ſolche unterſchiedlichen Forms zu Nürnberg bey den Circulſchmieden zu erfragen. Auch kan man auf Vorſorge zu Aufreiſſung und Abmeſſung der Winckel in gewiſſer Menſur eine kleine Transportur auf ein durchſichtiges Horn reiſſen / oder auf ein zartes Papyr / und hernach mit Oel beſtrichen. Alſo iſt man zum Abriß ſtafiret genug. Wie aber die Abreiſſung an ſich ſelbſten in unterſchiedlicheen Fällen und Figuren anzuſtellen/ lehren folgende Problemata.

PROBLEMA I.

Aus einer oder drey gegebenen Linien / da allezeit zwo zuſammen gröſſer ſind/ als die dritte / einen Triangulum zu machen.

Nim fol. C. eine unter ſolchen Linien für / es ſey welche es wolle/als AB, die ſey Baſis; Stecke hernach den Circul jedesmal ſo weit / als ein jedes der andern beeden laterum ſeyn muß / und reiſſe um die äuſſern Puncta A und B Circul / deren Puncta interſectionum, das iſt / da ſie einander durchſchneiden / C und Centra A und B ziehe zuſammen mit geraden Linien/ ſo werden daraus Triangula ABC, wie du ſieheſt ſchemate 1. 2. 3. 4. deß Kupfferblats C.

PROBLEMA II.

Eine gegebene Lineam in zwey gleiche Theile zu theilen/Perpendicular Lineas auf eine gegebene Lineam, oder von dannen herab zuſencken/oder durchzuziehen/item ein Winckelmaß zu probiren.

1. Wenn ein perpendicular alſo kommen ſolle/ daß ſie zugleich die Lini in zwey gleiche Theil theile/ſo reiſſe wie fig. 5. um beyde äuſſerſte Puncten der Lini/ als A und B, zween gleiche Circulos, deren Radii über die Helfft gehen/(oder wenn die Lini zu lang/daß man den Circul nicht über die Helfft erſtrecken kan / als wenn ſie wären wie E, F, ſo nim von beyden äuſſern Puncten gleich Diſtantias hineinwarts gegen der Mitte / bis du die Puncta A und B erreicheſt / von welchem du mit dem Circul über die Helfft langen könneſt/) die einander oben und unten (in C und D) durchſchneiden/ und ziehe die Puncta C und D, mit einer geraden Lini zuſammen / die iſt perpendicular, und theilet die lineam AB, in zwey gleiche Theile.

2. Solle man von einem Puncto ober der Lini (als in ſchemate 6. vom Puncto E) ein perpendicular herab ſencken/ſo ſetzt man erſtlich den Circul in Puncto E an/und machet einen Circul-Bogen/ welcher die gegebene lineam in punctis A und B durchſchneide/ gehet hernach allerdings mit ſolchen Punctis A und B um / wie ſchemate 1. 2. 3. 4. mit der Baſi AB, doch unterwarts / oder wenn man nicht Raum hat / zwar

oberwarts / doch etwas niedriger oder höher in G oder H. (Und iſt ohne Noht / daß man gantze circulos reiſſe / ſondern man mag nur deroſelben Durchſchneidungen weiſen / wie bey F, G und H, fig. 6. auf dem Blätlein C.) wird die perpendicular EF.

3. Iſt der Punct auf der Lini / und ſolle von demſelbẽ ein perpendicular aufgerichtet oder abgeſencket werden (als ſchemate 7. fol. C das Punctum G) ſo nim dir zu beyden Seiten zwey Puncta in gleicher Weite davon / die ſind wieder AB, auch damit umzugehen / wie mit AB im 1/2/3/4/5/6/ ſchemate, ſo gibts ein perpendicular GH aufwarts / oder GI unterwarts.

4. Iſt der fürgegebene Punct zu End der Lini / als im ſchemate 8/9/10/11/ das Punctum K, davon ein perpendicular aufzurichten oder abzuſencken / ſo nim dir ober- oder unterhalb der Lini ein centrum deines Gefallens / das ſey A, und reiſſe um daſſelbe / durch das Punctum K, einen Circul / wo dieſer die lineam KL durchſchneidet (als in Puncto B, davon reiſſe eine Lini durch das centrum A, auf das andere Theil deß Circuls zu / da wird das punctum interſectionis C, ziehe die puncta K und C zuſammen / ſo haſt du die perpendicular KC, und ein gerechtes Winckelmaß BKC. Eben alſo kanſt du auch ein gemachtes Winckelmaß CKD probiren / wenn du einen Circul um ſein Eck reiſſeſt; kanſt du hernach eine lineam ziehẽ / welche wie die Lini CAB zugleich durch den Circul / auch ſein centrum und beyde crura deß trianguli gehet / ſo iſt er juſt. Wo nicht (wie ſchemate 10 und 11 / da die Lini CD zugleich durch A und B gehen; der Fuß aber deß Winckelmaſſes KD, mit KB eine Lini ſeyn ſolte) ſo iſt gefehlet in dem Winckelmaß / und iſt daſſelbe falſch.

PRO-

PROBLEMA III.

Einem gegebenen Winckel (als DEF in ſchemate 12) einen andern Winckel / der ihm gleich ſey/ an einem gegebenen Punct/ als A in der Lini AB anmachen.

Nim dir Fig. 12. fol. C. an den lineis F und D, zwey Puncta G und H, wo du wilt/ doch beyde gleicher Weite von E, die hänge zuſammen mit der Lini HG. Mach hernach / nach Lehr deß erſten Problematis, an das Punctum C ein Triangulum aus dreyen Linien / welche ſeyn wie EG, GH HE: alſo/ daß AK ſey wie EG, und CK wie GH, und AK wie GE, ſo wird der Winckel A wie der Winckel E. Oder kürzer: Setze den Circul an in den Winckel E, und reiſſe den Bogen GH, ſetze ihn auch in gleicher Weite an im A, da der neue Winckel hinkommen ſolle / und reiſſe den Bogen CK, faſſe GH mit dem Circul / und trags an CL von C in K, ſo wird gleichfalls der Winckel KAC gleich ſeyn dem Winckel GEH.

PROBLEMA IV.

Zu einer gegebenen Lini AB, eine andere durch einen gegebenen Punct D ziehen/ die gegen derſelben parallel ſey.

Diß geſchiehet/ wenn eine gerade Linea CD, beyde ſolche lineas alſo berůhret oder durchſchneidet/ daß die Ecken gegeneinander (als in ſchemate 13. ACD und CDE) gleich/und keines gröſſer/als das andere/gemachet wird. Oder man nehme ihm fig. 14. fol. C, an der fůrgegebenen Lini AB, eine gewiſſe Läng AC, faſſe die mit dem Circul/ und thue einen blinden Circul-Riß aus dem gegebenen Punct D. durch EF, nehme auch die Diſtans der Puncten C und D, und thue einen Circul-Riß aus A, durch EF, ſo werden beyde ſolche Riſſe einander durchſchneiden im G, ziehe DG, die wird parallel ſeyn/ gegen AB.

PROBLEMA V

Eine Lineam einer andern nachzutheilen/ es mögen gleich die Theile an ſich ſelbſt einander gleich ſeyn/ oder nicht.

1. Die erſte Manier. Setze ſie/ wie ſchemate 1. fol. D, die Lineas AB und CD, beyde auf eine Baſin, AE, alſo: daß ſie einander parallel ſtehen/ iſt auch am beſten daß ſie gegen AE perpendicular ſeyn/ und gerade Winckel machen bey A und C, und ziehe ůber ſie her die Lini BDE und vom Puncto E, lineas auf die

Theilungs-Puncta derjenigen / die allbereit getheilet iſt/und (wenn ſie kürtzer iſt/ als die andern / ſo noch zu theilen) durch dieſelbe / ſo wird die andere auch getheilet/ wie die erſte. Eben dieſe Meinung hat es auch mit den Circul-Linien / fig. 2. wofern ſie beyde aus einem Centro (als E) geriſſen ſind/ daß das äuſſere Circul-Stuck von den lateribus EA, und EB, begriffen/eben ſo viel Grad hat/als das innere/und das innere/als das äuſſere/ wie das beygeſetzte ſchema n. 2. weiſet.

2. Eine andere Manier/ ſo deß Euclidis, eine Lini/ AB, einer andern / AC, nachzutheilen / fig. 3. Ziehe BC, und von den punctis, D und E ziehe parallelas der Lini/BC,(welches geſchiehet/ wenn die Winckel bey D und E, dem Winckel bey C gleich werden) ſo wird die Lini AC getheilet / wie die Lini AB getheilet geweſen.

3. Eine andere Manier. Die vorhin getheilete Lini ſey AB, fig. 4. die Lini / ſo zu theilen/ AC. Mache den Winckel ACD gleich dem Winckel BAC, und die Lini AD gleich der Lini AB, und trage darauf die Theile AE, EF, FB, in G und H, und ziehe die Linien EG, FH, und nach Belieben AD, BC, ſo wird die Lini AC getheilet / wie AB.

4. Die vierdte Manier. Und wie mich beduncket/ die füglichſte und leichteſte. Die vorhin getheilte Lini ſey abermal AB, welche aber nachzutheilen AC, ſie ſey gleich länger/wie fig. 5. oder kürtzer/wie fig. 6. thu einen Circul-Riß in der Weite AB, und ziehe die Lini BC fort/ bis ſie ſolchen berühre im D, ziehe dahin AD, die wird ſo lang ſeyn/ als die vorhin getheilte AB trage derowegen die Theile der Lini AB auf ſolche Lini AD, daß G und H ſtehen/wie E und F, ſo werden die Linen von G auf

E, fig. 5.

E, fig. 5. vorn auf AC, fig. 6. zugleich dadurch gezogen/ ſolche Lini AC alſo theilen / wie AB getheilet iſt.

PROBLEMA VI.

Eine jede Lini zu theilen / in ſo viel Theile man will.

Dieſes iſt leichtlich aus dem vorigen Problemate an den Figuris 1. 3. 4. 5. 6. zu ſehen. Nemlich/ man trage die begehrte Theile an eine Lini/ wie in denſelben/ AB, die Lini ſo zu theilen ſey / wie fig. 1. CD, oder wie fig. 3. 4. 5. 6. die Lini AC, ſo wird dem Problemati in geraden lineis genug geſchehen. Circuli aber und deren Stücke/ werden getheilet durch die figuras regulares, oder durch die lineam quadratricem, wie bald in Foliis F und G, folgen wird.

PROBLEMA VII.

Eine fürgegebene Lineam fürgegebener Proportion nach zu theilen.

Diß kan auf zweyerley Weiſe verſtanden werden. Entweder daß ein Stuck der Lini gegen dem andern Stuck / oder daß ein Stuck der Lini gegen der gantzen Lini ſolche fürgegebene Proportion habe. Der erſten Meinung nach wäre / fol. D. in ſchemate 1. die Lini AB oder CD, juxta Proportionem duplam, getheilet/ wie 1 und 2/ denn das Stuck AH, iſt noch ſo groß / als BH. Und iſt diß die Regul ſolcher Theilung: Addir in dem Sinne die zween terminos fürgegebener Proportion (als hie 1 und 2) zuſammen: nach

der Zahl/ die heraus kommt / (die iſt hie 3) theile die lineam. Der andern Meinung nach/ wäre gedachte lineæ AB und CD, juxta proportionem ſesquialteram, getheilet/ wie 2 und 3. Denn ſolche Proportion, wie 2 und 3 / haben AH und AB. Item juxta proportionem triplam, wie 1. und 3. Denn ſolche Proportion haben BH und BA. Und iſt diß die Regul ſolcher Theilung : Theile die gantze lineam, nach Ausweis deß gröſſern numeri oder termini ſolcher Proportion. (als hie in 3 Theile / weil in der Proportione $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ der gröſſere numerus oder terminus iſt 3) zehle hernach von dem einen Punct der Lini / ſo weit als terminus minor erfordert / (als hier / wenns proportio ſesquialtera ſeyn ſolle / 2 Theile / vom A gegen H, ſo iſt das Stuck AH, terminus minor, das übrige iſt differentia, das iſt / der Unterſchied oder Uberſchuß) oder ſo viel Theile / als hie in proportione ſesquialtera, 1 / (wie BH) in tripla 2 / (wie AH) das iſt die differentia, das übrige iſt terminus minor. Sonſten haben die Geometræ noch eine Theilung / welche ſie nennen extremâ ac mediâ ratione, item divinam, da das kleinere Stuck ſolche (wiewol mit numeris unausſprechliche) Proportion hat gegen dem gröſſern / wie das gröſſere gegen der gantzen Lini / der wird abſonderlich nicht viel / unten aber / ſchemate 3 fol. F. in der deſcriptione pentagoni, deß Fünff-Ecks (da die Lini AB, alſo durch das Punctum F getheilet) fürkommen / und daſelbſt gewieſen werden. So wird auch insgemein / wenn man eine kürtzere lineam auf eine gröſſere leget / oder mit dem circulo darauf bezeichnet / die Lini ſolcher Proportion nachgetheilet / wiewol ſolche Proportiones auch nicht allweg mit Zahlen können ausgeſprochen werden /

ob

ob ſie gleich Geometriſch mit dem Circul gefunden werden.

PROBLEMA VIII.

Auf eine gegebene Lineam, als AB, ein Quadrat oder Parallelogrammum zu reiſſen.

Ziehe von beyden punctis perpendiculares parallelas aufwarts/(wie du gelernet haſt ſchemate 7. 8. 9. fol. D.) ſols ein quadrat werden / ſo müſſen ſie der Lini AB gleich ſeyn/ wie ſchemate 8. henge ſolche lineas oben mit einer geraden parallel-Lini zuſamen / ſo gibts ein parallelogrammum, wie ſchemate 7. Oder wenn alle Linien und Winckel gleich / gar ein quadrat, wie ſchemate 8. Oder kürtzer alſo: Hänge die Linien der Breite und der Länge AB und AC, figur. 9, 10, 11, 12, gemeldten fol. D. mit einem ſolchen Winckel zuſammen / wie die Figur haben ſolle/ (es ſey ein ſolcher Winckel/ gleich ein gerader Winckel / wie in einem quadrat, oder in einem andern quadrangulo rectangulo, oder ſey obliquus, ſchreg/ wie in dem rhombis und rhomboidibus) faſſe hernach der andern zweyen laterum, jedes mit einem Circul/ und ſetze ihn mit dem einen Fuß auf die extrema oder End-Puncten ſolcher Linien/ mit dem andern reiſſe zween Circul-Bögen/ welche einander durchſchneiden/ ſo gibt es auch allerhand Parallelogramma, nemlich fig. 9. 10. 11. 12.

PRO-

PROBLEMA IX.

Aus einem Triangulo ein Parallelogrammum gleicher capacität zu machen.

Ziehe / in ſchemate 13. 14. 15. fol. D. über der Baſi AB eine lineam CD, die gegen ihr parallel ſey: Theile die baſin in 2 gleiche Theile in E, ziehe von E und B, oder E und A parallel-lineas, (wie oder wohin du wilt / nur daß ſie gerad / welches leicht zu haben / wenn man zuvor oben die ſpatia CF, GH, HI, den ſpatiis AE oder BE gleich machet / und einander parallel ſind) als AC, EF, item AG, EH, item EH, BI, &c, auf die obere parallel-Lini CD, ſo werden parallelogramma AECF und AGFH, item EHBI, deren ein jedes dem Triangulo ABG gleich iſt.

PROBLEMA X.

Aus einem Parallelogramma ein Triangulum gleicher capacität zu machen.

Das parallelogrammum ſey ACEF oder EHBI, in voriger fig. 13. daraus ſoll ich ein Triangulum gleicher capacität machen. Reiſſe das obere und untere latus, als AE und CF, oder EB und HI, fort / (fürterwarts oder hinterwarts) duplire das untere latus: als zu AE ſetze EB, fig. 13. 14. oder zu EB ſetze BG, fig. 15. ziehe die puncta AB, oben in puncto G oder K, oder L, zuſammen /

men / ſo iſt das Parallelogrammum AEFG oder FH IB in das Triangulum ACB, oder ELG, oder EKG, verwandelt.

PROBLEMA XI.

Aus einem Parallelogrammo ABCD, (es ſey gleich quadrat oder länglicht / gerad oder ſchregwincklicht / ein anders in einer andern fürgegebenen Länge oder Breite zu machen / daß es doch eben ſo viel halte / als zuvor.

Stoſſe / in ſchemate 1 und 2 fol. E, die Länge / wie du es aufs neue haben wilt (als die lineam DE) an das eine latus, als AD, hinan / daß eine linea daraus werde / und ſey ADE. Stoſſe noch eine / CF, an das andere latus BC, die dieſer parallel und eben ſo lange ſey. Ziehe einen diametrum durch vom F ſo lang / bis er vom AB, wenn mans gerad herab ziehet / berühret wird in G. Ziehe wieder eine grade Lini (GH) die ſo lang ſey / als BF oder AE, und ihnen parallel, ziehe auch das latus CD, hinab / bis daſſelbe berühre in I. Summa ſchlieſſe das Parallelogrammum allenthalben mit fortgezogenen lineis zu / ſo haſt du DEIH ſo groß an dem Inhalt / als ABCD, und in begehrter Länge oder Breite DE.

PROBLEMA XII.

Eine jede Figur von geraden Linien in Triangula zu reſolviren.

Dieſes kan auf unterſchiedliche Manieren geſchehen/davon theils bey dem Authore deß Erſten Haupt-Theils/theils unten/ da von der Abmeſſung und Ausrechnung gehandelt/zu ſehen ſeyn wird. Wir wollen hier nur eine zeigen/ von deß folgenden Problematis wegen/ zu welchem ſie auch am füglichſten iſt. Nemlich/ fange von einem Eck an/ es ſey welches da wolle. Am füglichſten aber nimt man ein ſolches/ von welchen man/wo nicht auf alle/doch auf die meiſte Ecken lineas ziehen könne/ welche keine lineas durchſchneiden. Ein ſolche Figur ſey fig. 3. fol. E. und ein ſolches Eck A, davon ziehe ich Linien auf alle Ecken/ B, C, D, E, F. Zu einer ſolchen aber/da man von keinem Punct auf alle kommen kan/ da fange ich an/ wo ich mir die meiſten zu erreichen getraue/ nemlich von A. fig. 4. ziehe lineas auf B, C, D, E, F, G. Weil ich aber vom A auf H nicht kommen kan/ich müſſe denn EF durchſchneiden/ ſo fahre ich von einem andern Punct fort/ der vom A getroffen/ und von denen ich die übrige treffen kan/der ſey D, von dem fahre ich auf E, ſo iſt die gantze Figur in Triangula reſolviret.

PROBLEMA XIII.

Eine jede Figur / die aus geraden Linien beſtehet / in ein Parallelogrammum verwandeln.

Die Figur reſolvire in Triangula, wie jetzo gemeldet / bey fig. 3. 4. fol. E. Die Triangula reſolvire in Parallelogramma, als CG, HD, EK, EL, nach dem IX. Problem. die Parallelogramma bringe in einerley Länge / nach dem IX. Problem. ſo wird endlich ein eintziges daraus MN, welches aus allen beſtehet / das kan man entweder alſo laſſen / oder kan es abermal nach dem IX. oder folgenden Probl. formiren wie man will.

PROBLEMA XIV.

Ein ablang Parallelogrammum in ein quadrat verwandeln.

Ein ſolches Parallelogrammum ſey MNO, fig. 10. Stoſſe an deſſen Länge MO, die Breite NO, und ſey OP, und reiſſe über die gantze Lini MP einen halben Circul MQP. Ziehe die Lini NO fort in R, ſo iſt OR die Seite deß quadrati OS. Welches gleichen Inhalts iſt mit dem parallelogrammo MN.

PROBLEMA XV.

Eines circuli centrum zu finden.

Reiſſe in ſchemate 11. eine gerade lineam durch

den

den Circul/wie du zukommeſt/ die ſey AB, dieſe theile durch ein perpendicular CD, in zwey gleiche Theile in E, die lineam CD theile wieder in 2 gleiche Theile in F, ſolch F iſt das centrum dieſes Circuls.

PROBLEMA XVI.

Drey gegebene Puncta, (zum Exempel in ſchemate 12, die puncta ABC) die nicht gerad in einer Lini hinligen/ in eine Circumferentz eines Circuls zu bringen.

Ziehe (wegen deutlichen Abriſſes/ wiewol es/ bloß davon zu reden/ nicht vonnöthen) die fürgegebene puncta mit dreyen lineis AB, BC, AC, zuſammen: Theile ſolche 2 lineas, jede durch ein perpendicular, (als DF und EF) in 2 gleiche Theile/ (wie oben gelehret Probl. II.) und ziehe dieſelbe fort/ bis ſie einander durchſchneiden/ nemlich in F, da iſt das centrum, da magſt du den einen Circul-Fuß an/ und den andern in A oder C ſetzen/ und fortfahren/ ſo wird das B auch/ und alſo alle 3 puncta in einem Circul kommen.

PROBLEMA XVII.

Drey Puncten in einem Circul-Riß zu bringen/ da man nicht Raum hat zu dem Centro.

Solche 3. Puncten ſind/ fig. 13. A, B, C. Ziehe ſolche 3 Puncten durch die lineas AB, BC,, AC, zuſammen. Darauf ſchneide dir aus gepapten oder ſonſt

ſtarckem Papyr/oder aus einem Blech einen triangul, da der oberſte Winckel dem Winckel B gleich ſey/ den leg über die Lini AC alſo daß jedesmal die crura AB, BC, durch die Puncta A und C gehen/und mach jedesmal bey der Spitze B einen Punct/je mehr je beſſer/ als a, B, c, d, e, f, &c. Ziehe ſolche Puncta mit blinden lineis zuſammen / ſo wird es einen Circul-Riß geben / wie fig. 13. zu ſehen iſt.

PROBLEMA XVIII.

Aus einem gegebenen Stuck eines Circuls den Circul wieder gantz zu machen.

Nim an ſolchem Circul-Stuck die 2 äuſſern Puncta, (als im vorigen 14 ſchemate) die Puncta A und C, und in dem Stucke noch eines dazu / wo du wilt. Zum Exempel/ das Punctum B, und procedire mit ſolchen 3 punctis, wie im vorhergehenden Problemate XVI. oder XVII. ſo wird der Circul gantz.

PROBLEMA XIX.

Die Figuras regulares planas Geometriſch in einen Circul zu reiſſen.

1. Ein Drey-Eck und Sechs-Eck wird geriſſen alſo/ wie ſchemate 1. fol. F. wenn der Circul geriſſen iſt/ ſo nim dir einen Punct/wo du wilt/ in der Circumferentz deß Circuls / als in puncto A, und reiſſe in voriger Weite deß Circuls durch das centrum einen andern

Circul-Bogen/ der deß vorigen Circumferentz berühre in punctis B und C, ziehe ſolche beyde zuſammen / durch eine lineam BC, die iſt ein latus deß Trianguli, und wenn du eine Lini ziheſt von B auf A, oder A auf C. und alſo in ſolcher Länge fortmiſſeſt / ſo gibts ein Sechs-Eck.

2. Ein Vier-Eck alſo / wie ſchemate 2. Reiſſe eine lineam, wo du wilt / durch das centrum, von einem Ende zu dem andern / (als AB) und wieder eine andere Creutz-Lini CD, welche die Lini AB, samt dem halben circumferentien zu geraden Winckeln durchſchneide / ſo geben die diſtantiæ punctorum AC, BC, &c. Die latera quadrati, die hernach zuſammen gezogen werden können.

3. Ein Fünff-Eck und Zehen-Eck alſo/wie ſchemate 3. Reiſſe einen diametrum durch den circulum ABC. Die Helffte theile wieder in zween gleiche Theile in D, ſowol auch den halben Circul in E, hernach den Circul geſetzet in D, und ausgeſtrecket bis zu dem E, fahre herum / und ſetze das Punctum F. Eine gerade Lini von E und F, und hernach in das G, gibt ein latus deß Fünff-Ecks/und BF ein latus deß Zehen-Ecks.

4. Ein Funffzehen-Eck wird daraus/wenn du in einem Circul ein Drey-Eck DEF, und ein Fünff-Eck/ DGHIK. ſucheſt/und alſo hinein ſetzeſt/daß du mit beyden ſolchen figuris von einem puncto (als ſchemate 4 von puncto D) anfangeſt / ſo wird in der Diſtanz der Puncten E und H, oder G und F, ein Funffzehen-Eck.

5. Mehrſeitige Figuren/ deren Ecken und Seiten an der Zahl gerad ſind/werden jedesmal durch Halbirung der Circul-Bögen über den lateribus (als zum Exempel fig. 7. ein Acht-Eck durch Halbirung eines Viertheils/

ein Zwölff Eck durch Halbierung eines Sechs-Theils im Circul) gefunden. Ungerader Zahlen Figuren aber / als Sieben-Eck Neun-Eck / ꝛc. Ob wol etliche Geometriſch ſolche zu reiſſen ſich unterſtanden / halten doch accuratiores dafür / ſie laſſen ſich nicht demonſtriren / und derowegen das Beſte / man laſſe ſich mit dem Augenmaß (daß man den Circul ſo lang auf-und zu thue/ bis mans treffe) begnügen. Doch kan man ſich dieſes Vortheils gebrauchen / welchen ich in fig. 5. fol. F, hiemit weiſſen will. Da ſetze ich/ich ſolle ein Sieben-Eck reiſſen / ſo nimm ich mit einem circulo die diſtanz AB, wie ich zukomme/(doch daß nicht ſo viel überbleib/daß der Augenſchein weiſe/daß es ein Stück von einem Circulbogen iſt/auch nicht ſo wenig daß man es nicht wiederum in 7 Theile theilen könne) und fahre damit herum ſiebenmal/ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, ſo bleibet über die Diſtanz oder das Bögenlein AH, welches/weil es faſt iſt/ wie eine gerade Lini / ſo nehme ichs beſonder/ fig. 6, und theile es in 7 Theile auf eine der Arten/wie fol. D, fig. 1/2/3/4/5/6/ iſt gezeiget worden. Ein ſolches Theil nehme ich/und ſetze es an AB, daß das gantze ſey/ AK, fahre in ſolcher Oeffnung deß Circuls herum vom k auf l, vom l auf m, vom m auf n, vom n auf o, vom o auf p. Iſt alles fleiſſig gemachet ſo wird es endlich treffen vom p auf A, und alſo 7 Theile deß Circkuls in den punctis A, K, l, m, n, o, p, heraus kommen.

PRO-

PROBLEMA XX.

Die Figuras regulares, welche im jetzt gemeldtem Problemate in einen Circul geriſſen / auſſer einem Circul zu geriſſen.

Wie ein triangulum æquilaterum auſſer dem Circul zu reiſſen/iſt Probl. I. ein quadrat aber/ Probl. VIII gezeiget worden. Mit einem Sechs-Eck kan man alſo procediren / wie fol. G. fig. 1. zu ſehen / da ſey das latus eines Sechs-Ecks AB, darüber beſchreibe man ein gleichſeitiges triangulum, wie die blinden Circular-Creutz-Linien bey C zeigen / über das intervallum oder Weite BC, mache man wieder ein gleichſeitiges triangulum, deſſen Spitz wird treffen in D, über CD wiederum eines / welches da treffe in F, und alſo fort herum/bis man wieder komt in A, das gibt ein Sechs-Eck.

Ein Fünff-Eck alſo: Da ſey gegeben das latus CD, fig. 2. das theile man extremâ & mediâ ratione in E. Das iſt alſo/ wie fol. F. fig. 3. die Lini AB getheilet iſt. Will man keinen Circul reiſſen/ſo ſtoſſe man nur noch eine Lini daran/wie daſelbſt BC, und richte von B auf ein perpendicular BE, beyde gleicher Länge mit AB, BC. Theile man in zwey gleiche Theile in D &c. Wie daſelbſt gelehret worden. Wenn nun CD alſo getheilet iſt in E, wie gemeldet / ſo ziehe man von beyden Ende / D und C, blinde lineas DF, CG. heraus / ſo lang als DE. Faſſe hernach mit dem Circul das latus CD, ſetze den Circul erſtlich in D, hernach in F,

thue zween blinde Circul-Riß / welche einander durch-ſchneiden in H. Dergleichen thue man auch von den punctis C und G, bey dem puncto I, ſo hat man drey latera eines Fünff-Ecks/nemlich CD, CI, DH, deren eines ſo man nimt mit dem Circul / ſetzet denſelben an in H und I, reiſſet zween Circul-Bögen bey K, ziehet die Linien HK, IK, ſo hat man auch ſolche Seiten/und alſo das gantze Fünff-Eck.

PROBLEMA XXI.

Einen Circul in eine Regular-Figur oder um dieſelbe zu beſchreiben.

Dieſes iſt gezeiget in einem Fünff-Eck/fig. 3. fol. G. Man nehme zwo Ecken / welche zu nächſt aneinander ſtehen/als A und B, und theile deren jede in zwey gleiche Theile durch die Linien AC, BC, die werden einander durchſchneiden in C, das iſt das centrum deß circuli, welcher um oder in ſolche Figur mag geriſſen werden. Solle derowegen ſolcher Circul um die Figur herum geriſſen werden/ ſo ſetze man den Circul mit dem einen Fuß in das centrum C, ſtrecke denſelben bis in A, fahre alſo herum/ſo wird ein Circul/welcher das Fünff-Eck in ſeinen Ecken berühre. Will man aber denſelben die Figur hinein ſchreiben / ſo theile man der laterum eines / AB, (oder wenn das centrum noch nicht gefunden/noch eines/als AD) in zwey gleiche Theile in E und F durch die Linien EC, EF, die werden gleichfalls das centrum C (wenn mans nicht vorhin hat) geben. Setze derowegen abermal deß circuli einen Fuß in C, den andern ſtrecke man bis in E oder F, und fahre herum/ ſo kommt der Circul in das Fünff-Eck /begehrter maſſen/beſchrieben. Und alſo iſt es auch in andern.

PRO-

PROBLEMA XXII.

Ein quadrat in einem Circul / oder einen Circul in ein quadrat gleichen Inhalts zu verwandeln.

Ein ſolches quadrat ſey AB, fig. 4. deſſen Seite AC theile in 11 Theile / und ziehe es auf der einen Seiten hinaus/daß es lang genug ſey. Trage erſtlich dahin das latus AC in D, und noch 3 eilffte Theile dazu / daß es reiche bis in E, theile hernach die gantze EC in 2 gleiche Theile in F, als einem centro, da der eine Circul-Fuß geſetzet / der andere ausgeſtrecket bis in E oder C. und alſo herum gefahren einen halben Circul-Bogen beſchrieben/darauf die Seite AG deß quadrats fortgezogen / bis in H, ſo kommet heraus der diameter deß circuli AH, deſſen Inhalt gleich iſt dem Inhalt deß quadrats AB.

Solle man aber einen Circul in ein quadrat verwandeln/ſo theile man/fig. 5. die Lini AB, ſo deß circuli diametro gleich in 14. Theile / nehme dazu noch 11 ſolche Theile von A auf C, beſchreibe über BC, als einem diametro, einen halben Circul. Wo dieſer den diametrum vorigen circuli durchſchneidet / nemlich in E, da ſchneidet er ab AE, das latus quadrati, ſo gemeldtem circulo an dem Inhalt gleich iſt/welches alſo darüber kan beſchrieben werden / nemlich AEGH.

PROBLEMA XXIIII.

Ein artliches Inſtrument / durch welches hernach ohn gemeldte Theilung eines lateris oder diametri ein quadrat in einen Circul / oder ein Circul in ein quadrat verwandelt / auch eine jede Figur von gleichen Seiten / ſie ſey ſonſt regular oder irregular, die Zahl der Seiten gerad oder ungerad / kan beſchrieben werden.

Hie beſchreibe man / fig. 6. fol. G. ein quadrat AB, CD, und in daſſelbe aus dem centro A ein quadranten / deſſen Circul-Bogen BCD. Theile hernach die zwo Seiten deß quadrats AD, BC, und den Circul-Bogen BED jedes in ſo viel Theile / als das andere / (am füglichſten erſtlich in 2 / ein jedes deren wieder in 2 / dieſe gleichfalls in 2 / und ſo fort / bis man Theile genug hat / je kleiner je beſſer) ziehe hernach ſolche Theilungen der zweyen Seiten deß quadrats mit blinden Zwerche Linien zuſammen. Deßgleichen ziehe man auch auf die Theilungs-Puncten deß Bogens BD blinde Linien von A als halbe diametros deß Circuls. Wo nun dieſe halbe diametri die vorige Zwerch-Linien durchſchneiden / nemlich in g, h, i, k, l, und andere mehr / welche nicht mit Buchſtaben gezeichnet / da mache man Tüpffelein / ſo wird eine Lini daraus / welche quadratrix, zu teutſch Vierungs-Lini / genennet wird / welche was ſie nutz / in folgenden Problem, gezeiget wird. Dieweil ſich aber im Wercke befindet / daß ſolche Theilung

lung etwas unlauter fallen will/ wenn es in dem Circul-Bogen auf das punctum M ungefähr und weiter hinab kommet/ und die Theilungen der quadrat-Seiten BC mit den Theilungen des Circul-Bogens gleichſam vermenget werden wollen. Als möchte man (deß Clavii Bericht dißmal an ſeinem Ort geſtellet/ als welcher auch ſeine Difficultäten hat) möchte man (ſprich ich) ihme meines Erachtens alſo thun/ wie ich mit der blinden Lini NO gezeiget/ daß man nemlich die fernere Theilungs-Puncten/ welche an der Seiten BC von B biß auf M fallen/auf ſolche blinde Lini ON trüge/ und die transverſalen/von AB durch BC ferner hinaus auf offtgedachte blinde Lini ON zöge/ ſo bleibe hernach die Theilung deß Circul-Bogens dieſes Orts frey/ und könnte mit den Theilen der quadrat-Seiten nicht vermiſchet werden. Wie ihm aber zu thun/ daß der Durchſchnitt der Linien AS und O p. kein Confuſion bringen/weil der Winckel/welchen ſie machen/gar ſpitzig iſt/ davon wird in folgendem Problemate gezeiget.

PROBLEMA XXIV.

Wie man den eigentlichen Punct finden ſoll/ in welchem zwo Linien eines ſpitzigen Winckels eigentlich einanden berühren.

Dieſes iſt gezeiget unten an dem fol. H. weil es ſonſt nirgend wo Raum gehabt/ und alſo iſt. Es ſeyen zwo Linien AC, BC, welche miteinander auf einen Winckel lauffen bey C, doch alſo/ daß der eigentliche

Punct nicht wol erſcheine. Ziehe von A durch B eine Lini ABD und derſelben mehr andere parallel. Nim hernach an der Lini AD das Stuck AB, und trage es fort auf I, K, L, &c. Und alſo von E auf M, N, O, P, &c. Und von G auf Q, R, S, T, lege hernach ein Linial auf die Puncten I, N, R, oder L, P, T, (wenn das Linial nicht alle drey Puncten zugleich treffen kan/ ſo ſind die Puncten N, P, R, &c. nicht recht und genau genug genommen.) Je weiter von A und B, je beſſer/ ziehe ſolche Lini fort/ bis ſie die Lini AC berühret. Wo denn dieſes geſchiehet/ da berühren ſie auch beyde Linien AC, BC.

PROBLEMA XXV.

Von dem Umkreis eines Circuls ein begehrtes Theil zu nehmen (als das neundte/ eilffte/ dreyzehend/ oder was es will/ ſonderlich wenn es durch oben fol. F. gewieſene Regular-Theilungen nicht zu haben.)

Man theile die beyden Seiten AD, BC, jetzt beſchriebener Figur/ in die begehrte Theile/ als in 11, wenn man ein 11 Theil deß Circuls haben will/ und ſey ein ſolches eilfftes Theil AP, oder BQ. Ziehe die Theilungs-Puncten / beyder Seiten / P und Q mit einer Zwerch-Lini zuſammen / wo dieſelbe quadratricem DF durchſchneidet/ als in R. Dadurch ziehe man eine Lini von dem centro A, wo dieſe den Bogen BED berühret/ nemlich in S, da ſchneidet ſie das begehrte Theil von dem Viertheil deß circuli ab/ nemlich BS, welches viermal genom-

nommen / eben ſo viel an dem gantzen circulo thut. Iſt der Circul / von welchen ein ſolches Theil abzuſchneiden begehret worden / nicht eben ſo groß / daß ſein quadrant dieſem quadranten gleich / ſondern gröſſer oder kleiner / ſo iſt allbereit oben fol. D. fig. 2. gezeiget / wie ein Circul dem andern nachgetheilet werden möge.

PROBLEMA XXVI.

Aus einem circulo ein quadrat, oder aus einem quadrat einen circul gleichen Inhalts aus jetzt-beſchriebener Figur zu machen.

Hiezu habe ich um Vermeidung einer Confuſion die Baſin quadratricis AF, und das latus deß quadrats AD abſonderlich auf fol. H. aufgetragen / da ſie einander mit einem geraden Winckel in A berühren / und durch die Lini DF in einen triangul gebracht werden. Iſt nun ein Circul in einen quadrat zu verwandeln / ſo trage man ſeinen halben diametrum von A gegen F, zum Exempel / in G oder g, in gemeldter fig. 1. fol. H. ziehe hernach von G eine Lini / GH oder gh, welche parallel ſey der Lini DF, ſo iſt GH oder gh, das latus deß quadrats, welches ſolchem Circul gleich iſt. Hingegen wenn man ein quadrat hat / welchem ein Circul gleich gemachet werden ſolle / ſo nehme man ſeiner Seiten eine / und trage dieſelbe von A gegen D, und die ſey zum Exempel AH oder ah, ziehe von H ein Lini / welche da parallel ſey der Lini DF, und ſey GH oder hg, ſo iſt AC der halbe diameter deß Circuls / welcher in ſeinem Inhalt ſo viel hält / als das fürgegebene quadrat.

Noch behender verwandelt man ein quadrat in einen Circul oder einen Circul in ein quadrat, wann man nur einen Circul hat/ der allbereit in ein quadrat, oder ein quadrat, ſo allbereit in einen Circul verwandelt iſt/ folgender Maſſen: Man ziehe/ fig. 2. die Lini AB, und trage von A gegen B ſolchen quadrirten Circuls halben diametrum AC, und beſchreibe alſo um ſolches centrum den halben Circul/ deſſen diameter ſey ACD, darnach faſſe man mit einem Circul die Länge der Seiten deß quadrats, welches ihme gleich gemacht worden/ und applicire ſolches dem Circul/ und ſey AE, ziehe hernach ſolche Lini AE fort/ ſo weit man will oder bedarff/ auf G. Iſt nun ein anderer Circul zu quadriren/ er ſey gleich gröſſer/ als AKI, oder kleiner/ wie ALO, ſo nehme man/ wie zuvor/ ſeinen halben diametrum AM im gröſſern/ oder AN im kleinern/ und reiſſe alſo den halben Circul. Wo dieſer die Lini AG oder AC durchſchneidet/ nemlich in dem gröſſern Circul in K, in dem kleinern in L, da ſchneidet er zugleich ab die Seiten deß quadrats, welches ihm gleich iſt/ nemlich in dem gröſſern Circul AK, in dem kleinern AL. Hat man aber ein quadrat, und begehret ſolches in einen Circul zu verwandeln/ ſo trage man deſſen Seiten auf die Lini AG von A gegen G in K oder L, ziehe von ſolchen punctis K oder L ein perpendicular gegen AB, die wird von dem Punct K fallen auf I, und vor L auf O, und alſo deß circuli diametrum weiſen/ welcher ſolchem quadrat gleich werden wird/ nemlich AI oder AO. Kan auch zu dem Ende das kleine Figürlein/ n. 3. beſehen werden.

PRO.

PROBLEMA XXVII.

Einen quadranten / Circul oder halben Circul in ſeine Grad / mit Vortheil / und behend zu theilen.

Weil der Author deß erſten Haupt-Theils dieſes zwar nicht tractiret / doch ſo nöthig hält / daß er den Leſer auf abſonderliche Authores, welche nicht mehr zu haben ſind / weiſet / habe ich ſolches zu weiſen / weil ohne das dieſesmal das Intent mit dergleichen problematibus deß Authoris Werck zu vermehren / nicht unterlaſſen wollen. Iſt derowegen kürtzlich alſo damit umzugehen. Wann man allein einen quadranten / das iſt / ein Viertheil eines Circuls / in ſeine gehörige Theile theilen will / ſo hänge man die zwo Linien / welche die Breiten deſſelben geben ſollen / das iſt / die halbe diametros, AB, BC, durch einen geraden Winckel zuſammen / (welches / wie es geſchehen könne / probl. II. in unterſchiedlichen Fällen gewieſen) und ziehe den Bogen / AC, ſey alſo der quadrant ABC. Soll es aber eine halbe oder gantze Scheiben werden / ſo ziehe man die Lini AB fort / bis ſie noch ſo lang werde / in D, und ſey alſo der gantze diameter ſolches circuli ABD, und wann die Lini B ſich noch nicht gefunden / (wie es denn nicht vonnöthen / wann man eine halbe oder gantze Scheiben machen will / gleich Anfangs ſolche zu ſuchen) ſo theile man den Bogen über dem diametro ABD in 2 gleiche Theile in C, ziehe eine Lini von C auf B, die wird zween gerade Winckel mit der Lini / ABD, in B machen / fahre darauf fort in Theilung deß qua-

dranten (es ſey gleich derſelbe allein/ oder der gantze Circul zu theilen) alſo: Ich faſſe mit dem Circul den radium AB, ſetze ihn an in A, ausgeſtrecket in B, und fahre herum auf E, wiederum ſetze ich ihn in C, und fahre herum auf F, ſo iſt der quadrant in 3 Theile getheilet/ dergleichen kan auch auf der andern Seiten in punctis G und H, und alſo ferner herum/ wann ein gantzer Circul zu theilen wäre/ geſchehen. Hernach fahre man fort an den quadranten/ (einen nach dem andern/ wann ein halber oder gantzer Circul zu theilen) und theile jedes ſolches drittes Theil wiederum in 3 gleiche Theile. Es geſchehe gleich ſolches durch Hülffe der zuvor gezeigten quadratricis, oder (welches einem geübten eine leichte Sach) nach dem Augenmaß. Ein ſolches drittes Theil theile man wiederum in 2/ und ein jedes ſolches halbes Theil in 5/ oder/ welches mich füglicher bedüncket/ man theile es in 5/ und jedes fünfftes Theil in 2 gleiche Theile/ ſo bekommt alſo der quadrant ſeine 90 Grad. Was ſonſten dabey ſtehet/ davon wird unten an ſeinem Orte Meldung gethan werden. Dieſes gehöret allein zu dem Abriß und Austheilung deß circuli.

PROBLEMA XXVIII.

Wie eine Schnecken-Lini zu reiſſen.

Dieſer ſind unterſchiedliche Manieren/ wie ſolche unter den alten beym Archimede und unter den neuen bey Dürero und Schwentern weitläufftig zu ſehen. Dieweil ſie aber nicht leichtlich auf dem Felde fürkommen/ habe ich mehr nicht/ als zwo Gattung fig. 4. 5. 6, fürſtellen wollen/ aus welchen auch die andere leicht zu verſtehen. Und die ſind alſo: Erſtlich wann das

Schnecklein aus zweyen Schnecken-Linien gemachet durchaus in gleicher Breite kommen ſolle/wie fig. 4, ſo theile man ſo wol den Umkreiß/ als die ſemidiametros, welche die Theile deß Umkreiſes bezeichnen/in gleiche Theile/ ſo viel man will. Man kan auch die ſemidiametros in mehr Theile theilen/als den Umkreiß/und wann man ſolches thut/ſo kommet man öffter herum/ und wird der Schneck zierlicher. Doch daß die Theile der ſemidiametorum den Theilen deß Umkreiſes commenſurabel (das iſt/ in einander durch die Diviſion zu haben) ſeyen. Darnach ſetze man den einen Fuß deß Circuls in einem der äuſſern Puncten/ welchen man will/ als in a, ſtrecke den andern Fuß bis ins c, als das centrum, da man den Circul anſetzet/ und reiſſe das blinde Rißlein c d e, darnach ſetze man den einen Fuß deß Circuls mit gleicher Oeffnung in b, und reiſſe das blinde Keutz-Rißlein e d f. Behalte noch die vorige Oeffnung/und ſetze den einen Fuß in d, und den andern in a, fahre fort auf b, ſo wird das erſte Stücklein der Schnecken-Lini a b, hernach wie du das Punct d geſuchet/und aus demſelben den Bogen abgeriſſen haſt/alſo ſuche dergleichen für den Bogen b g, und alſo ferner/ bis du zu dem centro kommen biſt. Wilt du hernach den Schnecken doppelt haben/ſo fange aufs neue an in h, durch i, k, &c. gleichfalls bis auf das centrum. Dergleichen könnte auch geſchehen von l durch m und n, von o durch p, &c. ſo würde eine gantze Schnecken-Figur daraus/welche ich aber darum nicht wollen aufreiſſen/damit keine Confuſion entſtehen möchte. Und alſo iſt zu verfahren/wann alle Linien deß Schnecken durchaus in gleicher Weite voneinander ſtehen ſollen/wie fig. 4, zu ſehen.

Wann aber die Breite nach und nach abnehmen/ und je näher ſie dem centro kommen/ je ſchmäler werden ſolle/ (wie an den Schnecken-Häuſern auch geſchihet/ und fig. 5/ zu ſehen) ſo muß man die Figur 6 zu Hülffe nehmen/ nemlich alſo: Man ſetze die Länge deß halben diametri, wie s t, Bleyrecht auf eine baſin t u, ſchneide von ſolcher baſi bis in u ſo viel gleiche Theile/ als die halbe diametri der Schnecken-Figur haben ſolle/ nemlich diß Orts 8/ und ſchlieſſe den Triangul durch die Lini u s, und ziehe dieſelbe fort nach Belieben in w, ziehe hernach von w, als dem centro, gerade Linien auf die Theilungs-Puncten der Lini t u, und gebe ſonderlich acht/ wo ſolche gezogene Lini die Lini s t durchſchneiden/ ſolche Puncten trage man herum auf die halbe diametros fig. 5/ und verfahre hernach mit denſelben/ wie du mit dergleichen Puncten bey fig. 5. verfahren biſt. Wann man nicht gern ſihet/ daß die Theile der Lini s t ſo gar ungleich werden/ und ſo plötzlich abnehmen/ ſo kan man das centrum w weiter hinaus ſetzen/ (als in X) und von demſelben die Linien/ wie jetzt/ von w auf t u fortziehen/ ſo werden die Theile der Linis s t einander nicht ſo gar ungleich werden/ wie zuvor. So viel ſey auch genug von dem Abriß der Schnecken-Linien.

PRO-

PROBLEMA XXIX.

Die Fünff Corpora Regularia in Circulis in der Fläche fürzuſtellen.

Ob wol mein Intent nicht iſt / von ſolidis corporibus ex profeſſo zu handeln; doch weil zur Perfection deß Aufreiſſens Geometriſcher Figuren auch dieſes gehöret / habe ichs nicht gar umgehen können. Es ſind aber ſolche fürgeſtellet fol. K, und kommt erſtlich für die pyramis fig. 1, da wird der Circul erſtlich getheilet in 3 Theile / A, B, C, die ziehe mit den 3 Linien / AB, BC, AC, zuſammen / und von den Ecken gerade Linien auf das centrum D, ſo hat man eine pyramidem.

Einen cubum oder hexaëdron alſo: Man theile den Circul erſtlich in 8 Theile / A, B, C, D, E, F, G, H, ziehe hernach die Linien der Puncten / HA, AB, BD, DE, EF, FH, zuſammen / item HI, BI, und zu Bedeutung der laterum auf der andern unſichtbaren Seiten die blinden Linien / AI, FK, DK, ſo gibts einen cubum.

Ein octaëdron, wie fig. 3. da der Circul in 4 Theile / ABCD, getheilet / und die Theilungs-Puncten mit geraden Linien zuſammen gezogen / das gibt die 4 ſichtbare Seiten deß octaëdri, denen die 5 auf der andern unſichtbaren Seiten dergleichen 4 correſpondiren / ſich einzubilden.

Ein dodecaëdron alſo: Man theile den Circul in 10 gleiche Theile / literis a, b, c, d, &c. Die ziehe mit (Anfangs) blinden Linien af, bg, &c. zuſammen. Dergleichen thue auch mit den punctis und blinden Linien bd, df, fh, hk, kb. Und wo dieſe die vorige durch-

ſchneiden/nemlich l, m, n, o, p, ſolche Puncten ziehe abermal mit blinden Linien zuſammen/ ſo werden ſie zeigen 5 Haupt-Puncten der Figur/q, r, s, t, w, welche nicht mit blinden/ ſondern mit rechten Linien zuſamen zu ziehen. Dergleichen ſolle auch jetzo geſchehen/mit den Puncten und Linien ab, bc, cd de, ef, fg, gh, hi, ik, ka, item bq, dr, ff, ht, kW, ſo wird ein dodecaëdron, das iſt/ mit 12 breiten Seiten/ auf welcher jeden das corpus ruhen könne/geben/deren 6 diſſeits ins Geſicht fallen und die andere 6 auf der andern Seiten reſpondiren/ und zwar in ſolcher Ordnung/daß ſie oben ein Anſehen hat/wie dieſe unten/und unten/wie dieſe oben.

Ein icoſaëdron kan alſo fürgeſtellet werden/ wie fig. 5. Man theile den Circul in 6 Theile/punctis a, b, c, d, e, f, ziehe hernach die Linien ab, ac, ae, af, und die (Anfangs) blinde und verborgene Linien ad, be, cf. Die Theile derſelben/ai, cg, eh, laſſe man verborgen bleiben/ die übrige mache man ausgedrucket/ ſo werden ſie gebē ein icoſaëdron, das iſt/ eine Figur von 20 breiten Seiten/ deren 10. auf dieſer Seiten/ die übrige 10. auf der andern Seiten/doch alſo/daß daſelbſt/wie in dem dodecaëdro das obere Theil ſey/wie hie das untere Theil/ und das untere Theil/wie hie das obere Theil. Und alſo komen dieſe Figuren/ wann das centrum deß circuli oder globi, in welchem dieſe corpora beſchrieben/ grad in den Augen-Punct (von welchem bald ein mehrers in dem perſpectiviſchen Abriß der Figuren) fället entworffen. Auf allen Fall aber wann man demonſtrativè nach Art und Manier deß Euclidis, oder nach der perſpectiv ſolche ſolle fürſtellen/ gehöret dazu fig. 6, in welcher AB der diameter deß globi, in welchem eine ſolche Figur verfaſſet/ der dritte Theil ſolches diametri

metri iſt BD, der fünffte BEAH iſt extremâ und mediâ ratione getheilet in I, und BG in K, und gibt AG das latus pyramidis, AF das latus octaëdri, BH das latus cubi, BI das latus icoſaëdri, BK das latus dodecaëdri. Fig. 7. zeigen die Linien/AB, CD, EF. Die Höhen deß globi, in welchem ein octaëdron, dodecaëdron oder icoſaëdron beſchrieben/ und in denſelben AG die Höhe eines quadrati, deſſen diameter in einem octaëdro iſt AG, CH, und CI zeigen die Höhen zweyer Fünff-Eck/ welche in einem dodecaëdro durch die Puncten b c d r q und i h g n o, CK, und CL die Höhen ſolcher Fünff-Eck/ welche im gemeldtem dodecaëdro durch die Puncten k c f, und der Diameter deß Circuls/darinnen dieſe beſchrieben iſt/item AW ſe gehen endlich EM, EN weiſen die Höhen zweyer Fünff-Eck/welche in einem icoſaëdro durch die Puncten e i c, und b h g f gehen/ deren circuli Diameter iſt e R l, und alſo ſolche Figuren in das Geſicht gebracht werden.

PROBLEMA XXX.

Die ſectiones conicas, das iſt / Kegel-Schnitte/ nemlich ellipſin, eine ablange Rundung/ parabolen und hyperbolen, halb-ablange Rundung/ gründlich/ und wie ſie aus ihren Kegeln entſpringen/ zu beſchreiben.

Dieſe wollen wir fürſtellen erſtlich an einem ſtumpfen Kegel fol. L. und hernach an einen ſpitzige fol. M, damit erſcheine/ob und was für Unterſcheid ſolcher Figurē an beyden ſolchen Arten der Kegel falle. Sonſten habē auf

beyden Blättern einerley Buchſtaben einerley Bedeutung A, B, C, iſt fig. 1. der conus an ſich ſelbſten / gleichwie nun deſſen baſis oder Grund-Figur ein Circul iſt / deſſen diameter AC, alſo gibt es auch einen Circul / wann man ſolchen conum über zwerch der baſi parallel durchſchneidet / als gleichfalls durch die Lini AC, fig. 2, wie bald folgen wird. Iſt alſo der erſte Durchſchnitt eines Kegels der Circul / welchen wir aber diß Orts / weil er auch ſonſt zu haben / beyſeit ſetzen und die andere ſectiones beſehen wollen. Wann ich nun mit einer Sege oder dergleichen Werckzeug ſchlims durch den Kegel einen Schnitt thue / alſo / daß ich beyde Seiten treffe / als durch die Lini DE, oder (an dem ſpitzigen Kegel fol. M) d e, das gibt eine ellipſin oder ablange Rundung. Schneide ich aber alſo / daß ich die baſin treffe / wie die Lini FG zeiget / das gibt eine parabolen. Schneide ich denn gerad herunter / nach der Lini HI, ſo gibts eine hyperpolen. Solche Figuren werden aufgeriſſen folgender Maſſen: Erſtlich damit man fein deutlich ſehe / wie alles aus dem cono flieſſe; ſo reiſſe ich gerad unter denſelben / fig. 2, deſſen baſin um den diametrum AC, gleich der Lini AC, fig. 1, darnach theile ich in dem Cono den diametrum ellipſeos DE in 2 gleiche Theile in K, und durch K ziehe ich LM (oder lm an dem ſpitzigen Kegel) der Lini AC parallel, da weiſet ſolche LM den diametrum deß circuli, welcher den Kegel in dem centro ellipſeos K durchſchneidet / und mit herabgelaſſenen Bleyrechen Linien zeige ich dergleichen auf der baſi AC, fig. 2, alſo daß daſelbſt / gleichwie oben ſey FE der längere diameter ellipſeos, und LM der diameter deß Circuls / welcher in dem Kegel die ellipſin in ihrem centro durchſchneidet / und weiſet

in

in ſolchem Circul die Lini n o, oder p q den kleinern halben diametrum der ellipſeos, deren Länge iſt EF. An dem ſpitzigen Kegel/ fol. L. gleichwie ich zweyer ellipſeon diametros beſchrieben (weil ſie an demſelben ſehr ungleich/ und wann mans haben will/ bey dem kürtzern diametro ſehr ſchmal/ wie eine figura lenticularis, fallen.) Alſo habe ich auch ſolche halbe diametros bey der ellipſeon mit unterſchiedlichen Buchſtaben gezeichnet/ nemlich für die ellipſin, deren längere diameter iſt DE mit n o, und p q, aber für d e mit r s und p t. Hiedurch nun/ zur Beſchreibung ſolcher Figur/ ellipſis genannt/ zu gelangen/ faſſe ich mit dem Circul den halben diametrum deß Circuls p l, ſetze hernach deſſen einen Fuß in q, und mache mit dem andern die focos (wie ſie Kepplerus nennet) W, X, (an dem ſpitzigen Kegel/ fallen ſie auf L und M, welches zufälliger Weiſe geſchiehet) in dieſe ſtecke ich zwey Steffren/ nehme hernach einen ſubtilen Faden/ ſo lang als der diameter PF, oder (welche eben ſo lang) q w und q x zuſammen/ den heffte ich mit ſeinen beyden Enden an/ in den beyden punctis w und x, und ſetze darein/ als in eine Schlingen/ den Stefft/ und fahre damit herum/ wie es der durch denſelben angezogene Faden leidet/ ſo wird mir derſelbe beſchreiben die ellipſin F q E, und bey dem ſpitzigen Kegel deß Blats M, die figuram lenticularem, fig. 3, F, t, E, u, F, Dieweil aber dieſe deſcriptio zwar gut/ wie denn die Bauleute auch derſelben ſich gebrauchen/ aber den Grund der Ausrechnung nicht recht weiſet/ als wollen wir auch fig. 3. fol. K. zeigen/ wie durch den Circul und Linien ſolche zu verrichten. Da gelten in gemeldter fig. 3, die kleine Buchſtaben E, F, q, w, x, allerdings/

was ſie zuvor/ fig. 2. golte haben/ ohne allein/ daß durch w und x ein Circul aus dem gemeinem centro, p, beſchrieben werden muß. Wann ich nun wiſſen will/ wo die linea elliptica durchgehe/ und alſo ihre gebührende Form bekomme/ ſo thue ich alſo: Ich theile den groſſen Circul-Bogen/ FGHIK, und den kleinen (deſſen diameter iſt w x) in etliche Theile/ (ſo viel ich will/ ich habe nur GHIK genommen/ damit ich die Manier deſto deutlicher weiſen könnte) einen wie den andern/ und ziehe von dem centro, p, auf ſolche Theilungs-Puncten die PG, pH, &c. und von ſolchen punctis ſencke ich herab perpendiculares GI, m n, H o, r s, t u, I f, g y, ſetze hernach den Circul an der Ende einem E oder F, ſtrecke den andern Fuß auf eine perpendicular deß kleinern Circuls/ zum Exempel/ m n, behalte ſolche Oeffnung deß Circuls/ und ſetze hernach deſſen einẽ Fuß in w oder x, (in dieſem Exempel in x) und mache mit dem andern Fuß ein Strichlein/ a, durch die perpendicular, GI, welche mit n einem radio reſpondiret/ nemlich G p, auf dergleichen Schlag ſetze ich dergleichen puncta, b, c, d, an die perpendiculares, Ho, I. f, K e, ſo ſind die puncta a, b, c, d, die jenige/ durch welche die ellipſis gehet/ und ihre gebührende Form krieget. Dieſes iſt die gründlichſte Manier eine Ellipſin zu beſchreiben. Von andern dergleichen/ ſo fig. 6, und 7, fürgeſtellet/ ſoll hernach abſonderliche Meldung geſchehen.

Die hyperpolen reiſſe ich alſo: Die baſis derſelben iſt fig. 2, fol. M. die Lini bc, und ſolche Buchſtaben wollen wir auch fig. 4, derſelben zuſchreiben/ die Höh/ fig. 1. und 4. HI, die ziehe ich fig. 4, herunterwarts bis auf P, daß IB an beyden Figuren/ 1 und 4 in gleicher Länge ſeyen. Darnach nehme ich fig. 4 den Circul/ ſetze denſelben an in P, ſtrecke den andern Fuß bis in b oder c, und reiſſe

den

den Circul-Bogen / b q c, und die Diſtanz zwiſchen q und H theile ich in etliche gleiche Theile/ſo viel mir beliebet/hie habe ich (Verwirrung deſto ehe zu meiden) mich genügen laſſen an vieren/ bezeichnet mit Zahlen 1/2/3/ hernach ſetze ich den Circul fig. 4. auf dem Blat L in q. aber auf dem Blat M in H, uñ ſtrecke deſſen andern Fuß auf b oder c. und reiſſe den Circul-Bogen bde. theile hernach d H in ſo viel Theile / in wie viel Theile ich H q getheilet habe/ und zeichne ſolche Theile gleichfalls mit Zahlen 1/2/3/(daß auf dem Blat M die Zahlen 2 und 3 in beyden Theilungen auf einen Punct fallen/geſchihet zufälliger Weiſe)reiſſe hernach auf den Blat L aus dem centro q,und auf den Blat M aus dem centro H, Circul-Riß/durch jetzt gemeldte Puncten/der Zahlen aufwarts gezehlet werden/und in beyden aus dem punct P durch die puncten der Zahlen/ zwiſchen q und H. Wo alsdann die Circul-Bögen/welche einerley Zahlen haben/einander durchſchneiden / nemlich s,t,u,x,y,z, das ſind die Puncten/durch welche die Lini / ſo eine hyperbolen beſchreibet/gehen wird. Iſt mir zwar nicht unbewuſt/daß andere ein wenig eine andere Beſchreibung haben / als dieſe. Iſt aber ſolche nicht univerſal, und wann ſie in ſolchen angehet/welche aus ſtumpffen Kegeln geſchnittẽ/ſo gehet ſie in denen nicht an/welche von ſpitzigen herkomen. Hie aber iſt die Beſchreibung in beyden gantz einerley/nur daß in Beſchreibung der Bögẽ/ bdc,s3z,t2y,u1x,das centrum auf dem Blat L in q, und auf dem Blat M in H, genommen wird. Welche zwey puncta doch ſo fern einerley/ daß ſie in beyden die höchſte ſind. So viel von der hyperbole.

Die parabolẽ betreffẽd/iſt ſolche/wañ man ſie bey den Licht beſihet anders nichts / als eine halbe ellipſis, welches aus dieſem abzunehmẽ/dz/wañ man in den beyden

conis

conis der Blätter K und L beyde die Lini BC, und den diametrum paraboles FG, weit genug fortzöge / dieſelbe endlich einander berühren / und aus FG dem diametro paraboles endlich ein diameter ellipſeos werden würde / gleichwie auch wann man den Kegel fig. 1, durch die Lini LM oder I m durchſchnitte / alsdann der halbe Diameter Ellipſeos DK oder dk einen gantzen Diametrum einer paraboles geben würde. Daher dann kommet / daß ihrer beyden Beſchreibungen faſt auf einerley Schlag durch den Faden können verrichtet werden. Wollen aber erſtlich die Beſchreibung / welche durch den Circul und Linial geſchiehet / mit einander beſehen. Ihr baſis auf beyden Blättern / L und M, iſt ſo wol fig. 2, als 5, HI. Solche Figur nun aufzureiſſen / ſo faſſe ich / fig. 5, die Höhe / GH, mit dem Circul / und ſetze deſſen einen Fuß in H oder I, und mit dem andern beſchreibe ich an der Höhe / FG, das punct K, als ein centrum, und ziehe auf demſelben die lineas HK, IK, und um daſſelbe beſchreibe ich Circul-Bögen in beliebter Gröſſe / die theile ich in ſo viel gleiche Theile / als mir beliebet / doch die nächſte Theile bey L und N theile ich noch einmal / aus Urſachen / welche das Werck ſelbſten lehren wird / denn man ſonſt nicht wol zeigen kan / wo die puncta a und h, durch welche die linea parabolica von b und g kommen / eigentlich gehen ſoll. In was Proportion aber ich den Bogen LMN getheilet habe / in ſolcher theile ich auch die baſin HGI, hernach ziehe ich aus dem centro deß Bogens LMN radios auf dieſelbe Theilungs-Puncten / und von den Theilungs-Puncten der baſeos ziehe ich perpendiculares auf ſolche radios zu / wo ſolche einander berühren / nemlich in a, b, c, d, e, f, g, h, das ſind die

puncta,

puncta, durch welche die paraboliſche Lini durchgehet. Alſo kan die Beſchreibung verrichtet werden durch Linien. Wann man aber ſolche verrichten will durch einen Faden / möchte man vielleicht am nächſten durchkommen / wann man (weil ein parabole, wie gemeldet / eine halbe ellipſis iſt) deren diametrum GF noch ſo lang machete / und beſchriebe eine ellipſin, wie oben gemeldet / halbierte hernach dieſelbe wieder. Sie wollen es aber etwas anderſt haben / und zu ihrem Intent müſſen die Linien KH und KI ſo lang werden / als KF und FG zuſammen / ſo würde das centrum K, fol. K, etwas höher treffen / nemlich auf das Pünctlein i, um welches das Ringlein gehet. Geſetzt nun / das punct K ſtünde daſelbſt / ſo ſchlüge ich in ſolchen punct einen Stefft / und thäte an denſelben einen Faden / den ſtreckte iſt erſtlich aufwarts bis in F, und lieſſe das Ende deſſelben ſeyn in G, hernach rückte ich ſolch End deß Fadens / und lieſſe ihn hinauf gehen in der Lini o d oder p e, daß er der Lini FG parallel bliebe. Dergleichen thäte ich auch über q, r, s, t, u, w, wann ich dann / wie oben in der Beſchreibung ellipſeos, oben einen Stefft in ſolchen Faden thäte / wie in eine Schlinge / ſo würde derſelbe zeigen die puncta a, b, c, d, e, f, g, h, durch welche die linea parabolica durchgehet. So viel von den ſectionibus conicis und deren Beſchreibung / ſo fern ſie aus ihren conis entſpringen. Sind übrig noch 3 Figuren auf den Blättern L und M, welche zwar aus den conis nicht genommen werden / doch mit deſſen ſectionibus, ſonderlich mit der ellipſi, groſſe Verwandtſchafft haben. Erſtlich iſt fol. L, fig. 6 / welche ſonderlich in der Eil folgende ablange Rundung geben kan / deren Länge ſey AB, getheilet in 3 Theile durch C und D, be-

D, beſchreibe aus den centris C und D zween circulos; welche einander durchſchneiden in E und F, ziehe die Linien FG, EH, FI, EK, ſetze hernach den Circul an in E ausgeſtrecket in H oder K, und in F ausgeſtrecket in G oder I, und reiſſe die Circul-Bögen GI und HK, ſo gibts eine ablange Rundung. Dergleichen gibt auch fig. 7, auf gemeldtem Kupfferblat L. Die Länge einer ablangen Rundung oder Schwiebogens ſey AB, die Breite oder Höhe CD. Reiſſe zween Circul in einander aus einem centro. Deß einen Radius oder ſemidiameter ſey die Baſis deß Schwiebogens/ deß andern Radius ſey deſſen Höhe AEB, FDG, theile hernach beyde Circul zugleich in etliche gleiche Theile (ich habe mich auf jeder Seiten mit dreyen benügen laſſen) durch die Linien GH, CI, CK und CL; und von den punctis, H, I, K, L; ſencke perpendiculares herunter auf M, F, G, N, Ziehe hernach von einer interſection deß kleinen und groſſen Circuls zu der andern Winckelrechte Linien OP, QR, ST, UW; ſo werden alsdann die puncta, P, R, D, T, W, die jenige seyn/ durch welche die ablange Rundungs-Lini/ A, P, R, D, T, W, B, gehen wird. Endlich iſt auf dem Kupferblat / M, eine Eyer-Rundung / die kan alſo zuwege gebracht werden: Die Länge ſey AB, die obere gröſſere Rundung ſey beſchriben durch den Circul ACDE, die untere kleinere durch FBGH. Beſchreibe durch beyde ſolche circulos andere ihres gleichen/ wie bey fig. 6, fol. M, welche dieſelbe durchſchneiden in den punctis IK, LM, und ziehe die Linien CK, IF, item LG, FM. Beſchreibe hernach über den diſtantien CF und EG triangula æquilatera, deren obere Winckel ſeyen N und O, und die nehme man pro centris und ſtrecke den einen Fuß deß

Circuls

Circuls von N auf F oder G, und von O auf C oder F, und fahre alſo von C auf F und von E auf G, ſo wird daraus werden die Eyer-Rundung AEBC. So viel ſey auch genug von Beſchreibung der ſectionum conicarum, und was denſelben verwandt iſt.

PROBLEMA XXXI.

Eine jede geriſſene Figur / in ebenmäſſiger Proportion, gleich / gröſſer oder kleiner / nachzureiſſen.

Hier gehöret das Blätlein litera N, und iſt auf demſelben erſtlich Euclidis Manier fürgeſtellet / daß man nemlich in einer ſolchen Figur / ſie ſey gleich regular oder irregular, ſonderlich dieſe / (denn die regulares mögen für ſich aus ihrem eigenen Fundament ohne Behülff von einer andern fürgeriſſen werden) eine Lini nehme / als fig. 1, AB und von deren beyden Enden Linien auf alle Ecken und fürnehme Puncten derſelben ziehe. In der andern / welche man nachmachen will / gleichfalls eine baſin nehme / als CD, und an deren beyde Ende an alle Winckel der vorigen / als bey dem Ende A, die Winckel eAf, fAg, gAh, an den punct C, uñ beyden Ende B, die Winckel ABe, eBf, fBg, gBh, an den Punct D, gleich ſo groß mache / ſo kommet ein Figur / deren baſis CD, gleichen Forms mit der Figur / welcher baſis iſt AB. Und wann die baſes AB und CD einander gleich / ſo ſind auch beyde Figuren einander gleich / wo nicht / ſind auch ſolche Figuren einander in ſolcher Proportion ungleich / welche die baſes mit ſich bringen / ob ſie wol in der Form an ſich ſelbſt einander gantz ähnlich. Wie aber ſolches auf eine eigentliche Proportion zu bringen / das zeigen die Figuren 5 und 6 / welche um füglicher Eintheilung willen alſo geſetzet / da ſie ſonſten

der

der Figur. 3. und 4 vorſtehen könnten. Geſetzt die baſis der Figur. 1. wäre wie EF, fig. 5/ und ich wolte eine andere nachmachen/ welche zwar an der Form derſelben gleich/doch in dem Inhalt nur halb ſo groß ſeyn ſolte/ ſo theile ich EF in 2 gleiche Theile in G, und ſetzte ein Stuck hinan/ ſo groß als ein ſolches halbes Theil/ nemlich FH, oder ich ſetze/ die baſis AB wäre nur ſo groß/ als FH, und ſolte eine Figur werden derſelben zwar ähnlich/ doch noch ſo groß/ ſo ſtieſſe ich eine Lini an FH, noch ſo lang/ als FH, (und alſo auch in andern proportionibus, als wann ſie ſolten eine Proportion haben/ wie 3 und 2/ ſo hätte die gröſſere 3 Theile/ deren die kleinere nur 2/ hätte/ und alſo in andern) um ſolche gantze Lini FH riſſe ich einen halben Circul/ und richtete von dem punct F auf eine perpendicular, welche den Circul-Bogen berührte in I, ſo wäre FI diejenige Lini/ auf welcher eine Figur/ obiger Lehre nach/ abgeriſſen/ halb ſo groß wäre/ als dergleichen über EF, und noch ſo groß/ als über FH. Dieſes iſt die Manier Euclidis. Eine andere wird fürgeſtellet fig. 5. welche nicht ſo weit einnimmet und eben daſſelbe præſtiret. Nemlich alſo: Es ſollen beyde Figuren an dem Inhalt eine ſolche Proportion gegeneinander haben/ wie 4 und 5. So lege man ihre baſes aufeinander/ daß/ wann die baſis der allbereit geriſſen und fürgelegten Figur/ die gröſſer iſt/ wie KL, und ſolle ſich die künfftige gegen derſelben halten/ wie 4 gegen 5/ ſo theile man die baſin allbereit geriſſener Figur in 5 Theile/ und wann die künfftige nur 4 Theile haben ſolle/ deren die gröſſere 5 hat/ ſo nehme man für dieſelbe 4 Theile von K auf M, und erigire von M ein perpendicular auf MN, und ziehe KN, ſo hält eine gleichförmige Figur/ deren

deren baſis iſt K M, ſo viel als 5 gegen 4/ aber gegen einer Figur/ deren baſis iſt KL, ſo viel als 4 gegen 5. Und wird alſo vermittels dergleichen Winckel bey A gegen C, und B gegen D eine der andern in begehrter Proportion nachgemachet. Oder/ ſie ſollen ſich gegen einander halten/ wie 5 und 3/ und wäre KL das gröſſere latus mit 5 Theilen/ ſo zehlte ich für die kleinere 3 Theile bis in C, da richtete ich gleichfalls ein perpendicular auf/ die wäre o p, und zöge K O, ſo hielte ſich eine Figur K O, ſonſt gleichförmig einer Figur auf KL gegen derſelben/ wie 3 gegen 5. Und alſo iſts auch mit andern Proportionibus. Dieweil es aber mit ſolchen gleichen Winckeln ein ſubtiles Werck iſt/ und wann man nur ein kleines wenig an dem Bögenlein bey A, B, C, D, fehlet/ in der Fern ein groſſes austräget. Als gehöret in den Abriß über die Maſſen groſſer Fleiß. Und kan man zwar nicht wol anders/ wann 2 Figuren einander in der Form zwar gleich/ aber in dem Halt ungleich ſind. Aber wann die Figuren einander gleich/ ſo iſts am beſten/ daß man die fürgelegte Figur in triangula reſolvire (wiewol nicht eben vonnöthen/ daß man die Linien/ als A f, A g, A h, &c. ziehe/ ſondern man nehme nur durch deren ebenmäſſige Oeffnung deß Circuls die Puncten/ e, f, g, h, &c.) und dergleichen auf die baſin CD der andern Figur bringe/ vermittels nicht der Winckeln an dem Bögenlein bey A und B C, und D, ſondern der laterum oder Seiten der triangulorum ſelbſten. Als in Nachreiſſung deß trianguli A e B faſſe man mit dem Circul beyde Längen A e und B e, trage ſolche über C und D, reiſſe zwey Circul-Bögenlein/ die einander durchſchneiden in i, ſo wird der punct, i, mit

C und D, eben den triangul, fig. 2/ machen/ welchen e mit AB machet. Und alſo iſts auch mit den andern. Und aus dieſem Fundament iſt auch die Figur 4. der Figur 3. nachgeriſſen. Nemlich/ ich habe an der Figur 3 gewiſſe Puncten genommen/ und an Statt der baſeos eine Lini darneben gezogen/ (man hätte ſie auch unten her/ oder wo man gewollt/ ziehen können) hernach habe ich alſo zum Fundament der andern Figur 4. welche nachgeriſſen werden ſollen/ dergleichen Lini/ wie EF, gezogen/ nemlich GH, und über ſolcher/ als baſi, habe ich triangula, GIH, GmH, und dergleichen/ den Triangulis E i F und EkF, &c. gleich gemachet/ und ſolche Puncten mit Linien/ ſo dergleichen Linien/ wie fig. 3. (ſo viel müglich) zuſammen gezogen/ ſo iſt die Figur 4. der Figur 3. gleich worden.

Noch eine andere feine Manier/ wie mich bedüncket/ habe ich Fig. 5 und 6 fürgeſtellet an zweyen Thürnen/ lieſſe ſie auch/ wie mich bedüncket/ in Bildern nicht uneben practiciren/ ſonderlich wann man an denſelben gewiſſe Stellungen/ als deß Haupts/ Armen und dergleichen/ (ſo von freyer Hand nicht von einem jeden ſo leichtlich nachzureiſſen) eigentlich nachmachen wolte. Allein weil es diß Orts nicht um Bilder und dergleichen/ ſondern allein ſolche Sachen zu thun/ die in dem Feld oder Landmeſſen fürkommen/ habe ich ſolche an ihren Ort geſtellet ſeyn laſſen wollen. Iſt in dem Wercke alſo: Man ſtelle die vorhin geriſſene Figur auf die baſin IK, wie fig. 5 zu ſehen/ und ziehe ſolche fort in gleicher Länge/ wie KL, nehme hernach bey K auf ſolcher baſi ein Pünctlein/ und lege darauf ein Linial/ (wäre gut/ wann es Oehrlein hätte/ und an einem Stefftlein gienge/ ſo dörffte man ſich nicht beſorgen/ daß es wiche) rucke

drucke ſolches auf die fürnehmſte Puncten (mit Zahlen gezeichnet/damit man deſto weniger irꝛ werde) und ziehe von ſolchen Puncten bey den Zahlen durch gemeldtes Pünctlein bey K Linien herabwärts/und an denſelben zeichne man die diſtantien der Zahlen mit einem Circul/(wäre das Linial in ſubtile Theile abgetheilet / ſo könnte man ſolche alſobald unter dem Ziehen mit dem Reiß-Steffte nehmen) wann man dieſes thut/ſo wird eine Figur daraus werden/welche aufs wenigſte in dem ſitu der fürnehmſten Puncten der vorigen gleich ſey.

Noch eine andere Manier/welche ſonderlich in dem Abreiſſen der Land-Karten füglich/habe ich fig. 7. fürgeſtellet/daß man nemlich die Figur/welche man nachzureiſſen geſoñen/ in ein gerad-winckliche vierſeitigs Feld bringe/es ſey gleich ein quadrat oder ablange Vierung/ und in gleiche viereckichte cellulas einſchlieſſe. Hernach dergleichen Figur auf ein Papier/oder wohin er will/in eben dergleichen cellulas,gleich vergröſſert/oder verjüngert/getheilet aufreiſſe/in welcher er dann alles/wie es in dem Original ſich befindet/bringen könnte. Fället etwas in ein cellulam, alſo/ daß es das Anſehen/man könnte durch das bloſſe Augenmaß nicht eigentlich urtheilen / wo es hinkom̃e/als bey m oder n, ſo ziehe man dadurch kreutzweis zwo blinde Linien / o p, q r, item s t, u x, meſſe hernach mit dem Circul die diſtantien von den Ecken/ſo werden ſie zeigen/wo ein ſolches Ort eigentlich hinfalle. Auch könnte ihm einer/welcher viel mit ſolchen Sachen umzugehen gedencket / ein Garn/ wie die Fiſchergarn/(doch aus ſubtilem Faden)ſtricken/und nicht allein auf ein Papier oder Reiß-Tafel legen/ ſondern wol gar auf dem Felde / da etliche Stücke abzuzeichnen/ in eine Ramen gefaſſet/ auf ein Tiſchlein für

ſich und zwiſchen ſolche und das Geſicht ein dioptram, faſt wie ein Schirm formiret (fig. 8.) ſtellen/ durch das Löchlein/ z, acht nehmen/ wo eines und das andere hin fiele / und auf eine ebenmäſſige formirte Figur zu Papier bringen.

Auch ſind mir noch zwo Manieren beygefallen/ dadurch man eine Figur der andern nachreiſſen kan/ doch daß ſie etwas anders fallen/ als das Original. Nemlich in der einen alſo / daß die Figur umgewendet werde / und was in dem Original zur rechten Hand ſtehet/ daſſelbige in dem Nachriß zur Lincken/ in was dort zur Lincken / hie zur rechten Seiten komme. Dörffte ſich auch nicht übel ſchicken zu Bildern / wann man ſolche umwenden wolte. Doch/ wie oben gemeldet / ſtellen wir ſelbe an ihren Ort / und zeigen / was wir uns fürgenommen / an den zweyen Thürnen / fig. 9. Und ſey das Original der Thurn AB, neben dieſem ſetze ich die Lini CD Bleyrecht gegen ſeinem Grunde / und im andern Thurn die fürnehmſte Puncten / und von denſelben ziehe ich blinde Linien durch die Lini BC zu geraden Winckeln / und ſo weit ſolche fürnehme Puncten von der Lini CD ſind / ſo viel ſchneide ich von der andern Seiten davon ab / daß (zum Exempel) ſo lang EG iſt/ ſo lang ſey auch EF, und ſo lang IK iſt / ſo lang ſey auch IH. Und alſo in andern/ bis da heraus kommet der Thurn / LM, gleich dem Thurn/ AB doch alſo/ daß was an dem Thurn AB zur Rechten ſtehet / an dem Thurn LM zur Lincken komme / wie an den Fahnen NO, auch an dem Schatten beyder Thürne zu ſehen.

Noch eine und zwar die letzte Manier/ für dieſes/ eine Figur einer andern nachzureiſſen / habe ich fürgeſtellet bey dem Thürnlein PQ, welches den bloſſen Linien

nach

nach halb/ aber der Fläche nach um das vierdte/ und dem Cörperlichen Inhalt nach um das achte Theil/ kleiner iſt/ als der Thurn LM, mit welchem ſie beyde Bleyrecht auf einer baſi ſtehen/ MQ. Geſetzt nun LM ſey das Original, und BQ ſey noch nicht vorhanden/ ſo ziehe ich die baſin, M, gerad fort/ ſo weit mir beliebet/ und nehme mir daſelbſt ein centrum R, und reiſſe aus demſelben/ vermittelſt eines Linials/ Linien auf die fürnemſte Puncten deß Thurns LM, als deß Originals, hernach theile ich alle ſolche jetzt gezogene Linien proportionabiliter, und nach welcher Proportion eine getheilet/ nach ſolcher theile ich auch die andern/ und in was Proportion die Linien der kleinern Figur kleiner ſollen werden/ ſo viel Theile aſſignire ich auch der gröſſern. Ich habe hie die Helffte genommen/ (denn mit dritten/ vierdten/ fünfften/ ſechſten Theilen gehet es ohne einen Proportional-Circul langſam zu/ und iſt doch die Manier an ſich ſelbſt einerley) und ſolche Puncten auf ſolche Manier/ wie die Figur erfordert/ zuſammen gezogen/ ſo iſt das kleinere Thürnlein daraus worden. Und alſo iſts mit dieſem Abriß/ wann der Abriß kleiner werden ſolle/ als das Original; Wann aber der Abriß gröſſer werden ſolle/ als das Original, da gilt es faſt gleich/ wann nur die fürgegebene Proportion nicht ſuperpartiens iſt. Als ich ſetze für das Original das Thürnlein/ PQ, das wolle ich vergröſſern/ daß es den Linien nach zweymal ſo groß werde/ wie nemlich der Thurn LM, da formire ich den geradwincklichten Triangel P, Q, R, ziehe durch deſſen fürnehmſte Puncten Linien von R fort/ ſo weit es vonnöthen/ nehme hernach den Circul/ ſetze denſelben in R, und ſtrecke den

andern Fuß aus bis zu gemeldtem fürnehmſten Puncten noch einmal/ ſo kommet endlich heraus der Thurn/ LM, noch ſo groß/ als PQ, was die Linien anlanget. Will man ihn noch gröſſer haben/ ſo nehme man an jeder ſolchen Lini von R gezogen die Diſtanz deß Puncts/ R, von den fürnemſten Puncten deß Thürleins PQ nicht nur noch ein- ſondern zwey-drey-vier- fünffmal. Summa/ ſo offt man haben will. So viel verhoffentlich genug von dem Geometriſchen Abriß der Figuren/ wie ſie an ſich ſelbſt ſind. Folget auch etwas von dem perſpectiviſchen.

PROBLEMA XXXII.

An einer jeden Geometriſch- geriſſenen Figur alle Puncten/ welche begehret werden/ alſo wie ſie in ihrer Diſtanz, es ſey gerad zu/ oder auf der Seiten/ wie auch nach der Höhe ins Geſicht fallen/ fürzuſtellen.

Hie will ich die gemeine Manier fürſtellen/ als welche am leichteſten zu verſtehen/ auch (durch eine geringe Verbeſſerung/ davon im folgenden problemate gemeldet werden wird) die allerfüglichſte. Und hält ſich alſo/ wie auf dem Blätlein O zu ſehen. Wann man nun eine Figur perſpectiviſch ins Geſicht bringen will/ ſo ziehe man erſtlich zu unterſt der Figur/ welche werden ſolle/ die Lini AB, welche heiſt die Grund-Lini/ und von derſelben richte man auf eine Bleyrechte Lini CD, in ſolcher Höhe und Proportion/ welche die Höhe deß

Auges

Auges gegen der Breite der Figur hat. Als wann ich auf der Ebene ſtünde / und ſehe ein flaches Feld vor mir / welches ich ins Geſicht bringen wolte / ſo müſte die Lini CD eine ſolche Proportion gegen der Breite der Figur haben / wie meine ſtatur gegen dem Felde hat / welches ich in die perſpectiv bringen will. Stünde ich aber auf einem Berge / ſo müſte die Perpendicular-Höhe deß Berges zu meiner ſtatur addiret werden. Durch den Punct D ziehe ich eine andere Lini zu geraden Winckeln EF, welche genennet wird die Horizont-Lini. Unter dieſe Lini muß alles kommen / was im Anſehen unter mein Geſicht kommet; was aber höher kommet / das ich überſich ſehen muß / wann ich es ſehen will / das kommet über die Lini EF, als das Punct K. Ferner weil ich auch wiſſen muß / wann man fraget / wie eine Figur ins Geſicht falle / wie weit ſie von meinem Geſichte ſey / ſo gehören hiezu beyde puncta GH, und weiſet das Werck / daß wann man frey iſt / und gleich gilt / man ſetze die Figur von dem Geſichte / ſo fern man will / alsdann die Figur faſt am zierlichſten werde / wann ſie noch halb ſo weit (oder anderthalb mal ſo weit) ſind von D, als die Höhe deß puncti D von dem Horizont, und werden die Linien / von ſolchen Puncten gezogen / Diſtanz-Linien genennet. Die aber von dem Punct D gezogen werden / ſind die Augen-Linien / unter welchen DC, als die mittelſte / die fürnehmſte iſt / unter welche alles kommet / was von meinem Geſichte gerad vorhin kommet. Wann ich nun eine Figur ſolle perſpectiviſch reiſſen / ſo ſetze ich dieſelbe / alſo / wie ſie Geometriſch geriſſen / unter die Lini AB, gerad mitten / wann ſie /

alſo wie ſie iſt/gerad von mir hin ſolle ligen. In ſolcher Figur / ſetze ich / ſey erſtlich das Punct/ C, gerad und zu nächſt vor mir / das bleibet alſo/ und bedarff keines fernern Bezeichnens. Zum andern ſetze ich/ich habe ein anders / welches zwar gerad vor mir hinkommen ſolle/und alſo zwar unter die Lini CD,aber ferner hineinwarts/ ſo zeichne ich (1) herwarts/wie weit es hinein kommen ſolle / und ſey das punct I. Da nehme ich mit dem Circul die Diſtanz, CI, und bringe ſie durch einen blinden Circul-Riß zur Seiten (gilt bey dieſem Punct gleich / es ſey die rechte oder die lincke) auf L, alſo / daß CL ſo lang ſey/ als CI. Und weil hie von der Weite oder Diſtanz gefraget wird / ſo ziehe ich die Diſtanz-Lini von dem Diſtanz-Punct, welcher auf der Seiten gegenüber ſtehet / nemlich von H (wann ich die Diſtanz LC auf die andere Seiten gegen B getragen hätte/ſo zöge ich jetzt ſolche Lini von G) auf den Punct, L,die weiſet mir an der Lini CD, wo der punct, L,in dem perſpectiviſchen Abriß hinkommet / nemlich auf M. (2) Wann es mit ſolchem Punct nicht bey dem Grunde bleiben /ſondern in die Höhe kommen ſolle/ſo zeichne ich ſolche Höhe gleichfalls unter der Grund-Lini/und ſey IN, und eben dieſe Höhe IN bringe ich auch auf die Grund-Lini über L. und ſey LK. Das iſt die Geometriſche Höhe / wie ſie an ſich ſelbſt iſt. Damit ich aber wiſſe/wie ſie ins Geſichte komme/und zwar unter der mittlern Augen-Lini CD, und deroſelben unterſter Punct/I,allbereit daſelbſten ſtehet in M, ſo ziehe ich die Diſtanz-Lini von H auf den höhern Punct K zu/ von M aber fahre ich aufwarts/bis ich erreiche den Punct O, ſo iſt MO die perſpectiviſche Höhe. Das iſt/wann man fraget/wo und wie hoch ein Stab/oder

was es iſt / im Geſichte ſcheine/ wann er gerad vor mir im Geſichte und von dem Anfang der Figur Geometriſch ſo weit ſtehe/als I oder L von C, und ſo hoch ſey/ als KL, ſo ſage ich / er werde ſtehen und erſcheinen/ wie MO. Das iſt von einem Punct vielleicht etwas weitläufftig / wird aber dienen das andere auch deſto leichter zu verſtehen. Setze derowegen (3.) wann ein Punct zur Seiten kommen ſolle / wie er in die perſpectiv falle ? Antwort : Wann er nur auf der Grund-Lini bleiben ſolle / ſo darff es mehr nicht / als daß ich ſo weit auf die Seiten meſſe / ſo viel ſeine Diſtanz austragen ſolle. Als ich ſetze/ das punct P ſolle ſo weit auf der Seiten ſtehen / als CD hoch iſt/ ſo meſſe ich ſo weit auf die Seiten / ſo iſt der Sachen mit dieſem Punct genug geſchehen. Wann aber ein Punct nicht allein auf die Seiten / ſondern auch ferner hinein kommen ſolle / als ich ſetze / ich habe das Punct e, und habe mit demſelben die Meinung / daß er auf der Grund-Lini nicht bleiben/ ſondern weiter hineinwarts kommen ſolle / ſo weit / als QR, ſo meſſe ich zwar erſtlich auch auf der Grund-Lini / ſo weit als zuvor/ und ſey QS ſo weit als QR. Darnach ziehe ich eine Augen-Lini von D auf Q, und eine Diſtanz-Lini von H auf S, wo dieſe zwo Linien einander durchſchneiden/ nemlich in T, das iſt die eigentliche perſpectiviſche Stellung und Ort ſolches puncti, und zwar alſo/ wie es auf dem Grunde kommet / und keine Höhe hat (4) Ferner ſind noch zween Caſus. Wann nemlich ein punct nicht allen zur Seiten und hineinwarts / ſondern auch in die Höhe kommen ſolle / ſo zeichnet man erſtlich / wie zuvor / wie weit es zur Seiten kommen ſolle / und zwar zur rechten / wie in V, zur lincken/ wie

in W, und auf ein jedes eine Augen-Lini DV, DW, wie weit ſie aber von ſolchem Orte des Grundes hineinwarts kommen ſollen / zeiget man gleichfalls auf dem Grund ſolche Diſtanz von V und W und X und Y, ziehet darauf ihre Diſtanz-Linien von G und H, ſo kommen ihre Orte auf dem Boden in ihren Augen-Linien in Z und a. Weil ſie aber auch eine Höhe haben / ſo nimmet man ſolche auf der Grund-Lini in ihrer eigentlichen Geometriſchen Gröſſe / und ſey W b, niedriger als die Horizont-Lini / und V c höher / als dieſelbe. Ziehet darauf von dem Augen-Punct D (nicht von den Diſtanz-Puncten / wie zuvor / da die Höhe der Lini M O auf der mittlern Augen-Lini zu determiniren war) Linien auf die obern Puncten ihrer Geometriſchen Höhe / nemlich auf b und c. So kommen auch ihre perſpectiviſche Höhen heraus / nemlich Z d, a c.

PROBLEMA XXXIII.

Wie eine jede Figur nach allen Puncten / welche man begehret / alſo in die perſpectiv zu bringen / daß man zu dem gantzen Abriß nicht mehr Raums erfordert / als die Figur an ſich ſelbſt innen hat.

Es können zwar auf die jetzt-beſchriebene Weiſe alle Puncten / welche man begehret / ſie haben eine Stellung wie ſie wollen / und endlich eine gantze Figur in die perſpectiv gebracht werden. Allein es hat dieſen Mangel / daß die Operation groſſen Raum / und zu einer

einer Figur / die in perſpectiv etwa eines Quartblats groß werden ſolle / ein Bret oder dergleichen von etlich Schuchen erfordert wird / auch die Winckel in den weiten Diſtantien ſo ſpitzig fallen / daß deren eigentliche Spitz ſchwerlich zu erkennen. Als habe ich fol. P. noch eine Manier fürſtellen wollen / welche zwar auf die bisher beſchriebene ſich gründet / doch vor derſelben dieſen Vortheil hat / daß ſie mehr ſpacii nicht bedarff / als die Figuren an ſich ſelbſten einnehmen. Iſt zwar nicht neu / doch iſt mir ein neues Fündlein / dadurch alle Pünctlein deſto eigentlicher zutreffen / darbey eingefallen / welches ich noch der Zeit bey keinem geſehen. Es hält ſich aber kürtzlich alſo: Man bringe den Geometriſchen Grund der fürgenommenen Figur / ſo in perſpectiv zu bringen / in ein Vier-Eck / in gleiche viereckichte cellulen getheilet / (nicht zu klein. Denn einen Weg als den andern eine Manier gewieſen werden wird / wie nichts deſto weniger alle Puncten / die man haben will / aufs eigentlichſte in die perſpectiv zu bringen) dieſe Figur nun ſetze man zu geraden Winckeln unter die Grund-Lini AB, daß es eine Lini werde / welche zugleich die oberſte ſey in dem Geometriſchen / und zugleich die unterſte in dem perſpectiviſchen Grund / nehme hernach die Höhe deß Auges / C, D, wie zuvor / ziehe von dem Aug-Punct D ſo viel Augen-Linien auf die Grund-Lini AB, ſo viel dieſelbe Theile durch den Geometriſchen Grund-Riß bekommen / und durch gemeldten Aug-Punct ziehe man die Horizont-Lini EF. An derſelben wäre nun ferner zu nehmen aufs wenigſte ein Diſtanz-Punct / allein weil derſelbe in die Breite mehr Raums erforderte / als das Blätlein gibt / wir aber ver-

verſprochen/ nicht mehr zur Figur einzunehmen/ als dieſelbe an ſich ſelbſt einnimmet. Als könnte zwar ſolches durch ein Linial geſchehen/ welches man auf die Horizont-Lini legte/ und an demſelben die Diſtanz deß Puncts nehme. Welches wann es in der Proportion geſchehe/ wie in voriger Figur/ nemlich gegen CD, wie 3 gegen 2, und von ſolchem eine Lini auf A gezogen würde/ ſo fiel ſie/ wie AG. Damit ich aber auch in dieſem Stucke gemeldtes meines Verſprechens ingedenck ſey/ ſo thue ich ihme alſo: Ich theile die halbe Grund-Lini BC, nach der Proportion/ welche die Diſtanz gegen der Lini CD haben ſolle/ nemlich wie 3 gegen 2/wie gemeldt/und alſo in 3 Theile/und bey B richte ich auch auf/ die perpendicular BH, der gebe ich 2 ſolche Theile/und ziehe die Lini CH, welche die Lini BD durchſchneide in I, durch dieſe ziehe ich IK parallel der Grund-Lini AB, die gibt auf der mittlern Augen-Lini/ GD, den perſpectiviſchen Puncten L, welcher den Mittel-Punct M deß quadrats ABNO correſpondiret. Wann man nun durch dieſen Punct L die Lini ALG zeucht (wann ſie anderſt nicht vorhin gezogen) und dergleichen auf die ander Seiten BP und dann ferner durch alle Puncten der Augen-Linien/ welche an derſelben die Lini A G mit ihrem Durchſchnitt machet/ die Zwerch-Linien/ ſo der Grund-Lini parallel lauffen/ ſo iſt alsdann der perſpectiviſche Grund/ APGB, welcher dem Geometriſchen Grunde/ ſo fern derſelbe ein Quadrat iſt/ correſpondiret/ nemlich ABNO verfertiget. Dieweil aber der gantze Geometriſche Grund kein Quadrat/ ſondern eine ablange Vierung iſt/ und noch zwey Ordnungen der cellularum, nemlich von NO bis auf QR, darüber

hat/

hat/ (wiewol ich ſolche jetzo nicht zu gebrauchen gedencke/ und derowegen die dazu gehörige lineas nur gedüpfelt gezogen/ ſondern allein in eventum, wann etwa ſonſt dergleichen fürkäme/ geſetzet) ſo fragt ſichs/ wie ihme zu thun iſt? Ich thue ihm alſo: Ich ziehe die äuſſerſte Lini PG auf einer Seiten (es ſey welche da wolle/ diß Orts bey P. weil auf der andern Seiten vorhin viel Buchſtaben ſind) heraus/ ſo weit vonnöthen/ daß ich an dieſelbe ſo viel cellulen tragen könne/ in ſolcher Weite ſo weit die ſind auf der Lini GP, ſo viel der Uberſchuß/ über ein Quadrat/ nemlich NQ oder OR in ſich hat/ nemlich zwey diß Orts/ und die ſeyen S und T, ziehe auf ſolche Puncten Augen-Linien von D, und die Diſtanz-Lini BP fort durch die zwo Augen-Linien DS, DT, die gibt mir die puncta V, X. Wann ich nun durch ſolche Puncten auch lineas ziehe/ ſo der Grund-Lini AB parallel fallen/ (wie gleichfalls bloß mit punctis, weil ich ſolche nicht zu gebrauchen gedencke/ angezeiget) ſo wird alsdann das gantze parallelogrammum deß Grund-Riſſes AQRB, durch die Figur AYZB in perſpectiviſchen Grund gebracht. Folget nun/ wie auch die Figur auf ſolchen Grund zu bringen? Nemlich alſo: Sihe in dem Geometriſchen Grunde erſtlich nach denen Puncten/ welche eigentlich eine Ecken berühren/ nemlich diß Orts a, b, c, d, die bringe ich auch in die jenige Ecken der perſpectiviſchen Grundes/ welche dieſen Ecken in ihrer Ordnung reſpondiren/ und daſelbſt/ wo nicht vorhin Buchſtaben ſind/ mit Teutſchen Buchſtaben gezeichnet ſind. Dißmals ſind C K f i. Bleiben alſo die in dem Geometriſchen Grunde unten gezogene und im perſpectiviſchen oben mit Düpffeln gezeigte Linien

übrig/

übrig wie oben gemeldet. Da wir ſie aber gleichwol ge-brauchen wolten/ ſo thäten wir / als wann deren cellulen nicht den untern zwiſchen N O und OR, ſondern als wann ſie den obern bey A und B reſpondirten. Dann in dieſer Art der perſpectiv, werden die Figuren nicht umgekehret/ wie in der vorigen / ſondern was oben iſt/ das kommet oben/ was unten iſt/ das kommet unten / wiewol mans auch anwenden könnte / wer ihme die Sach muthwillig wolte ſchwer machen. Sonſten nachdeme die Puncten/ welche eigentlich in Ecken kommen/ ihre Stellung erreichet/ auch von den andern zu ſagen/ ſo folgen nach dieſem diejenige/ welche auf die Linien fallen/ und zwar erſtlich auf die Zwerch-Linien / als da ſind auf dem Geometriſchen Grund c f, ſo ziehe von denſelben blinde Linien aufwarts zu geraden Winckeln der baſi. AB, in g und h, und von dannen auf den Augen-Punct / D, ſo werden ſie durchſchneiden für-nemlich die Lini IK, welche im Grunde/ der Lini a, b, auf welcher die Puncten e f ſind correſpondiren. Setze ſie derowegen dahin / und bezeichne ſie mit e f. Und alſo kan man verfahren mit allen Puncten/ ſo auf zwerch oder kein merckliches davon fallen. Alſo iſts mit den Puncten der Zwerch-Linien. Mit den Puncten aber/ welche auf die Perpendicular-Linien fallen / als da ſind i K, procedire ich alſo: Ich ſehe nach/ wo die von denſelben auf andere bekandte Puncten gezogene Linien (ſie ſtehen gleich vorhin/ als e und f, &c. oder werden von neuen erſt gezogen) eine Zwerch-Lini auſſer derjenigen/ auf welcher die vorigen Puncten (e f, ſtehen/ durchſchneiden/ welches durch gemeldte Linien i e, i f &c. geſchihet in n, o, p, q, Die tractire ich/ wie zuvor

die

die Puncten e und f/ ſo kommen ſie auch in die perſpectiv und ſind in derſelben die Puncten g h i. Durch welche wann die Linien von e und f fortgezogen werden/ ſo treffen ſich die Puncten l und m/ welche den Puncten i und k in dem Geometriſchen Grund reſpondiren. Andere Puncten betreffend/ welche gar in keiner Lini deß Grundes ſtehen/ und durch das Augenmaß nicht füglich eingebracht werden kõnen/ als da iſt das Punct r (und andere dergleichen/ ſo nicht mit Buchſtaben gezeichnet) da thue ich alſo: Ich ziehe auf daſſelbe von der benachbarten Winckel einen als s eine Lini r s, und continuire ſolche fort/ bis ſie eine Zwerch-Lini erreiche; welches geſchiehet in t, von dannen ziehe ich/ wie zuvor/ bey andern Puncten eine Bleyrechte blinde Lini aufwärts in s/ und von dannen in D, item eine von dem Punct r ſelbſten in p/ und von dannen gleichfalls in D: ſo werden ſolche Linien einander durchſchneiden in u/ welcher das Ende iſt der Geſicht-Lini a r, oder e. Und alſo iſt es auch mit andern/ welche/ wie ſie ebener Weiſe zu ſuchen/ ich theils um Vermeidung Confuſion in ſo engem ſpatio, theils weil ſie faſt ſelbſt aus dem Augenmaß und der analogia flieſſen/ zu zeigen unnöthig erachtet habe. Und ſo viel von der area oder Grund-Riß. Was die Höhen betriffet/ werden dieſelbe auſſer der Mittel-Lini anderſt nicht geſuchet/ als in der vorigen Manier. Nemlich man ziehet durch den Grund-Punct in der area, der ſey zum Exempel w/ eine Augen-Lini (wann anderſt nicht vorhin eine dadurch gehet) bis auf die Grund-Lini A B, die ſey D, w x/ und über das Punct x ſetzet man die Geometriſche Höhe x y/ ziehet darauf die Augen-Lini D y/ und von w ein

per-

perpendicular, bis ſie die Lini D y berühre in z/ ſo wäre deß Puncts w perſpectiviſche Höhe w z. Eben alſo wäre es auch/wann deſſelben Geometriſche Höhe über die Horizont-Lini hinaus reichte bis in α/ denn da zöge ich gleichfalls eine Augen-Lini auf a/ ſo würde deß puncti w perſpectiviſche Höhe w β. Alſo/ ſprich ich/ iſt es mit Determination dieſer und aller Puncten der Höhen/welche auſſer der mittlern Geſicht-Lini DC fallen. Dieſe aber betreffend/weil zu derſelben Determination die Diſtanz-Lini erfordert wird/ könnte man zwar abermal/wie oben gemeldet/ ſich eines Linials gebrauchen/ ſonderlich weil deren wenig in einer Figur fürkommen. Wollen aber ſehen/ wie wir deſſen auch diß Orts entrahten können. Der Grund-Punct einer ſolchen Höhe ſey in dem perſpectiviſchen Grunde deß Punct m. (damit wir neu Puncten ſo viel müglich vermeiden/) und auf dem Geometriſchen/ l/ ſetze die ferne deß Puncts i von C auf die Seiten/ ſo wird ſie daſelbſt treffen in δ (denn ſo weit müſte man haben/ wann mans durch die Diſtanz-Lini ſuchen ſolte) nehme hernach deſſen Geometriſche Höhe über δ die ſey erſtlich höher/als die mittlere Augen-Lini/nemlich δε, und weil ich die rechte Diſtanz nicht haben kan/ ſo nehme ich einen Theil derſelben/ ſo viel mir beliebet/ und ſey Dθ, und nenne θ (docendi causâ) den falſchen Diſtanz-Puncten/und ziehe von demſelben die Lini θε, und auf dieſelbe aufwarts Dκ. Zeigete alſo m Dκ die rechte Höhe/ wann θ der rechte Diſtanz-Punct wäre. Weil aber dieſes nicht iſt/ ſo ziehe ich durch κ eine Lini der Horizont-Lini parallel, die ſey λκμ, bis nemlich ein perpendicular von θ ſolche berühre in μ, ziehe her-

hernach eine neue Diſtanz-Lini von μ auf ε und $D\gamma$, ferner aufwarts in π, ſo iſt m π die rechte perſpectiviſche Höhe von M, welche da reſpondiret der Geometriſchen Höhe $\delta\iota$. Soll aber die perſpectiviſche Höhe deß Puncts m und die Geometriſche deß Puncts ι nidriger kommen / als die Horizont-Lini / zum Exempel $\delta\,\rho$ Geometriſch / ſo ziehe ich abermal von dem falſchen Diſtanz-punct θ eine Lini auf ρ, wo dieſe durch die mittlere Augen-Lini gehet / nemlich in σ, dadurch ziehe ich abermal eine Lini / der Horizont-Lini parallel, nemlich τ, σ, υ, und von υ zihe ich eine andere Diſtanz-Lini υ, ϕ, ρ, da wird die rechte perſpectiviſche der Geometriſchen $\delta\,\rho$ reſpondirenden Höhe weiſen / nemlich m ϕ. Iſt alſo gezeiget / wie man einer jeden Geometriſch-geriſſenen Figur alle die jenige Puncten / welche zu perſpectiviſcher Determination erfordert werden / ſie ligen gleich in dem Grunde / oder ſtehen in der Höhe in einem ſpatio, welches nicht gröſſer iſt als die Figur ſelbſten / finden möge. Wollen nun auch etwas von den Schatten ſagen.

PROBLEMA XXXIV.

Wie die Schatten gründlich auf eine Figur anzubringen.

Hiezu gehören zwey Kupffer-Blätlein Q und R (dann auf einem hat ſichs nicht wollen thun laſſen / ſintemal man durch den Schatten ſelbſt / das Fundament deſſelben verdunckelt hätte / und haben die Buchſtaben an beyden Blättern / wann ſie anderſt auf beyden

ſtehen/ eine Bedeutung. Man muß aber/ wann man die Schatten gründlich determiniren will/ die Puncten haben ſo wol deß Liechtes/ als der Höhen/ welche den Schatten von ſich werffen ſollen/ und ſo wol im Grunde/ als in der Höhe. Welche/ wie ſie perſpectiviſch ins Geſicht zu bringen/ allbereit/ in vorigem problemate, gemeldet worden. Es ſind aber auf zweyen Blätlein zwey Liechter fürgeſtellet/ eines fig. 1/ in der mittlern Augen-Lini der Figur/ deſſen öberſter Punct iſt A, der unterſte B. und eines zur Seiten/ fig. 2/ deſſen öberſter Punct iſt C, der unterſte D. Dieſe werffen ihre Stralen erſtlich über zween cubos, deren der eine gleichfalls in der mittlern Geſicht-Lini/ fig. 3. der andere zur Seiten ſtehet/ fig. 4. Deß mitlern öberſte Puncten ſind E,F,G,H, die unterſte I K L M. Wann ich nun ſolchen Cubi-Schatten abzeichnen will/ ſo reiſſe ich die Linien/ erſtlich von den öbern Punct deß Liechts A über die öbern Puncten der Höhen/ und dann von dem untern Punct B durch die Puncten deß Grundes deß Cörpers/ ſo ſolchen Höhen correſpondiren. Wo nun die über den öbern und die durch den untern Punct einer jeglicher Höhen gezogene Linien einander berühren/ da mache ich einen Punct/ welcher zeiget/ wo der Schatten jeder Höhen ſich endet/ und die ſind in dem mittlern cubo NOPQ, in dem cubo zur Seiten von dem Liechte AB, die Puncten R S T, von dem Liecht aber der Seiten CD, die Puncten VWX. Wie nun die determination der Schatten an dieſen zweyen cubis iſt: Alſo iſt ſie auch an andern figuris, welche aus den geraden Linien beſtehen. Was aber die runden Cörper namentlich die globos oder Kugeln betriffet/ iſt dergleichen auf der rechten

Seiten fürgeſtellet fig. 5. Erſtlich habe ich von dem öbern Liechtes-Punct A gezogen eine lineam contactûs A b a, und durch den Grund B c q, daß ſich alſo der Schatten deß globi endet in a. Damit aber im übrigen der Schatten ſolcher Rundung mit ſeiner Form correſpondire und auch rund werde/ habe ich an ſolchem globo genommen deſſen Horizontem, wie er in das Geſicht fället/ nemlich wie eine ellipſin d, e, f, g, h, welchen Puncten unten im Grunde reſpondiren k, l, m, und wiederum auf der andern Seiten/ n, o, (dann dieſe fallen mit den öbern diſſeits in einerley Puncten.) Wann man nun von dem öbern Punct deß Liechtes A über die öbere Puncten d, e, f, g, h, und von den untern Punct deß Liechts B durch die untere Puncten k, l, &c. Linien ziehet/ ſo beſchreibet ſich der Form deß Schattens von ſolchem globo mit den punctis a o p q. Alſo bezeichne ich den Schatten/ welchen die Cörper von dem Liechte von ſich werffen/ und umbra recta, der gerade Schatten/ genennet wird. Der andere Schatten wird genennet umbra verſa, der umgewendete Schatten/ und iſt derjenige/ welcher an den Cörpern ſelbſt/ ſo von dem Liechte beſchienen werden/ an derer abgewendeten Seiten erſcheinet/ welchen zu zeigen/ fürnemlich das dodecaëdron, die zwölffſeitige Figur fig. 6/ von mir fürgeſtellet worden. (Dann zu dem geraden Schatten kein Raum zu deſſelben eigentlicher Abzeichnung.) Da gibt nun die Vernunfft und der Augenſchein/ daß diejenige Seiten eines Cörpers/ ſo von dem Liechte beſchienen wird/ am helleſten/ welche gerad gegen dem Liechte ſtehen/ als da iſt zum Theil das Fünff-Eck/ s, ſon-

derlich aber t, wie die Lini A t zeiget / welche aber abge-
wandt / dunckel / und zwar zum theil / wann ſie nur
zum theil abgewandt und aufs wenigſte lucis ſecun-
dæ, deß andern Liechts / ſo von Seiten dahin kom-
met / theilhafftig werden / als das Fünff-Eck u und w,
gantz dunckel aber ſind x und y. Dann das andere
Liecht / ſo ſie von der Wand haben ſolten / wird von dem
Cörper ſelbſten aufgehalten. Was aber dieſes anlan-
get / daß bey den Linien a, b, c, d, e, f, g, h, die Scharf-
fierungen gedoppelt worden / unangeſehen ſolche dem
Liechte näher ſind / als das übrige Theil ſolcher Fünff-
Eck / da iſt zu wiſſen / daß ſolche Schatten / eigentlich zu
reden / umbræ rectæ, gerade Schatten ſind / welche
die Linien a b, c d, d e, &c. von ſich werffen / wie die
vorige Cörper / an welchen der gerade Schatten für-
nemlich gezeiget worden. Wiewol auf dem Blätlein
R auch die umgekehrte Schatten zu finden. Und ſo
viel / hoffe ich / zum Feld- und Landmeſſen genug von
dem Abriß der Figuren.

ADDITIO IV.

Von dem Gebrauch der Tabularum ſinuum tangentium und ſecantium, auch der unlängſt erfundenen Logarithmorum.

Der fürnehmſte und eigentliche Gebrauch / um deſſen
willen dieſe tabulæ erfunden / gehöret zwar zu der Tri-
gonometria: jedoch weil ſie auch andere uſus haben /
und dazu die Trigonometria ſchwer fällt zu practici-
ren /

ren / wann man in Auffſuchung der Tabularum nicht zuvor laufftig iſt / hab ich ſolchen Gebrauch für ein abſonderliche Addition ſetzen wollen.

Es werden aber alle Geometriſche Figuren / wann ſie auszurechnen / in triangula reſolviret / in allen triangulo aber ſind theils dero Winckeln / theils dero Linien / welche die Winckel machen / begriffen / der Winckel aber beſtehet auf der Zahl der Theil menſur eines circuli, die Circul-Bögen aber könnten nicht ohne Mittel in die Rechnug der triangulorum kommen / ſondern vermittels deren denſelben unterzogenen geraden Linien / wie additione ſecundâ in der Erklärung der Kunſt-Wörter / bey Abtheilung der triangulorum, ſonderlich der mixtorum, und unter den figuris ſolches andern Haupttheils zu Ende / fol. A, und Anfang fol. B, zu ſehen / daher hat man die analogiam der Circul-Bögen mit dem diametro und ſemidiametro deß Circuls in tabulas bringen müſſen. Und hat man zwar Anfangs und zu den Zeiten Ptolomæi, ja noch zu deß Copernici Zeiten / welcher etwa vor 100 Jahren gelebet hat / tabulas der chordarum, wie bey angezogener Figur die Lini B C iſt / gemachet. Nachdem e aber befunden / daß die halben chordæ füglicher ſind / hat man die tabulas auf dieſe gerichtet / und ſolche mit dem Wort Sinus (welches ein Arabiſches Wort ſeyn ſolle) genennet. Nach dieſem ſind auffkommen / (die Rechnung kürtzer zu machen / und ſonderlich die öfftere extractiones radicum zu vermeiden) die tangentes, deren tabulæ fœcundæ, das iſt / fruchtbare / weil ſie viel Nutz bringen / genennet worden. Hernach ſind auch die ſecantes auffkommen / und deren tabulæ

beneficæ, das iſt/ gutthätige/ weil man dadurch vielen Difficultäten und Beſchwerniß voriger Rechnung überhaben ſeyn könnte/ genennet. Solcher tabularum Gebrauch nun lehret dieſe Additio, welcher fürnemlich in dieſem beſtehet/ daß/ wann mir ein Bogen von einem oder mehr Graden oder Minuten fürgegeben/ ich deſſen ſinum tangentem oder ſecantem ſuche/ und hinwiederum/ wann mir fürgegeben wird eine Zahl/ welche die Theile eines ſinûs tangentis oder ſecantis haben ſolle/ wie viel Grad demſelben correſpondiren.

Zum Exempel ſetze ich/ es ſey mir fol. B, fig. 1, fürgegeben der Bogen BF, der halte 32 Grad und 15 Minuten/ deren ſolle ich alle gehörige Linien/nemlich den ſinum tangentem und ſecantem ſuchen/ ſo ſchlage ich auf in den tabulis ſinuum. (es ſeyen gleich Pitiſci, oder/ welche neulich ausgangen/ Ulaqui in octavo, oder Frobenii in quarto, oder was es für einer ſeyn mag/ denn ſie ſind einerley/ allein iſt dieſes zu mercken/ daß wann man deß Frobenii tabulas gebrauchen will/man jedesmal die Zahl der graduum, es ſeyen deren ſo viel als da wollen/ oben/ in andern aber/ wann es unter 45 Graden ſind/ auch oben an der erſten Seiten/ wann es aber drüber/ unten an der andern Seiten ſuchen muß) nun dieſe 32 Grad/ 15 Minuten/ ſprich ich/ ſchlage ich auf in den tabulis ſinuum das Blat/ da oben 32 Grad ſtehen/ zu dieſen ſuche ich auf der Seiten herab die 15 Minuten/ fahre dann hineinwarts auf die aream zu/ und finde in der columna, da oben ſtehet ſinus, die Zahl 53361. 45/ das iſt in der Figur die Lini AG. Der Punct

zwiſchen 1 und 45 in der tabula bedeutet / daß man/ wo man nicht gar ſcharff rechnen will / mit der Zahl 53361 könne zu frieden ſeyn / und die letzere 52 fahren laſſen. Man thue aber was man wolle / man behalte ſolche Zahl gantz / oder laſſe etliche eintzele Zahlen zu Ende fahren / ſo iſt leicht zu erachten / daß man es in andern auch thun / und ſo viel man deren in einer fahren läſſet / ſo viel man auch in andern fahren laſſen müſſe. Ferner tangens (ſcilicet linea) gemeldten Bogens BF, nemlich in der Figur die linea LF 63095. 30, ſecans EL 118241. 35 (von Logarithmis will ich hernach ſagen) das Complement dieſes Bogens / das iſt / um welche er weniger iſt / als 90 Grad / nemlich der Bogen KB iſt 57 Grad / 45 Minuten / der ſinus ſolches complementi KB 84572. 78 tangens KM 158460. 41 / ſecans EM 187401. 20 / deß vorgedachten Bogens BF ſinus verſus GF ſtehet nicht ausdrücklich in tabulis, wird aber mit Hülffe derſelben gefunden / wann man den ſinum complementi HB, oder (ſo ihr gleich EG) 84572. 78 abziehet von dem halben diametro (ſo auch radius item ſinus totus genennet wird) 100000. 00 ſo reſtiret der ſinus verſus GF 15427. 22. Dieſes ſind die geraden Linien / welche in Trigonometriſcher Rechnung dem Bogen BF reſpondiren. Ich ſetze aber / jetzund ſey mir fürgegeben der Bogen CFB, welcher noch ſo groß iſt / als BF, und ſolle ſagen / wie lang ſeine chorda ſey BC? Antwort / ſie iſt zweymal ſo lang / als der ſinus BC. nemlich 10672290. Wäre mir fürgegeben der Bogen DAKB, welcher gröſſer iſt / als ein quadrant, nemlich 147 Grad /

45 Minuten / dann hätte ich zu betrachten erſtlich ſeinen Exceſſ, das iſt / wie viel er gröſſer wäre / als ein quadrant, ſo 90 Grad hält / das wäre der Bogen KB, und hielte 57 Grad / 45 Minuten / ſein Complement zu einem halben Circul wäre der Bogen BF 32 Grad. 15 Minuten / und ihr beyder ſinus (nemlich ſo wol deß Bogens DAKB, als deß Bogens BF wäre die Lini BG, wie oben gemeldet. Darum zu mercken / daß wann man den ſinum eines Bogens / ſo gröſſer iſt / als 90 Grad / ſuchen will / alsdann ſolcher Bogen abzuziehen ſey von 180 / deß Uberreſtes ſinus iſt auch ſein ſinus.

Und aus dieſen præceptis, da gelehret worden / wie man eines jeden fürgegeben Circul-Bogens ſinum tangentem oder ſecantem finden ſolle / iſt leicht zu verſtehen / wie im Gegentheil / wann in der Rechnung eine Zahl heraus kommen oder ſonſt fürgegeben / ſo ein ſinus tangens oder ſecans ſeyn ſolle / denſelben Bogen zu finden. Nemlich ſolle ſolche Zahl ein ſinus ſeyn / ſo ſuche man ſolche in der Columna ſinuum, das iſt / da oben ſinus ſtehet / (alſo iſt es auch mit tangentibus und ſecantibus) ſo wird ſich oben die Zahl der graduum und zur Seiten die Minuten finden / als wann mir die Zahl 57714. 52 wäre fürgegeben worden / als ein ſinus, und hätte ſagen ſollen / wie vielen gradibus er unterzogen / ſo hätte ich ihn in der columna ſinuum geſuchet / da hätte ich gefunden / daß ſein Bogen wäre 35 Grad / 15 Minuten. Solte es aber ein tangens ſeyn / ſo hätte ich ſie in der columna tangentium geſuchet / ſo gebe ich die nächſte nach ſolcher

Zahl /

Zahl / nemlich 5769.25 (wie dem Uberreſt der gegebenen Zahl über dieſe geſchehe / wird jetzt folgen) 29 Grad / 59 Minuten. Zu einer ſecante wäre ſolche Zahl zu klein / denn alle ſecantes länger ſind / als ſinus totus. Es fragt ſich aber / wann eine ſolche Zahl nicht eigentlich in den tabulis ſtehet / item wann an den Graden und Minuten auch minuta ſecunda hangen / wie alsdann zu thun? Antwort: Dahin gehöret die Operatio, welche genennet wird inquiſitio partis proportionalis, welche wir mit einem Exempel zeigen und erklären wollen. Ich ſetze / es ſey mir fürgegeben die Zahl / 46787.43. und ſolle ein ſinus ſeyn / die ſuche ich in der columna, über welcher das Wort ſinus ſtehet / finde ſie aber nicht eigentlich / nehme derowegen die zwo nächſten / eine / die kleinere / 46767.27 / und iſt der ſinus zu 27 Graden und 53 Minuten / die andere / ſo gröſſer iſt / 46792.98 / und ziehe eine von der andern ab / reſtiret 2571. auch ziehe ich die kleinere unter dieſen von der gegebenen ab / reſtiret 2016. darauf ſpreche ich durch die regulam detri: 2571 geben 60 / was giebet 2016? facit 47 minuta ſecunda. Wofür man im Feldmeſſen gar wol ein primum nehmen und ſagen kan / der Boge zu dieſem ſinu halte 27 Grad und 54 minuta prima. Ja man kan auch wol die letzere Zahlen / welche durch einen Punct unterſchieden / im Feldmeſſen auslaſſen / welches wann man hie gethan / hätte man geſehen / daß die differentia weit über die Helffte treffe / und hätte derowegen das Rechnen unterlaſſen / und alſobald noch ein gantzes minutum primum nehmen können. Das iſt / man hätte die letztere zwo Zahlen / 43

abſchneiden können / und allein 46787 behalten/proximè minor in den tabulis wäre geweſen 46767/ proximè major 46792 / differentia horum iſt 25 / differentia der kleinern von der gegebenen 15 weil nun 15 mehr denn halb ſo viel iſt / als 25 / ja mehr als $\frac{3}{4}$/ hätte man können etwas mehr als $\frac{3}{4}$ eines minuti primi nehmen etwa 42 oder 44 ſecunda, das wäre genau genug geweſen/genau gerechnet ſinds 47/doch will ich niemand Faulheit lehren/ſonderlich weil es den incipienten nicht ſchadet/wann ſie gleich alles aufs genaueſte rechnen/denn wenn man dieſes thut/ſo lernen ſich hernach die Vortheile ſelbſt. Sonſten hat Pitiſcus in ſeinen Trigonometricis tabulis in quarto gedrucket/ (wie auch andere) hübſche Vortheil dadurch man partem proportionalem behend finden kan / allein müſſen die tabulæ ſelbſt auch darauf gerichtet ſeyn / und weil ſichs nicht thun läſſet/daß man die Bücher auf anderer Authorum Bücher richte / (dann wann eines abgienge/würde das andere unwerth/) kan ein jeder ſelbſt ſich umſehen. Und alſo hält ſichs diß Orts mit der parte proportionali, wann man der ſinuum und tangentium, &c. gradûs und Minuten ſuchen ſolle. Hingegen hält ſichs mit den gradibus und minutis, nicht allein primis, ſondern auch ſecundis, wann man deren ſinus, u. d. dergleichen ſuchen ſolle/alſo: Geſetzt es ſeyen mir fürgeben 42 Grad / 20 minuta prima, 15 ſecunda, deren ſinum ſolle ich ſuchen/ ſo ſuche ich erſtlich den ſinum zu 42 Graden und 20 Minuten/der iſt 67344.27/ zu dieſem nehme ich proximè majorem , der iſt 67365 77/ ſeine Differentz von dem vorigen 3150/ ſpreche durch die regulam detri ; 60 gibt 3150 / was gibt

gibt 15? facit 787/ſo zu dem ſinu 67344. 27 zu addiren/daß es werden 675114. Und hier hätte man wiederum ein compendium haben können / nicht allein wann man die letzere 27 und 77 hätte fahren laſſen / ſondern auch in dieſem / weil 15 minuta ſecunda das vierdte Theil ſind eines minuti primi, daß man nur alſobald der Differentz 3150 vierdtes Theil / nemlich 787 oder nur 8 genom̃en/und jene 787 zu dem 67344 27 oder die 8 zu den 67344 addiret hätte.

So viel von dem fürnehmſten Gebrauch der tabularum ſinuum tangentium und ſecantium. Folget von den Logarithmis. Gleichwie aber die Logarithmi darum erfunden ſind/ daß man die langweilige diviſiones und multiplicationes erſpare: Alſo beſtehet auch ihr Gebrauch fürnemlich in dieſem / daß / wann Zahlen der ſinuum oder tangentium fürkommen / ſo in einander zu multipliciren / alsdann ihre Logarithmi zuſammen addiret / ſind ſie zu dividiren / von einander ſubtrahiret werden/ die Zahl/ ſo hiedurch heraus kommet / iſt der Logarithmus der Zahl / welche aus ſolchem dividiren oder multipliciren kommen wäre. Zum Exempel: Ich ſolle in einander multipliciren die zween ſinus , deren einer reſpondirt 7 Graden/ 13 Minuten/ (und iſt in tabulis ſinuum 125621 8/ſein Logarithmus aber 9099065) der andere 22 Graden/ 18 Minuten/(in tabulis 3794561. der Logarithmus 9579162) ſo nehme ich an Statt der ſinuum derſelben Logarithmos.

	9099065
Adde	9579162
Summa	18678227

ſo kommet 18678227/ davon ziehe ich ab Logarithmum 9811655

	18678227
	9811655
Reſt	8866572

reſtiret der Logarithmus 8866572 / deme reſpondiret am nächſten der ſinus 73528 3 an Graden 4 Grad/ 13 Minnuten. Mit der parte proportionali iſt es eben wie zuvor in den ſinubus, wiewol man/ wie auch dazumal gemeldet / im Feldmeſſen deſſelben nicht vonnöthen hat. Auch iſt allhie zu mercken / daß/ wann die Zahlen nicht gar groß ſind / oder ſinus totus in der regula detri vorne anſtehet / dazu etwa pars proportionalis zu ſuchen / alsdann der Vortheil der Logarithmorum ſo gar groß nicht iſt. Dann bis man die Logarithmos ſo offt aufſuchet / iſt eine Zahl wol zwey- oder öfftermal multipliciret. Auch kommet alsdann das facit ſo genau nicht durch Logarithmos, als durch die gemeine Rechnung / wann ein ſinus totus vorhanden iſt. Darum halte ich faſt mehr von dieſem compendio, daß man ſich befleiſſe / den ſinum totum an die fördere Stelle zu bringen / welches kürtzlich alſo geſchiehet / wie in folgendem Täffelein zu ſehen. Nemlich:

Iſt

Iſt die erſt Zahl ein	*Sinus,* *Tangens,* *Secans,*	Und die andere oder dritte *Sinus totus*, ſo ſetze *ſinum totum* vorne an / und an Statt der erſten / ſetze an die andere Stelle	*Secantem complementi* *Tangentem complementi* *Sinum complementi*	deß *Sinûs tangentis* oder *ſecantis* welcher vorne angeſtanden.

Wann aber kein ſinus totus unter allen dreyen Zahlen iſt / ſo wird ſolches Exempel am füglichſten durch Logarithmos verrichtet / oder man muß zweymal multipliciren / in folgender Additione V, regula VII. gezeiget werden ſoll.

Extractio radicum quadratarum, von deren uſu auch Regula W der folgenden Addition handeln wird / kan durch die Logarithmos numerorum vulgarium ſolcher Geſtalt verrichtet werden / daß man ihre Logarithmos halbire / der numerus vulgaris, ſo als dann ſolchem halben Logarithmo reſpondiret / iſt ſein Radix. Zum Exempel / ich ſolle aus der Zahl 1263 radicem quadratam extrahiren / ſuche derohalben derſelben Logarithmum, der iſt 3101403 / dieſen halbire ich / thut 1550701 / geſuchet unter den Logarithmis iſt proximè minor 1544068 / deme reſpondiret unter den numeris vulgaribus 35 / dieſer / ſpreche ich / ſey obgedachter Zahl radix quadrata. Daß aber die Helffte deß erſten Logarithmi nicht eigentlich unter den Logarithmis gefunden worden / iſt ein Anzeigen / daß die fürgegebene Zahl keine eigendliche quadrat-Zahl geweſen. Wie dann auch erſcheinet / daß / wann man die Zahl 35 in ſich ſelbſten multipliciret / ein wenigers

heraus

heraus kommet/ als 1263 nemlich 1225. Es iſt aber zu wiſſen/ gibts auch der Augenſchein in den tabulis, daß im multipliciren durch Logarithmos die Summa zweyer numerorum vulgarium, und in extractione radicum, die Zahl / daraus radix zu extrahiren/ nicht über 28910 geben ſolle/ denn die tabulæ nicht weiter reichen. Auch kan man zwar aus den tabulis ſinuum tangentium und ſecantium auch radices extrahiren/und zwar gröſſere/ als durch die Logarithmos, aber durch die müheſame multiplicationes und diviſiones, (ſonderlich wer in dem Vortheil/wie man ſinum totum vorne anſetzen ſolle/ nicht exerciret/ und dazu partem proportionalem nicht negligiren will) daß ich mir faſt getrauete/ radicis extractionem nicht allein an einem ſolchen exemplo zu practiciren/ ſondern auch einen andern zu lehren/ oder wann ichs noch nicht könnte/ ſelbſt aus obiger inſtruction zu lernen/ bis einer eines aus den tabulis ſinuum, &c. zuwege brächte/ doch wann ja einer radices quadratas in ſolchen Zahlen/welche gröſſer ſind als 18910 ſuchen wolte/und doch der gemeinen Manier nach nicht könnte/ der möchte ihme alſo thun: geſetzt ich wüſte zwo Zahlen/ welche beyde radices wären 34896/ und 15789/ und wäre/wann ſie in einem triangulo rectangulo ſtünden/ die gröſſere diejenige/ welche in einem triangulo, wie ABC fol.S. dem geraden Winckel entgegen ſtünde/wie AC, ſo ſpreche ich durch die regulam detri: Wie ſich hält 34869 gegen ſinu toto 100000/ alſo hielte ſich 15789/kommet 45246/ſuche dieſe in tabulis ſinuum, ſo reſpondiren derſelben/ als einem ſinui, 26 Grad 54 Minuten/ deren complement ſind 63 Grad/ 6 Minu-

Minuten / deren ſinus 89179. Jetzo ſpreche ich ferner: ſinus totus gibt 89179/ was geben 34896? facit 31119/ das wäre die dritte radix, welche mit den vorigen zweyen 34896 und 15789 ein triangulum rectangulum beſchlöſſe. Solte aber die dritte unbewuſte Seiten die jenige ſeyn / welche dem geraden Winckel entgegen ſtünde / ſo wäre zwar die erſte Operatio, wie zuvor / nemlich: wie ſich hält 34896 gegen ſinu toto, alſo 15789 gegen 45246. Suchete aber hernach dieſe Zahl nicht unter den ſinubus, ſondern unter den tangentibus, ſo wäre ſecans, nemlich 109748/ die dritte Zahl. Darauf ſpreche ich: ſinus totus gibet 109749/ was gibet 34866? facit 38298. Es iſt aber hie auch dieſer Vortheil zu mercken / daß / weil ſich ſonderlich / wann man partem proportionalem negligiret / die letzere digiti oder Ziphern (wie ſie der Author deß erſten Haupt-Theils nennet / ich nenne ſonſt allein die Nullen Ziphern) nicht accurat geben / man deren fürgegebenen Zahlen noch eine oder zwey Nullen addiren / und hernach in dem facit wieder ſo viel digitos oder einfache Zahlen davon möge nehmen / ſo werden die übrige deſto accuratiores ſeyn. Wann aber keine ſolche latera eines trianguli, ſondern bloß eine einige quadrat-Zahl gegeben würde / aus welcher ein radix zu extrahiren / und wäre doch gröſſer / als 1891 / ſo fället mir jetzo keine andere Manier bey / auſſer dem gemeinen modo extractionis ſolche zu finden / als daß man zu Ende ſo viel einfache Zahlen hinweg nehme / bis weniger überbleibe als 18910 / und hernach aus ſolchem durch die Logarithmos numerorum vulgarium deren radicem ſuche und derſelben /

wann

wann ſie geſunden/halb ſo viel Ziphern beyſetze/ſo viel man einfache Zahlen davon genommen / ſo wird man meines Erachtens nahe genug im Feldmeſſen zutreſſen. Ja es wird nicht leicht eine ſo groſſe Zahl im Feldmeſſen fürkommen. Dieſe Manier radices zu extrahiren iſt zwar etwas laborios, doch ja ſo accurat, als wann man tabulas radicum hätte / oder auf den gemeinen Schlag die radices extrahirte. So viel wird zu unſerm Intent genug ſeyn von dem uſu tabularum ſinuum.

ADDITIO V.

Von der Trigonometria, das iſt / von Meſſung der Linien / ſo durch triangula geſchiehet / ins gemein.

Hieher gehören unter den Kupffern die folia S, T, V, deren Gebrauch iſt alſo:

I. Erſtlich hat man ſich aus propoſ. 32. lib. 1. Euclidis zu erinnern / daß in einem jeden triangulo die drey Winckel zuſammen ſo viel thun/ als zween anguli recti, und wann man ein latus, als AB, fig. 1. 2. auf gemeldtem Kupfferblat S ferner heraus ziehet gegen C, ſo iſt der Winckel DBC denen zweyen gegengeſetzten BAD und BDA (zuſammen genommen) gleich mit ſamt dem angeſetzten aber DAB thut er gleichfalls ſo viel als zween recti. Derohalben wann ich zween Winckel in einem triangulo weiß / zum Exempel / ADB 37 DAB 92/zuſammen 129/ ſo habe ich durch deren Abzug von 180. Graden auch den dritten/nemlich 5. Weiß ich einen / ſo habe ich durch deren gleichmäſſigen Abzug die Sum-

Summam der übrigen zween/ und wann dieſelben einander gleich/ welches geſchiehet/ wann ihre hypotenuſæ gleich ſind/ auch die eigentliche Gröſſe eines jeglichen. Weiß ich den innern DBA 51/ ſo weiß ich auch den äuſſern DBC 129. Weiß ich den äuſſern/ ſo weiß ich auch den innern/ und der thut auch ſo viel/ als die Summa der zween gegengeſetzten ADB, BAD.

II. Wann zwey triangula ein latus und zween Winckel/ oder zwey latera und einen Winckel einander gleich haben/ ſo haben ſie auch die übrigen latera und Winckel einander gleich/ Eucl. l. I. propoſ. 4. und 26/ als wann das latus EG an dem triangulo EFG, fig. 3, ſo lang iſt/ als HI, fig. 4. und zween Winckel zweyen Winckeln deſſelben gleich/ ſo haben ſie auch zwey latera und den dritten Winckel gleich. Eben alſo iſt mit dem triangulo EGL, fig. 5, 6, 7, 8, 9, welches an das triangulum EFG angeſtoſſen/ wann die Winckel FEG, FGE den Winckeln LEG, LGE gleich ſind. Item/ mit den triangulis MNO und PNQ, fig. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, welche die Winckel bey N gleich haben/ (Eucl. 1. prop. 15.) wann nun ſolche auch die andere Winckel gleich haben/ nemlich den Winckel Q dem Winckel M, ſo ſind auch die übrigen latera dieſen beyden gleich. Nemlich das latus NP dem lateri NO, und PQ dem lateri MO. Item/ weil ſie/ wie gemeldet/ den Winckel bey N einander gleich haben/ geſetzt ich wüſte nichts/ daß ſie den Winckel M und Q, item P und O einander gleich hätten/ wüſte aber/ daß ſie die zween Schenckel einander gleich hätten/ als MN und NO, item NO und NP, ſo ſchlöſſe ich/ und folgete daraus/ daß auch PQ ſo lang wäre als MO, und alſo auch die übrige Winckel den übrigen

Winckeln gleich. Was mit den gedüpfelten Linien/ die in dieſe triangula eingezeichnet/ gemeinet ſey/ wird die nachfolgende Regul weiſen.

III. Wann zwey triangula drey gleiche Winckel haben/ ſo haben ihre latera an ſolchen gleichen Winckeln einerley Proportion gegeneinander/ Eucl. *l. 6. prop.* 4. als in den triangulis RST und RVW, oder RXT, RYW, wann der Winckel R allerſeits gleich oder beyden gemein iſt/ (wann nemlich ein triangulum gleichſam in dem andern ſtecket) der Winckel V dem Winckel S, und der Winckel W dem Winckel T gleich iſt/ geſetzt ST ſey 42 Schuch/ RT und RS, jede 145 Schuch/alsdann wie ſich hält ST gegen VW, alſo hält ſich RT, oder RS gegen RW oder RV. Item geſetzt/TX ſey 45/RT abermal 145/WY 9/wie ſich hält TX gegen WY 9/ alſo RT 145 gegen RW 29. Eben alſo iſt es oben in den triangulis, EFG, MNO,&c. mit den triangulis,ſo mit gedüpfelten lineis daſelbſt eingezeichnet. Dann iſt GP oder FY halb ſo lang als FG, und ſind die Winckel GYX und GEF, item GYZ und GEL einander/ und die andere den andern gleich/ſo iſt auch GX halb ſo lang als GF, und GZ halb ſo lang als GL, item iſt NX halb ſo lang als NM oder NQ, ſo iſt auch NY halb ſo lang als NO, und NP halb ſo lang als NP.

IV. In einem triangulo rectangulo, ABC. fol. T. iſt das quadrat der Hypotenuſæ AC über den angulo recto, ABC, gleich denen andern zweyen quadratis Eucl. l. 1. propoſ. 47. und derowegen wann ich zwey ſolche quadrata und ihre radices per extractionem, oder wodurch es ſeyn mag/ weiß/ ſo kan ich auch das dritte erfahrẽ. Als zum Exempel/geſetzt ich wiſſe die

zwey

zwey latera AB 4/ und BC 3/ aus welchen die zwey kleinere quadrata entſpringen/ und die den angulum rectum begreiffen/ ſo addire ich ihre quadrata, 16 und 9/ aus der Summa 25 extrahire ich radicem quadratam, das iſt/ die Lini/ AC, nemlich 5/ wüſte ich aber ſolch groſſes quadrat der Lini/ AC, 5/nemlich 25/ und das kleinern eines/ als 9 von 3 der Lini/ AB, ſo ſubtrahirete ich das kleinere/ 9/ von dem gröſſern/ 25/ aus dem Uberreſt/ nemlich 16/ extrahirete ich radicem quadratam, das wäre die dritte Lini/ BC. Und eben alſo iſt es auch in gröſſern Zahlen. Gleichwie aber dieſe Rechnung an ſich ſelbſt zur perfectione Geometricæ gehöret/ und in derſelben auch auſſer dem Feldmeſſen vielfältigen Nutzen hat: alſo iſt ſie auch in dieſem nöthig und noch nöthiger geweſen/ ehe die tabulæ tangentium und ſecantium aufkommen. Seit man aber dieſe hat/ſo können die exempla dieſer Regul aus denſelben nach Anleitung regulæ VI ſolviret werden. Doch ſchadet nicht/daß man auch dieſes weiß/ſonderlich auf dem Fall/ da man die tabulas tangentium nicht beyhanden hat.

V. Was die Rechnung aus den tabulis ſinuum betrifft/iſt zu wiederholen/was oben geſaget/ daß nemlich an einem jeden triangulo, welches auszurechnen/ auf das wenigſte ein latus und zween anguli, oder zwey latera und ein angulus, oder drey latera müſſen bekandt ſeyn. Drey anguli aber allein/ da man kein latus weiß/ tragen in der Trigonometria planorum mehr nicht vor/ als daß man weiß/ was die latera für Proportion gegen einander haben/ nemlich eben diejenige/ welche ihre ſinus haben. Wenn aber in einem triangulo neben einem angulo zwey latera, oder neben

ben einem latere zween anguli, oder gar kein angulus hergegen alle drey latera bekandt ſind/ ſo kan daſſelbe durch folgende regulas ſolviret werden/ welche auf die figuras gehen/ ſo auf dem Kupfferblat T abgeriſſen/ und mit dem kleinen a b c gezeichnet. Und zwar die triangula rectangula mit a, b, c, die obliquangula, da entweder zwey latera und ein angulus, der einem derſelben entgegen ſtehe/ oder zween anguli und ein latus bewuſt/ mit d e f. Solche triangula, da zwey latera bewuſt/ neben einem angulo, welcher aber der bewuſten laterum keinem entgegen ſtehet/ſondern von demſelben begriffen wird mit g h i. Solche obliquangula, da alle drey latera bekandt/ wird aber geſuchet die perpendicular, ſo in dieſelbe hinein fället/ mit k l m, oder k l n, alles fol. T, oder die perpendicular, welche auſſer dieſelbe fället/ mit p q r, fol. V.

VI. In den triangulis rectangulis muß neben dem angulo recto, welcher/ als bewuſt/ præſupponiret wird/ entweder aufs wenigſte noch ein angulus und ein latus bewuſt ſeyn/ oder da kein angulus bewuſt iſt/ aufs wenigſte zwey latera, es ſeyen gleich diejenige/ſo an dem recto angulo anſtehen/ und denſelben begreiffen/ oder ſey das eine dasjenige/welches gegen dem geraden Winckel überſtehet. In dem erſten caſu, da ein latus, und neben dem angulo recto noch ein angulus bewuſt iſt/ da iſt gut rechnen/ denn es iſt ſo viel/ als wann alle drey Winckel neben einem latere bewuſt wären/ denn ein Winckel iſt deß andern complement. Sprich derowegen: Wie ſich hält ſinus totus gegen dem bewuſten latere a b 100: alſo hält ſich tangens anguli c a b gegen c b, und ſein ſecans gegen a c. Eben alſo iſt es auch/ wann neben den Winckeln

das

das längere latus, welches an dem geraden Winckel anſtehet/bewuſt wäre/ daß man nemlich ſpricht: wie ſich hält ſinus totus, gegen b c, alſo hält ſich anguli a c b tangens gegen a b, und ſecans gegen a c, Iſt aber aber neben den Winckeln dasjenige latus, welches gegen dem geraden Winckel über ſtehet/bewuſt/ſo ſprich: Wie ſich hält ſinus totus gegen dem latere b c: alſo hält ſich der ſinus deß Winckels a c b gegen a b, und der ſinus deß Winckels b a c gegen b c.

Iſt aber auſſer dem geraden Winckel ſonſt keiner/ hingegen aber zwey latera bewuſt/ und erſtlich diejenige/ welche an dem geraden Winckel anſtehen/und denſelben begreiffen/ als a b und b c, ſo nimm ich dieſer zweyen eines/ es ſey welches da wolle/ zum Exempel/ a b, und ſprich: a b gibet ſinum totum, alſo b c gibet tangentem deß Winckels b a c, deſſen complement iſt a c b. Oder b c gibet ſinum totum, alſo a b gibet tangentem deß Winckels a c b. Iſt aber neben a b oder b a das gröſſeſte latus, ſo gegen dem geraden Winckel über ſtehet/ bewuſt/ ſo ſprich ich alſo: wie ſich hält a b gegen dem ſinui toto; alſo hält ſich a c gegen dem ſecante deß Winckels c a b, deſſen complement iſt der Winckel a c b. Oder wie ſich hält b c gegen dem ſinui toto: alſo hält ſich a c gegen dem ſecante anguli a c b, deſſen complement iſt b a c. Zum Exempel ſetze ich/ dem triangulo a b c fig. 2/ ſey bewuſt (ich habe es gleich mit der Ketten gemeſſen oder woher es ſeyn mag) das latus a b, 100 partium. (Ruhten/ Schuch/ rc.) Habe auch durch ein inſtrument obſerviret/ daß der Winckel a b c ein gerader Winckel iſt: den Winckel aber b a c habe ich befunden/ daß er hält 61 Grad/ 30 Minuten/ ſo wird ſein complement a c b

ſeyn 28 Grad/ 30 Minuten. So ſprich ich: ſinus totus gibt a b, 100/ alſo anguli b a c 61 Grad/ 30 Minuten/ tangens 184177 gibt das latus gegen über a c, nemlich 184/ und ſecans gemeldten anguli, nemlich 209573 gibt a c, 209. Eben alſo wäre es/ wann das latus b c, 184 neben dem Winckel a c b nemlich 28 Grad/ 30 Minuten/ bekandt wäre gegeben wordē denn da ſpreche ich/ ſinus totus gibt b c, 184/ alſo anguli a c b 28 Grad/ 30 Minuten/ tangens 54295 gibt a b, 100. Aufs genaueſte ſinds 99 und 9/ aber weil wir kein minutum ſecundum achten/ ja in den Feld-Inſtrumentis ſolche nicht achten kan/ ſo gehet es nicht ſo genau zu/ und iſt ſo hoch nicht zu achten/ wann an 100 Theilen eines abgehet/ ſonderlich wann es nicht eben um den Inhalt zu thun/ in welchem freylich am beſten/ man meſſe mit der Ruhten oder Feld-Ketten/ was man meſſen kan/ wovon der Author deß erſten Haupt-Theils gnugſam gehandelt. Dieweil aber ſolches nicht allezeit anderſt ſeyn kan/ auch nicht allezeit es um den Inhalt zu thun/ muß man ſich contentiren mit deme/ ſo die Rechnung und Inſtrumenta geben. Und dieſes hat der günſtige Leſer auch ins künfftige bey andern dergleichen Fällen ſich zu erinnern. Und alſo iſt es mit dem erſten caſu, wann neben den Winckeln eines rectanguli trianguli ein ſolches latus bekandt/ welches an dem geraden Winckel anſtehet.

Für ein ſolches Exempel aber/ da neben den Winckeln dasjenige latus bekandt/ welches dem geraden Winckel entgegen ſtehet/ ſetze ich/ das lauts a c, 209/ den Winckel c a b, wie zuvor 61. Grad/ 30 Minuten/ und alſo a b gleichfalls/ wie zuvor/ 28 Grad/ 30 Minuten/ ſeyen aber erſt zu finden die latera a b und b c.

Sprich

Sprich durch die Regulam detri: ſinus totus giebet a c, 209 als deß Winckels c a b 19 Grad/30 Minuten/ ſinus 85881 gibt b c, 18367². (wie die Brüch hier zu tractiren/iſt theils in der 1 Addition: theils vm Cantzler ſelbſten im Eingang gemeldet) und a b c 28. 30/ das iſt 28 Grad/30 Minuten/ und alſo will ichs auch ins künfftig halten. Alſo iſt es mit denen triangulis, da ein latus neben den Winckeln beruht. Solche exempla aber/da kein Winckel auſſer dem angulo recto, hergegen aber zwey latera bewuſt / ſind zu ſehen figura 3 und 4 und zwar fig. 3 ein ſolches / da die bewuſte latera an dem angulo recto anſtehen/ und ſey a b, 85 und b c, 174. Da ſprich ich alſo: a b 95 gibt ſinuum totum, alſo b c 174 gibt 183158 Tangentem anguli, b a c, 61°. 22¹/ deſſen complement iſt der Winckel a b c 28 Grad / 38 Minuten. Hieraus finde ich nun leichtlich auch das latus a c, nemlich alſo; ſinus totus gibt a b 95, was gibt anguli c a b 61°. 22¹. ſecans 208680: oder ſinus totus gibt b c, 174/ was gibt anguli a c b 28°. 38¹. ſecans 113933? facit in der erſten operation 1972¹. in der andern 1982¹. Die diſcrepantz kommt daher / daß man nur fünff Zahlen in den tabulis genommen / und die minuta ſecunda fahren laſſen. Und alſo iſt es auch mit andern Triangulis, da die neben dem angulo recto gegebene latera denſelben begriffen. Eines ſolchen Trianguli rectanguli aber / da das eine bekandte latus dem angulo recto entgegen ſtehet / ſey fig. 4. und ſey a b, 95, a c, 199. Da ſprich ich abermal; a b, 95 gibt ſinum totum als a c, 199 gibt 209473 ſecantem deß Winckels b a c, 61 Grad/ 30 Minuten / dieſen complement a c b, 28 Grad/30 Minuten. Sprich

nun zu Erfindung des lateris b c: ſinus totus gibt a b, 95 als anguli b a c tangens 184177 gibt 174. Eben alſo wäre die operatio geweſen/ wann neben dem angulo recto und dem latere b c, das gröſſeſte latus a c, wäre bekandt geweſen. Nemlich/ ich hätte geſagt; a c gibt ſinum totum, als b c gibt ſinum angeli a c b, deſſen complement iſt angulus b a c, und darauf ferner; ſinus totus gibt a c, alſo ſinus anguli a b c, gibt a b. So viel wäre von triangulis rectangulis und deren Trigonometriſchen Auflöſung genug geſagt. Allein weil in dieſen letzern exemplis der ſinus totus zu Zeiten in die Mitte oder zu Ende kommt/ welches/ wie oben bey dem Gebrauch der Tabularum ſinuum gedacht/ langweilige diviſion bringet/ ſonderlich wann die Zahlen der laterum etwas groß/ kan man ſich deß daſelbſt gedachten Vortheils gebrauchen/ daß man nemlich ſehe/ wie man den ſinum totum vorne an bringe. An bewuſtes latus aber für einen ſinum, tangentem oder ſecantem, wie die Regul daſelbſt mitbringt/ ſetze/ und wann es zu klein/ mit ſo viel nullen augire/ daß es mit ſamt denſelben 5 einfache figuren bekomme/ es ſeyen gleich Zahlen oder nullen. Allein muß man hernach/ ſo viel Zahlen oder nullen was es dann iſt/ zu End deß producti auch ſetzen/ wann daſſelbe der alſo augirten Zahl reſpondirt/ wann es aber der erſten reſpondirt/ davon ziehen. Als zuvor/ da ich geſagt: Wie ſich hält 95 gegen ſinu toto, alſo hält ſich 175 gegen dem tangente auguli der gegenüber ſtehet. Da hätte ich 95 genommen/ als wann es ein ſinus wäre. Dieweil aber kein ſo kleiner ſinus in den tabulis, hätte ich 3 nullen dazu geſetzt/ daß es worden wäre 95000/ das wäre der ſinus zu 71 Grad/

49 Mi-

49 Minuten/deren complementi 18 Grad/51 Minuten/secans iſt 105667. Darauf geſprochen alſo: ſinus totus gibt dieſen ſecantem, 105667/ alſo 175 gibt 184. Dieweil ich aber zuvor 3 nullen zu der andern Zahl geſetzt/ muß/ ich jetzo ſolche zu dieſer auch ſetzen/ daß ſie ſey 184000 tangens anguli 61 Grad 29/ und alſo/ Minuten weniger/ als zuvor woran man ſich aber im Feldmeſſen nicht zu kehren. Da man es aber vermeiden wolte/ ſo müſte man ſinum totum für voll nemlich mit 7 nullen, gleichwie auch die andere ſinus tangentes und ſecantes, als wie ſie in tabulis ſtehen/ nehmen/und nichts davon hinweg werffen. So viel von den triangulis rectangulis.

VII. In den triangulis ſonderlich Scalenis (gehet zwar auch in rectangulis an/ bringt aber langweiligere Rechnung/ als nach voriger regul) wie d e f, da entweder zwo Seiten bekandt/ und ein Winckel/ der ſolchem bekandten lateri entgegen ſtehe/ oder nur eine Seite und zween Winckel/ da denn auch der dritte nicht unbekandt bleiben kan/ ſintemal er der zweyen Winckel complement zu zweyen rectis iſt/ da heiſt es/ wie ſich hält ein bekandtes latus gegen einem ſinu deß gegenüber ſtehenden Winckels: Alſo hält ſich ein anders gegen dem ſinu deß Winckels/ welcher gegen ihm über ſtehet. Und wiederum/ wie ſich hält der ſinus eines Winckels gegen dem latere, ſo ſolchem Winckel unterzogen; alſo hält ſich der ſinus eines andern Winckels gegen dem latere, ſo ihme unterzogen iſt. Zum Exempel fig. 5. wie ſich hält d f, 134 gegen deß Winckels d e f, 52°. 50'. ſinu 79688: alſo hält ſich e f, 165 gegen dem ſinu 98123 deß Winckels e d f, 78°. 53'. dazu geſetzt/ d e f 52°. 50'. Thut die Summa

ma 131°. 43'. abgezogen von 180 / reſtiret von den Winckel d f e, 48°. 17'. Sprich derowegen ferner: Anguli d e f 52°. 50'. ſinus 79688 gibt d f, 134 / was gibt d f e 48°. 16' ſinus 74644? facit 175. Sind aber / wie fig. 6. zween Winckel und nur ein latus bekandt als d e 100 / und der Winckel d e f 44 Grad / und f d e, 103 Grad addir, 103 und 44 / thut 147 Grad / abgezogen von 180 / bleibt d f e, 33 Grad. Sprich: wie ſich hält 33 Grad / ſinus 54463 gegen d e, 100: alſo hält ſich d e f, 44 Grad ſinus 69455 gegen d f, 127 und e d f, 103 das iſt 77 (als ſeines complementi zu 108) ſinus 97437 zu e f, thut 178.

Es ſind aber bey dieſer Regul zwey Ding zu erinnern. 1. Daß bey ſolchen Exemplis entweder die Logarithmi (davon oben bey dem Gebrauch der Tabularum ſinuum gedacht) vor andern Orten ſtatt haben / oder in der regula detri, die beſchwerliche diviſion in eine multiplication verwandelt werden könne. Zum Exempel / geſetzt / ich wiſſe in dem triangulo k l n fig. 11. die zween Winckel k und n, ſamt dem latere, ſo gegen dem Winckel n über ſtehet / nemlich k l, aber die latera k n und l n wären unbekandt / da ſpreche ich nach der gemeinen Manier: ſinus anguli n, 9°. 33'. gibt k l, 93: alſo ſinus anguli k, 59°. 35'. gibt l n, und ſinus anguli k l n, gibt k n. Aber zu Vermeidung verdrießlicher diviſion / laſſe ich ein perpendicular herunter / nemlich / l o, und ſprich alſo: ſinus totus gibt k l, 93, alſo ſinus anguli k 55°. 35'. 82494 / gibt die perpendicular l o, 76 / und ſein complement k l o, 33°. 25'. ſinus 56520. das Stück deß lateris k n, nemlich k o, 52. Ferner / ſinus totus gibt die perpen-

pendicular l o: alſo tangens complementi deß Winckels o n l, nemlich o l n 80°. 30'. tangens, das übrige Stück deß lateris k n, nemlich 454/ und ſecans, das latus l n, 460.

2. Das andere/ſo zu mercken/ iſt / daß bey ſolchen exemplis, da nur ein Winckel bewuſt / und der triangul nicht aufgeriſſen / man nicht allezeit aus der operation durch Zahlen allen und die gemeine Manier auch durch Logarithmos wiſſen kan / ob der herauskommene ſinus ſeines anguli ſinus rectus, oder ſeines complementi zu zweyen / und conſequenter ſein angulus acutus oder obtuſus ſey. Welcher Zweiffel aber/ wann vor der operation/ nicht vorhin ſo viel von dem triangulo bewuſt / daß man ihn aufreiſſen könnte / durch dieſe Manier kan benommen werden/ wann man eine perpendicular von der Winckel einem / er ſey bewuſt oder unbewuſt / doch daß derjenige / wie auch das latus, welchem die perpendicular entgegen kommt / bewuſt ſey / herunter ziehet. Zum Exempel ſetze ich / fig. fol. T. ein triangulum, ſo noch nicht geriſſen/ an welchem zwo Seiten bewuſt / deren eine 72/ die andere 120/ und der Winckel an der Seiten 72 ſey 32°. 20'. aber die andere zween Winckel ſeyen nicht bewuſt: auch nicht ſo ferne / ob einer unter denſelben ſpitzig oder ſtumpf ſey. So reiſſe ich das latus d e, ſamt dem Winckel e d f, ziehe d f, doch noch zur Zeit / als eine blinde Lini/ faſſe hernach mit dem Circul die Lini e f, 120/ ſetze den Circul in e, und reiß mit dem andern Fuß die Lini d f, ſo wird der triangul d e f. Iſt die Frag / ob derſelbe recht geriſſen ſey: Hie iſt erſtlich an dem / daß weil der Winckel d, ſo bekandt

gege-

gegeben worden/ſpitzig/ und das gröſſere latus e f demſelben unterzogen iſt/ der Winckel e, deme ein kürtzeres latus unterzogen / nicht kan rectus oder obtus ſeyn / ſondern noch kleiner ſeyn muß / als der Winckel d, und wann er ſchon derſelben gleich wäre / doch weniger als einen geraden Winckel machen / und alſo der Winckel e obtus ſeyn müſſe / er ſey nun noch zur Zeit wie er wolle / ſo ziehe ich von demſelben ein perpendicular e h, und ſprich alſo: ſinus totus gibt e h, 72. was gibt deß bekandten Winckels e d f, 32°. 20'. ſinus 53848? facit e h 38 3. Item: was gibt deß bekandten Winckels e d complement d e h, 57°. 41'. ſinus 84495? facit d h, 60. Weil nun noch ein gröſſers Stück übrig / nemlich h f, welches dem übrigen Theil deß Winckels d e f, nemlich h e f unterzogen/ ſo ſiehe ich/ daß der Winckel d e f obtus iſt / ſprich ferner: e f 120 gibt totum ſinum. Wie nun ferner zu procedirn, erſcheinet aus vorigen exemplis.

VIII. Wann man in einem triangulo, zum Exempel g h i, fig. 8, zwey latera, weiß/ als g h, 148/ h i 95/ ſamt dem Winckel/ welchen ſie begreiffen/ als g h i, 76°. 20'. ſo addire man erſtlich ſolche beyde latera, thut die Summa 243/ ſubtrahire auch das kleiner von dem gröſſern / reſt. 53/ darnach ziehe man den Winckel 76°. 20'. ab von zweyen Rectis 180/ reſt. 103°. 40'. die Helfft 51°. 50'. tangens 227229. Sprich / die Summa 243 gibt den reſt 53/ was gibt 127229? facit 27749 tangens zu 15°. 30'. 42''. addirt zu der Helffte 51°. 50'. facit, 67°. 20'. 42''. Das iſt der gröſſer Winckel unter den zweyen g und i, nemlich g i h, ſubtrahirt aber davon facit 36°. 19'. 18''. Das iſt der kleinere Winckel/ nemlich h g i. Will ich nun auch die dritte Sei-

re Seiten haben/ ſo ſprich ich aus vorhergehender regul: deß Winckels g i h, 67°. 20'. 22". ſinus, 62276 gibt g h, 148 (oder deß Winckels h g i, 36°. 19'. 18". ſinus, 60645 gibt das kleinere latus 95) was gibt h g i 67°. 20'. deſſen ſinus 92276) facit, 147. Das iſt das latus oder die Seite g i.

IX. Wann man in einem triangulo obliquangulo (als k l m, oder k l n) fig. 9, 10. 11. fol. T. item per fig. 1. 2. 3. fol. V. alle drey latera weiß/ ſo hat man zwar genug zu allen diſtantiis, aber den Inhalt der gantzen Fläch auszurechnen/ wird gemeiniglich die perpendicular (l o) erfordert (denn wann die Helffte dieſer in die Baſin multiplicirt wird/ ſo hat man den gantzen Inhalt. Wiewol der Author in ſeinem andern Theil/ aus Clavio und meinem Herrn Anteceſſore, Herrn Schwendter ein ander Manier/ den Inhalt auszurechnen/ gewieſen hat/ da man der perpendicular entrahten kan. Iſt zwar nicht unrecht/ und kan gar wohl gebraucht werden/ dunckt mich aber für die jenige/ welche den Grund ihrer Arbeit etwas näher kommen wollen/ der Weg durch die perpendicular füglicher/ auch kürtzer/ und iſt die operatio zweyerley. Eine/ da die perpendicular innerhalb deß trianguli fallen ſoll/ nemlich in den æquilateris (fig. 9.) auf das jenige/ ſo man pro baſi nimmt/ es ſey welches da wolle/ weil ſie alle gleich ſind/ und in æquicruris (da nur zwo Seiten gleich) auf das jenige/ welches den zweyen ungleich iſt/ (es ſey gleich länger/ als derſelben eines/ wie in obtuſangulis (fig. 10.) oder kürtzer/ wie in acutangulis) und in den ſcalenis (fig. 11. und fig. 1. fol. V.) auf das längſte. Die andere operatio iſt/ wann die perpendicular auſſer dem triangulo fallen ſoll/ nemlich

lich in einem ſcaleno auf der kürtzern laterum eins (als fol. V. fig. 2/ welches dann durch ein gedüpfelte Lini heraus gezogen wird / bis auf t oder u) oder auch in einem æquicruro, da die baſis länger als die crura; auf der crurum eines / welches gleichfalls auf t und u herauszuziehen / (als fig. 3 gemeldten folii V) in dem erſten caſu darff es mit dem æquilateris und æquicruris (fig. 9 und 10) mehr nicht / als daß man die Seite / auf welche die perpendicular fallen ſolle / nemlich k n in zwey gleiche Theile theile in dem puncto o, ſo wird eine Lini von dem gegen überſtehenden Eck / auf ſolche baſin gezogen / gegen derſelben perpendicular ſeyn / und kan / wie a b, oder b c, fig. 1. 2. 3. fol. T gefunden werden. Aber in den ſcalenis k l m und p q r muß man alſo verfahren. Erſtlich geſetzt / ich wolle finden l o, in dem triangulo h l n fol. T, oder r s in dem triangulo p q r, fol. V; ſo addire ich die zwey kürtzere latera k l, l m, oder pr, qr, und behalte die ſummam; auch ſubtrahir ich ſolche voneinander / und behalte die differentz oder den Reſt / und ſprich nach der Regula detri: wie ſich hält das gröſſere / auf welches dißmal die perpendicular fällt / gegen der ſumma der andern zweyen laterum, nemlich k m, gegen k l und l m zuſammen / oder fig. 1. fol. V.) p q gegen p r und q r zuſammen / alſo die differentia der zwey voneinander abgezogenen laterum, gegen n m, oder q x, ſubtrahire m n, von k n, reſtirt k m. Item ſubtrahire q x, von p q, reſtiret p x. Dieſe getheilet in zwey gleiche Theile / k m in o, und p x in s, ſo iſt die Lini l o in dem triangulo k l m gegen der baſi k m, und die Lini r s gegen der baſi p q perpendicular. Die

Länge

Länge dieſer perpendicular durch Rechnung zu finden/kan erſtlich geſchehen durch regulam IV, daß man nemlich das quadrat der Lini k o von dem quadrat der Lini k l ſubtrahire/ und aus dem Uberreſt radicem quadratem extrahire/ die wird ſeyn die Lini l o. oder aus den tabulis ſinuum ſpreche: k l gibt ſinum totum: oder per compendium k l unter den ſinubus geſuchet/ und ſeiner graduum complementi ſecantem genommen/ und alſo geſprochen: ſinus totus gibt ſolchen ſecantem alſo k o (die Helffte der Lini k n) den Winckel k l o; welches das complement iſt deß Winckels l k o. Habe ich nun dieſen/ ſo ſprich ich abermal: ſinus totus gibt k l: alſo ſinus anguli k o gibt die perpendicular l o.

X. Wenn aber die perpendicular in einem ſcaleno oder æquicruro triangulo gegen der kürtzern laterum eines/ und alſo auſſer das triangulum fallen ſolle/ welches geſchiehet/wann das latus, darauf die perpendicular fallen ſolle/ der kürtzern eines iſt/ wie p r bey dem triangulis p q r, ſo wende ich die operatio um und ſprich: pr, das latus, auf welches die perpendicular fallen ſolle/ gibt differentiam der zweyen laterum p q, r q: alſo ihre Summa gibt p u, davon ſubtrahiret p r, den Reſt/ r u, in zwey gleiche Theile getheilet in t, darauf gezogen q t, wird perpendicular ſeyn gegen r u oder p u. Deren Länge durch Rechnung zu finden/ geſchiebet abermal auf zweyerley Weiſe/ nemlich erſtlich alſo/ daß man das quadrat r t von dem quadrat q r ſubtrahire/ ſo iſt radix quadrata deß Uberreſtes die perpendicular q t. Oder aus den tabulis ſinuum: q r gibt ſinum totum: (deß compendii, ſo hie zu haben/ iſt offt erwehnet) alſo r t den ſinum deß Winckels r q t.

deſſen

deſſen complement q r t. Darauf ferner: ſinus totus gibt q r: alſo ſinus deß Winckels q r t gibt die perpendicular q r. Welche/ was ſie nutze/ bey Ausrechnung deß Inhaltes gemeldet werden ſolle. Jetzo will ich/ gleich wie in den vorigen/alſo auch was in dieſer X und IX Regul gemeldet worden/ in exemplis durch Rechnung fürſtellen.

Erſtlich ſetze ich/eod. fol. T,fig.9, in dem triangulo equilatero klm habe jedes latus 150 Theile/ (es ſeyen Ruhten/Schuch/oder was es iſt) ſo wird k n oder n m halb ſo viel haben/nemlich 75/hie könnte ich die perpendicular finden/ erſtlich durch regulam IV, daß ich k l, 150 und k n, 75/ jedes quadrirete/ würden das quadrat von kl, 22500/ das quadrat von kn, 5625/ ſubtrahirt das kleinere 5625 von dem gröſſern 22500/ reſtirt das kleinere quadrat 16875/ deſſen radix proximè minor iſt die perpendicular l o, 129 und $\frac{9}{10}$. Will ich aber ſolche perpendicular aus den tabulis ſinuum ſuchen/ ich thue ich ihme alſo: Weil die 3 latera, k l, l m, k m, einander gleich ſind/ ſo werden auch die 3 Winckel einander gleich ſeyn. Nun hält ein jeder triangul in allen ſo viel/ als zween gerade Winckel/die thun 180 Grad/ ſprich durch die regulam detri: ſinus totus gibt kl, 150/ was gibt anguli k l n, 60. ſinus 86602? facit 129 und $\frac{9}{10}$. wie oben.

Ein anders Exempel. In dem triangulo k l m ſeyen die zwey gleichen latera k l und l m, jedes 195/ die baſis aber k m, 326. Nach regula IV zu procediren/ thäte ich alſo: Ich quadrirete kl, 195/ thäte 38025 und die halbe k m, nemlich 163 thäte 26569/ ſubtrahirete das kleinere von dem gröſſern/ reſtirete 11456/ deren radix quadrata 106/ wäre die perpendicular

dicular l o. Aus den tabulis ſinuum aber alſo; b k l. 195/ gibet ſinum totum. Alſo k o, 163/ gibet ſinum k l o, 83533/56 Grad/ 39 Minuten/ deſſen complement der Winckel l k o, 33 Grad/71 Minuten/ deren ſinus 24874. Sprich ferner: ſinus totus gibet k l, 195, was gibet ſinus l k o, 54974? facit 107.

Das dritte Exempel. Setze ich dem triangulo k l n, fig. 11. das latus k l ſey 123/ l n ſey 202/ das långſte k n ſey 254/ſo addire ich die zwey kůrtzere latera k l, 123/ l n, 202/ thut 325/ſubtrahire auch eines von dem andern / iſt die Differentz 79. Sprich nach der regula detri: Wie ſich hålt das gröſſere latus 254 gegen der Summa der andern zweyen 325: alſo hålt ſich die Differentz derſelben 79 gegen m n, thut 101/dieſes abgezogen von k n, 254/reſtiret k m, 153/ziehe auf m eine blinde Lini von l, die ſey l m, und theile k m in zwey gleiche Theile in o, ſo iſt l o die perpendicular ebener Maſſen zu finden / wie in den nåchſt vorhergehenden zweyen figuris.

Das vierdte Exempel/ fig. 1. fol. V, ſey p r, 1100. q r, 152, 205. Wann ich in dieſem triangulo die perpendicular auf das långſte latus ſencken will/ wie r s, ſo thue ich ihme / wie zuvor / ich addire die zwey kleinere latera 110 und 152/iſt die Summa 262/ ziehe auch ſolche voneinander ab/reſtiret 42. Sprich darauf durch die regulam detri: Wie ſich hålt das latus, auf welches die perpendicular fållet / und hie das gröſſeſte iſt 205 gegen der Summa der kleinern 262: alſo hålt ſich deren beyden differentz 42 gegen $52\frac{130}{205}$. oder $\frac{678}{1000}$ dieſe $52\frac{130}{205}$ oder $\frac{678}{1000}$ abgezogen von p q, 205/ reſtiret p x $152\frac{322}{1000}$ 152322'. Wann ich nun eine blinde Lini ziehe auf x, und von r die perpendicular

r s, ſo iſt abermal deren Länge zu finden/ wie l o in den triangulis k l m, k l n. Geſetzt aber ferner/ ich wolle in gemeldetem triangulo pqr eine perpendicular von r fallen laſſen nicht auf s, ſondern gegen pr, und alſo auſſer dem triangulo, wie in der praxi deß Feldmeſſens/ ſonderlich wañ man den ſuperficial-Inhalt oder die Fläch ausrechnet/ offt geſchiehet/ und unten folgen wird/ ſo iſt zwar einerley Operatio im Anfang/ deß ich nemlich das jenige latus, auf welches die perpendicular fället/ vorne an ſetze. Allein iſt ſolches latus jetzo nicht das gröſſeſte/ ſondern der kleineſten eines/ ſprich derowegen: pr, 120/ als das latus, auf welches die perpendicular fallen ſolle/ gibet der andern laterum 205/ und 152, Sum̄am 357/ alſo derſelbē differentz 53 gibet p u, 157 $\frac{82}{120}$ das iſt $\frac{67}{100}$ hievon abgezogen die baſin p r, 110, reſtiret r u, 37 $\frac{67}{100}$ (zuvor muſte man das product von der baſi abziehen/ weil ſie nemlich gröſſer war) ziehe abermal eine blinde Lini q u, ſo gibets ein triangulum, in welchem die perpendicular qt ebener maſſen zu finden/ wie im vorigen k l m, die perpendicular l o. Eben alſo thäte ich/ wann wie fig. 3, fol. V, p r und q r einander gleich wären/ das dritte latus aber p q gröſſer/ nemlich 266/ und ich wolte ein perpendicular auf p r ſencken/ ſo addirete ich q r, 110. zu p q, 205, thäte 315/ zöge auch ſolche voneinander ab/ wäre der Reſt 95/ ſpräche durch die regulam detri: p r 100/ gibet Summam: 315: alſo die differentz 95/ gibet p u, 172, abgezogen p r, 110. reſtiret r u, 162, woraus die perpendicular q t zu finden/ wie zuvor.

XI. Damit deſto leichter verſtanden werde/ wie auf dem alten wolbekandten inſtrument, welches man quadratum Geometricum, und deſſen beyde latera, durch welche die anguli gemeſſen werden/ umbram rectam und verſam nennet/ welches von den obſervationi-

bus

bus der Sonnen und deſſen Schattens / wann ſelbige durch ſolches Inſtrument geſchehen/herkommet) ſolche umbræ zu verſtehen/und der Meſſung durch die tabulas Trigonometricas correſpondire / habe ich auch folgende regulam von einer ſolution der triangulorum p q r ſetzen wollen. Wann man nemlich in denſelben das latus p r ſamt den angulis qpr, prq, und alſo per regulam I auch die Winckel q r t, item ſolcher Winckel bey p und r complementa, nemlich p q r, r q t, p q t weiß / und daraus die perpendicular, ja beyde gedüpffelte lineas q t, t r rechnen wolte / die iſt alſo: Ziehe beyder angulorum q p t und q r t tangentes voneinander ab / und ſprich: Wie ſich hält differentia ſolcher tangentium gegen q r: alſo hält ſich tangens deß Winckels q r t gegen r t. Will ich nun auch haben die Höhe q r, kan ſolche durch regulam VI gefunden werden. Zum Exempel geſetzt/in dem triangulo p q r, da die zween Circul-Bögen ſind/ ſey das latus pr, 100/ der Winckel q p r, 20/ und p r q ſey 153 Grad 40 Minuten/ und ſein complement zu zweyen rectis 26 20'. Fraget ſichs/ wie lang p t, und wie hoch q t? ſuche beyde tangentes r s, deß Winckels q p r, 36397 und u x deß Winckels q r t, 49495/ deren differentz 13098/ wie ſich dieſe hält gegen p r, 100: alſo hält ſich tangens r s, 26397 gegen r t, facit 270. Ferner: ſinus totus gibet r t, 370: alſo tangens q r t, 49495 gibet q r, 133.

XII. Eben alſo procediret man auch mit umbra recta und verſa auf den quadratis Geometricis, denn die lateras s u, fig. 5, und n o ſind/wie die tangentes, in den tabulis ſinuum. Allein dieſes iſt der Unterſcheid/ daß in dem quadrato Geometrico die latera nur auf 45 gr.

die tangentes aber / wie auch ſecantes, biß auf den 90 Grad weniger ein Minutum gehen / da denn / wann in zweyen Ständen bey einem der radius viſus auf umbram rectam, der andere auf verſam fället / man eine auf die andere reduciren muß / welches alſo geſchihet / daß man das latus quadrati (welches in etlichen 12/ in etlichen/ welches füglicher 10/100/ 1000. Theile hat) in ſich ſelbſt multiplicire / und in ſolches quadrat die gefundene Zahl dividire. Zum Exempel / bey den zweyen (fig. 5, fol. V, geſetzten) quadratis ſetze ich / es ſey eines in den fürnemſten Stand gefallen auf w, und ſey w s, 80/ da s u, umbra recta, 100 ſey / in dem andern nähern Stand aber auf l, hätte alſo abgeſchnitten von umbra verſa k n das Stuck k l, 75. Hie muß ich dieſe auf jene reduciren/ in deme ich umbram rectam oder verſam (denn beyde ſind gleich) in ſich ſelbſt multiplicire / als wann k n ſonſt 100 iſt/ ſey es jetzo 10000 / und das productum mit der gefundenen Zahl k l, diß Orts 75/ dividire / was heraus kommet/ nemlich 133 iſt umbra recta o m. Darauf ſprich ich: Wie ſich hält die Differentz zwiſchen s w, 80/und o m, 133/nemlich 53 gegen p r, 100: alſo hält ſichs s w, gegen der Diſtanz u t, facit 151. Ferner r o, 100 gibet o m, 133: alſo r t, 151 gibet q l, facit 200.

XIII. Endlich obwol die Abmeſſung der triangulorum ſphæricorum, das iſt/ auf der Kugel-Meſſung ſolcher diſtantien auf dem Felde / welche man überſehen kan/nicht fürkommen / doch weil ſie gleichwol nicht allein in ſolchen fürkommet / die über viel Meil Weges und gantze Länder gehet / davon ſonſten Geographia, die Weltbeſchreibung handelt / und wir unten auch/wils GOtt / ein problema ſetzen wollen / ſondern

dern auch zur perfectione Trigonometricæ gehöret/ und auf dem Kupfferblätlein V noch etwas ſpacii übrig geweſen/ habe ichs auch in etwas rühren wollen/ und iſt ſolche gantze Lehr verfaſſet in folgenden regulis.

1. Wann ein triangulum ſphæricum fürkommet/ wie a b c, fig. 6, welches einen geraden Winckel hat/ und an demſelben die hypotenuſa deß geraden Winckels ſamt noch einem latere oder einem Winckel bekandt/ alsdann wie ſich hält ſinus totus gegen dem ſinu ſolcher Hypotenuſæ : alſo hält ſich der ſinus eines bewuſten Winckels gegen dem latere, ſo gegen ſolchem Winckel über ſtehet. Und wie ſich hält der ſinus ſolcher Hypotenuſæ gegen dem ſinu toto : alſo hält ſich der ſinus eines andern bewuſten lateris gegen dem ſinu ſeines gegen ſtehenden Winckels.

2. Wann in einem triangulo ſphærico, wie d e f, rectangulo die latera, ſo den geraden Winckel begreiffen / entweder beyde / oder nur eines neben einem Winckel bekandt/ alsdann wie ſich hält ſinus totus gegen dem bewuſten latere : alſo hält ſich tangens deß andern bewuſten anguli gegen dem tangente deß lateris, ſo gegen ſolchem latere überſtehet. Und wie ſich hält das bewuſte latus gegen dem ſinu toto : alſo hält ſich tangens deß andern bewuſten lateris gegen dem tangente deß Winckels / ſo gegen über ſtehet.

3. Wann in einem triangulo ſphærico entweder zween Winckel und ein latus, wie g h i, oder zwey latera und ein Winckel/ wie k m bekandt/ doch alſo/ daß der bekandte Winckel/ einem bewuſten lateri entgegen ſtehe/alsdann wie ſich hält der ſinus dieſes lateris gegen dem ſinu deß Winckels / der gegen demſelben überſtehet : alſo hält ſich der ſinus eines andern lateris gegen

dem ſinu ſeines gegen überſtehendē Winckels. Und wie ſich hält der ſinus dieſes Winckels gegē dem ſinu ſeines lateris: alſo hält ſich ein anderer gegen dem ſeinigen.

4. Wann in einem triangulo ſphærico, wie n o p. zwey latera nv, pr, beyde kürtzer als quadranten bewuſt/ ſamt dem Winckel p, r, n, welchen ſie begriffen/oder man weiß drey latera, deren auffs wenig zwey kürtzer als quadrantē/ wüſte gern den Winckel von ſolchen zweyen begriffen/da hat Pitiſcus ein hübſche Manier/wie man ſolchē quæſitis gnug thun ſoll. Die iſt alſo: Erſtlich es werde gleich von einem Winckel oder von dem drittē latere gefragt/ſo thue man alſo. Man addir die zwey bewuſtē latera erſtlich eines zum andern/ hernach das Complement deß gröſſern zu dem kleinern / ſuch deß letzern aggragati ſinum, wie auch deß complementi ſinum, deß erſten/wann es weniger thut als einen quadranten/und den ſubtrahir von den letzern aggregato, iſt aber ſolches aggregatum mehr als ein quadrant, ſo ſuch deſſen ſinum Exceſſus, und addir ihn zum letzern aggregato, was heraus komt/halbire. Die Zahl ſolcher Helfft/ſetz in der regula detri, und wañ das quæſitum das dritte latus iſt/ ſo ſprich: wie ſich hält ſinus totus gegen jetztgemeldter Zahl/ alſo hält ſich ſinus verſus deß bewuſten Winckels gegē der Zahl/ſo heraus komen/ nnd wann ſie von dem letzern aggregato, wo ſie kleiner/ ſubtrahirt wird / den ſinum complementi deß dritten lateris überläſt. Iſt ſie aber gröſſer/ſo ſubtrahir jene davon/was überbleibt/ iſt der ſinus exceſſus deß dritten lateris. Sind aber die drey latera bewuſt/uñ wird von dem Winckel gefragt/ſo ziehe dē ſinum complementi deß 3ten bewuſtē lateris ab von dem andern aggregato, oder addir den ſinū exceſſus dazu. Solche Zahl ſetze in der Regul detri, zu letzt

den

den ſinum totum in die Mitte/und die vorige Helfft zu Anfang/ſo kom̃t der ſinus verſus deß bewuſtẽ Winckels heraus. Ein Exempel kommt unten Add. VIII. Probl.

5. Wann unter zweyẽ bewuſtẽ lateribus das eine ein quadrant oder gröſſer als ein quadrant iſt / oder man will ſich ſonſten dieſer Manier nicht gebrauchẽ/kan man dieſe für die Hand nemen. Es ſeyen an dem triangulo n,r,p, bewuſt die zwo Seiten nr, pv,ſamt dem Winckel nvp. ſencke von der kürtzeren bewuſten Seiten pr herab die perpendicular pq,und ſprich: ſinus totus gibt ſinum pr : alſo ſinus anguli prq gibet ſinum deß perpendiculi pq. Ferner: tangens anguli prq gibet ſinum totum: alſo tangens perpendiculi pq gibet qr, abgezogen von nr, reſtiret nq. Ferner nq gibet tangentem pq: alſo ſinus totus gibet tangentem anguli pnq. Endlich ſinus anguli pnq gibet ſinum pq: alſo ſinus totus gibet np.

Wann ein triangulum ſphæricum fürkommet / in welchem zwar drey Stücke/es ſeyen Winckel oder latera, gegeben worden / doch nicht alſo/daß ſie ſich in vorigen Reguln eine unvermittelſt ſchicke/entweder weil die latera länger ſind/ als quadranten/ oder weil die bewuſte Winckel keinem bewuſten lateri entgegen ſtehen ſo werden ſolche auf vorige regulas, durch folgende Manier eine oder die andere reduciret / entweder daß man der luterum complementa ad tuos rectos nehme und rechne / oder daß man ein perpendicular herab ſencke/ wie in voriger Regul geſchehen; oder daß man ein und das andere latus ſo weit continuire / bis ein perpendicular darauf kan geſencket werden / oder ſie einander wieder berühren / welches jedesmal an dem globo geſchihet/wann ſolche latera halbe circuli werdẽ/wie fig.7. mit etlichẽ exemplis gewieſen/und bedeutẽ in dieſen Figurẽ n. 6 und n. 7 die Strichlein an dẽ laterib. und an-

gulis, daß ſolche Anfangs bekandt gegeben werden/ die Nullen aber/ daß ſie nicht bekandt/ ſondern durch Rechnung erſt geſuchet werden müſſen.

Wie nun dieſe regulæ demonſtriret werden/ kan man bey Pitiſco, Clavio und andern ſehen/ welche von der Trigonometria und Ceometria Practica geſchrieben/ und iſt zwar nicht ohne/ daß man ſolche beſſer mercket/ wann man ihre demonſtrationes verſtehet. Wem es aber dran mangelt/ der ſtrecke ſein Gedächtniß deſto beſſer daran/ daß er ſie fleiſſig mercke. Dann wer dieſe regulas im Kopffe hat/ deme wird nicht leichtlich ein caſus im Feld- oder Landmeſſen fürkommen/ welchen er nicht wird ſolviren können.

ADDITIO VI.

Von der Convenientz/ Unterſcheid und Gebrauch der inſtrumenten/ welche zum Lande und Feldmeſſen gehören.

Der Author, wie wir in dem erſten Haupt-Theile gehöret/ gebrauchet ſich hiezu mehr nicht/ als eines Winckelhackens/ oder eines Winckelrechten Creutzes und der Meßruthen/ und damit verrichtet er alle ſeine fürgenommene problemata, ohne daß er/ wie er ſaget/ Luſtes wegen und nicht aus Noth der quadranten zu Zeiten gebrauche/ welches ich an ſeinem Orte ſtelle auf einem ebenen Felde/ ſonderlich wann es allein/ um die Ausrechnung deß Inhalts und Abtheilung der Aecker/ Wieſen/ Wälder/ und dergleichen zu thun/ welches eigentlich das Feld gemeſſen heiſſet. Ob aber

aber auch im Landmeſſen/ Auf- und Abtragung der Figuren vom Felde aufs Papier / und vom Papier auf das Feld/ Grundlegung / Meſſung unbegänglicher ja zu Zeiten nicht gantz ſichtbarer diſtantien / nicht allein den Inhalt auszurechnen / ſondern auch anderer Urſach wegen / ſo zu Kriegs- und Friedens Zeiten fürfallen / (dieſes mal aber zu ſpecificiren nicht nöthig) ob / ſprich ich / ſolches durch ſolche ſchlechte inſtrumenta allein zu haben / ſtehe ich ſehr an/ halte auch nicht dafür/ daß die Meinung deß Authoris ſelbſten alſo geweſen. Weil derowegen zur Perfection der Wiſſenſchafft dieſer Kunſt / Wiſſenſchafft aller dazu gebräuchlichen inſtrumenten / oder ja der fürnemſten gehörig / habe ich die vor dieſem einem Tractätlein (welches aber ſeithero abgangen) von mir gezeigte harmoniam aller zum Feldmeſſen gebräuchlichen Inſtrumentorum in etwas vermehret und verbeſſert / oder ſonſten beſſer erkläret / hieher ſetzen wollen.

Gleichwie aber die Linien / aus welchen die Figuren/ ſo zum Abmeſſen tüchtig ſind/ beſtehen/ zweyerley ſind : Gerade / und nach dem Circul geriſſen / auch die figuræ, wann ſie abzumeſſen / in triangula und quadrangula getheilet werden / welche aus Linien und Winckeln beſtehen : alſo ſind auch die inſtrumenta, ſo zur Abmeſſung gehören / zweyerley: etliche zu Linien / und etliche zu Winckeln gehörig. Was nun hie für inſtrumenta auf das Papier nothwendig gehören / iſt oben bey dem Abreiſſen angezeiget : Doch iſt auch zu dem jenigen/ von dem Maßſtab und deſſen Verkleinerung oder Verjüngung/ wie man redet/ wie auch von der eiſern Reiß-Feder dazumal geſaget / auch dasjenige / ſo auf dem Kupfferblat fol. W fürgeſtellet / zu gebrauchen.

brauchen. Auf dem Felde aber gehöret zu den Linien eine Meßkette oder Schnur / im Oel geſotten / damit ſie nicht ein⸗ oder ausgehe) die Meßkette kan füglich (wie gleichfalls fol. W gezeigt) in ſo viel Gelencke durch etwas ſtarcke eiſerne Dräthe und Ringe getheilet werden / ſo viel ſie Schuch lang iſt / und jedesmal wann ſich zehen Schuch enden / ein gröſſerer Ring / als ſonſten genommen werden. Auch thut es nicht unrecht/wann man eine ſolche Meßkette oder Schnur länger nicht / als einer Ruthen lang / und zu den zweyen Enden jedes eine Hülſen oder groſſen Ring machet / Stäb darein ſtecket / und alſo eine Ruhten nach der andern miſſet / wie ſolches fol. W lineis AB fürgebildet. Der lange Stab mit litera C iſt zu Bemerckung der Ecken auf dem Felde / und wann das Zäpfflein E daran iſt / ſonderlich bey den Meſſungsſtänden / entweder die Inſtrumenta daran zu hangen / oder wol ſolche Zäpfflein ſelbſten an Statt der Abſehen zu gebrauchen / und wann das Feld etwas hart iſt / kan man unten am End ſolche Stäb mit Eiſen beſchlagen / daß ſie aber hingegen auf weichem Felde nicht zu tieff hinein gehen / mit einem Knebel verſehen / wie der kleine Buchſtab d weiſet. Die kleinere Stäblein / wie litera D, mit dem gedreheten Knopffe / werden in dem Meſſen / ſo offt ſich die Kette endet / wie auch die fürnehmſte Puncten einer Figur / die ausgeſtrecket wird / benantlich das äuſſere der Polwerck und Streichen / wann ein Baugrund einer Feſtung ausgeſtecket wird / gebrauchet. Wie ihme aber zu thun / wann man an ein Ort kommet / da die Ruhte oder Schuch länger oder kürtzer ſind / als man etwa gewohnet / das iſt aus deme ſo oben in der Rechnung von der Reduction aus der

regula

regula detri, item bey dem Authore Num. XIV. gedacht/abzunehmen. Zu intervallis, welche kleiner ſind/ als Schuch/es ſey auf dem Felde/oder auf dem Papier/ kan man den Schuch in 10 Theile/ein ſolches zehendes Theil wiederum in 10/das Theil wiederum in 10 Theile/alſo daß der gantze Schuch in 1000/ und die Ruhte von 10 Schuchen in 10000 Theile kommet/auf ſolche Manier theilen/wie gleichfalls fol. W bey Abtheilung der Maßſtäb mit num. 1/2/3/4/5/6/zu ſehen/und was jedes für Ståb ſeyen/darauf geſchrieben ſtehet: Und iſt der Nürnbergiſche Stadt-Schuch/ wie auch der gemeine Werck-Schuch von einem gemeinen Zimmermans-Circul/ der Rhein-Ländiſche Fuß aus Adam Freytags Fortification/der Römiſche Schuch aus deß berühmten Italiäniſchen Baumeiſters Scamoccii Architectur genommen. Iſt/ wie zu ſehen/ ein ſchlechtes kürtzer/als unſer gemeiner Werck-Schuch/ ja ich halte dafür/die erſte Erfinder unſers Werck-Schuchs haben ihn für den Römiſchen Fuß genommen. Es ſind aber ſolcher Werck-Schuchen etliche in 10/ und ferner in 100/etliche in 12 und 60 Theile getheilet. Jenes wegen füglicher Rechnung/ dieſes wegen genauer Theilung/ denn 10 läſſet ſich nicht mehr als in 2 oder 5: 12 aber/ läſſet ſich in 2/3/4 5/6 Theile abtheilen/ davon dann/ wann man etwas aufs Papier tragen will/man ein ſolches 100 Theil deß Schuchs von ſolchem Maßſtäblein nemen und für eine Ruhten gebrauchen kan/oder nach Belieben und ungefähr alſo: Man reiſſe auf dem Blat eine Lini zimlicher Länge/ thue hernach den Circul ein wenig auf/ nachdeme es das Spatium deß Papiers/ damit die Figur darauf und doch die Linie gegeneinander in rechter Proportion kommen mögen/ leidet/ und ſchneide mit ſolcher kleinen Apertur deß Circuls 12/

oder

oder damit es nach obengezeigter Logiſtica decimali gerechnet werden möge / 10 Theile ab / (das ſind Zöll oder minuta prima, wann man die Schuch pro integris gelten läſſet / wie ich dafür halte / oder minuta ſecunda, nach deß Authoris Meinung / welcher die Ruthen pro integris nimmet) darnach faſſe er ſolche 10 Theile wieder mit dem Circul / und trage ſie nacheinander fort auf die Anfangs gezogene Lini / wann er 10 hat / ſo hat er eine Ruthen / hat er wieder 10 / ſo hat er zwo Ruthen / und ſo fortan. Und dieſes nennet man den verjüngten Maßſtab. So viel von den inſtrumentis, ſo zu Meſſung der geraden Linien gehören.

Betreffend die inſtrumenta, ſo zu Abmeſſung der Winckel gehörig / gefället je einem dieſes / dem andern ein anders / doch treffen ſie endlich alle überein / in deme / wie gemeldet / alle ſolche inſtrumenta zu anders nichts / als zur Meſſung der Winckel können und müſſen gebrauchet werden / beſihe die figuras fol. X. Wir wollen das fürnehmſte / ſo wir zu handeln gedencken / auf zwey inſtrumenta richten / aus welchen alle andere leichtlich zu verſtehen / (wie dann ſolche collation jedesmal / wo es nöthig / nicht ſolle unterlaſſen werden) nemlich auf das Tiſchlein und transportur, oder dergleichen rundes inſtrument in gradus circuli abgetheilet. Dieſes dienet zu dem Meſſen / Auf- und Abtragen durch Trigonometriſche Rechnung; jenes ohne dieſelbige / wie der Author mit den ſeinigen / nemlich mit dem Winckelhacken / und dazu gehöriger Meßruthen / die Winckel dadurch zu meſſen / umgehet / wird der Leſer aus dem erſten Haupt-Theile verſtanden haben. Und habe ich für unnöthig erachtet / ſolche auch auf fol. X. fürzubilden / ſintemal die Arme ſeines

Winckelhackens anders nichts ſind / als die Arme an der transportur oder die Regul daſelbſt und auf dem Tiſchlein; an Statt der graduum aber der transportur miſſet er mit der Meßruhthen die chordas und ſinus, wie Num. XVI. ſeines erſten Theiles/ und ſonſten hin und her bey ihme zu ſehen.

Auf unſere instrumenta aber zu kommen / iſt das Tiſchlein ein viereckichtes Bret / ungefähr anderthalb Schuch breit/dem Erdboden parallel, und Wagrecht geſetzet / (welches jedesmal mit einer daraufgeſetzten Bley-Wage exploriret werden kan) darauf man eine regulam a b mit zweyen Abſehen (deren entweder ein jedes ein Löchlein / die gerad über der Schärffe aufeinander gehen / oder nur das nächſte bey dem Auge mit einem oder etlichen Löchlein / die gerad Bleyrecht übereinander ſtehen / und oben ein Kerblein oder Schnittlein / das fernere aber eine Seiten oder auch ſubtiles Schnittlein aufgerichtet hat) und durch das Löchlein c mit einer Nadel hefftet / und durch gemeldete pinnulas oder Abſehen über der Schärffe der Regul hinſihet/ und wie ſolche Schärffe fället / eine gerade Lini ziehet / bis eine Lini nach der andern und alſo die gantze Figur fertig wird. Die Form deſſelben iſt unter den ſchematibus fol. X, ſo viel die nöthigſte Stücke belanget / ſchlecht und gerecht fürgebildet / und vermeintlich alſo / daß es auch von einem / der nie keines geſehen / nachgemachet oder einem Handwercksmann angegeben werden kan. Zu welchem Ende ich ſonderlich eine ſolche Form deß Fuſſes k, l, m, geſetzet / welche aus dem Abriß nachgemachet werden kan/(nemlich man mache nur einen Stock k l o mit dreyen Oehrlein und ihren Löchlein / bey welchen die drey Füſſe oben

mit

mit ihren Schnitten und Löchlein einzurichten und anzuhefften) da hergegen die andere ſonſt gewöhnliche Form (ob ſie wol in dem Fall füglicher/ daß man ſie etwas genauer zuſammen legen und etwas leichte auf das Feld tragen kan/ alſo auch ich nicht verwerffen will) alſo beſchaffen/ daß ſie ſchwerlich von einem/ der ſonſt nie keines geſehen/ aus bloſſer Beſchreibung zu verſtehen oder ins Werck zu richten. Wer aber ſeinem Verſtand ein mehrers in dergleichen getrauet/ als ich/ der mag Herrn M. Daniel Schwendters dritten Tractat Geometriæ Practicæ p. 3. & ſeqq. beſehen; da gleichfalls unter andern Stücken deß Tiſchleins ein Abriß ſolches Fuſſes zu finden. An dem Tiſchlein hat die untere ſuperficies ein angefügtes Blöcklein d e, und in demſelben ein Loch/ darein das obere Stuck deß Fuſſes k bis zu dem Abſatz l zu ſencken/ und durch das Schräublein f das Tiſchlein/ nachdeme es zuvor auf das rechte Ort gedrehet/ zu befeſtigen. Oder; man mache unten in der Mitte deß Tiſchleins einen Zapffen mit einem Abſatz A, den Zapffen B aber an ſich ſelbſt ſo lang oder ein wenig länger als der Stock/ und an Statt deß Zapffen in dem Stock/ bohre man ein Loch/daß der Zapff B könne hinein geſteckt werden/ und unten an den Zapffen henge man die Bley-Wage C, daß alſo das Tiſchlein auf dem Fuß ruhe.

Auf der obern ſuperficie iſt ſolches Tiſchlein einem gemeinen Brete gleich/ ohne daß ein Compaß daſelbſt eingeſenckt werden kan. Wiewol ſolches auch in einem Schublädlein/ ſo unter dem Tiſchlein im Fall fürgezogen werden kan/ nicht unfüglich/ damit auf dem Tiſchlein der Raum zum Abreiſſen gantz bleiben möge.

möge. d e, d c, ſind neben Reguln durch die Löchlein H und I an die Seite deß Tiſchleins / und deren Löchlein mit kleinern Buchſtaben l und i daſelbſt bezeichnet / mit Schräublein anzuhefften / daß d c überſich gewendet werde / wann man überſich miſſet / unterſich / wann man unterſich miſſet. Wiewol ich / die Warheit zu ſagen / mehr davon hielte / wann man den halben Circul m n o entweder mit der Regul / welche man ſonſt auf dem Tiſchlein gebrauchet / und bey dem Abriß deß Tiſchleins mit a b gezeichnet iſt / oder an Statt ſolcher Regul / ja auch neben derſelben mit einem von dem centro c herabhangendem Bley-Senckel alſo an das Tiſchlein henckete oder anhefftete / daß der diameter m o der Lini deß Tiſchleins h i parallel, oder mit derſelben eine Lini würde. Sonſten kan man auch die aufgerichtete Regul f g, daran ein Bley-Senckel hanget / an Statt obgemeldter Bley-Wage / gebrauchen / welches zwar auch die transportur in jetztgemeldetem ſitu anzeigen kan. Ihr fürnehmſter Gebrauch aber / um deſſen willen ſonderlich erfunden iſt / daß man ſolche an gemeldete Seiten-Regul anhält / (wie mit blinden lineis f g angedeutet) den angulum obſervationis f g zu meſſen. Wiewol / wann man nicht ſonderlich fleiſſig iſt / groſſe Fehler damit begangen werden können / wie den jenigen / der es probiren will / das Werck lehren wird. Wie aber das halbe Circul-Bögenlein m n o, oder eine rechte Transportur, wann ſie von dünnem Meſſing gemachet und fein genau abgetheilet wird / diene / daß man ſolche auf das Tiſchlein / darunter aber einen Bogen Papiers lege / alſo daß das centrum c auf das Löchlein komme / in welches die

Nadel

Nadel geſtecket/ an welcher die Regul herum gehe/ damit man den Abriß und Rechnung beyſammen habe/ davon wird bald ein mehrers bey der Transportur ſelbſten zur Nachricht genommen werden können.

Wie man auch die Winckel/ ſo auf dem Tiſchlein fallen/ mit Hülffe der Meßketten und eines ſubtilen Maßſtäbleins viel genauer zu finden/ als wann man einen aufs ſubteileſt ausgetheilen Circul-Bogen hätte/ deſſen radius 10 Schuch hielte/ hat der Author an einem Winckelmaß gelehret/ welches/ wie es auch auf das Tiſchlein zu ziehen/ aus collation leichtlich verſpüret werden mag.

Die Transportur ferner zu beſchreiben/ hat ſolche den Namen von transportiren/ das iſt/ übertragen/ da man das jenige/ ſo man durch dieſelbe obſerviret/ und vermittels auch derſerlben auf das Papier tragen kan/ und iſt ſolche ein runder oder halb-runder Bogen/ wie bey literis fig. 5. und 6 in etwas abgebildet/ in die gewöhnliche gradus circuli abgetheilet/ auf deſſen centro, gleichwie auf dem Tiſchlein eine Regul mit zweyen Abſehen herum gehet/ und die Winckel abſchneidet/ nicht allein dem Augenmaß nach/ wie auf dem Tiſchlein/ ſondern daß ſie zugleich weiſe/ wie viel Grad deß circuli ein Winckel in ſich halte.

Wie und in was Ordnung aber die Abtheilung deß circuli, es ſey ein gantzer/ halber/ oder nur ein quadrant, füglich könne verrichtet werden/ iſt oben bey dem Abriß probl. XXVI, fol. I, gezeiget worden/doch mit Vorbehalt eines und deß andern/ſo noch dabey zu erinnern. Erſtlich die Regul betreffend/ kan ſolche zwar einfältig/ wie literæ l. k auf gemeldetem fol. I, zur Seiten zeigen/gemachet/ und mit dem centro L auf

das

das centrum B mit einem Stefftlein angeheftet werden. Allein ſchicket ſichs hernach ſo wol nicht zum transportiren / man wolte dann auf das Papir einen Circul-Bogen reiſſen / ſo groß ſolcher transportur iſt / welche man auf dem Felde brauchet / und die in der obſervation gefundene gradus auftragen. Wozu man aber (andere incommodität zu geſchweigen) nicht allezeit auf dem Papier wird Raum haben. Halte derowegen mehr auf eine ſolche Form der Regul / wie literis M N O P fürgebildet / welche man mit dem Schräublein O P auf die baſin A B und Schrauben-Löchlein Q R, und zugleich einen Bogen Papier (unter die transportur, wann ſelbe ausgeſchnitten / wie ich am beſten halte / oder auf die transportur, wann ſie nicht ausgeſchnitten / unter die Regul O P) heffte / ſo wird ſolche nicht allein die gradus an der transportur abſchneiden / ſondern man wird zugleich auch ſolcher Regul nach / alles / was und wie es auf dem Felde obſerviret / auf das Papier können nachreiſſen. Die pinnulas oder pinnacidia bey M und N habe ich etwas hoch gemachet / damit die Meſſung gegen Berg oder Thal die transportur nicht dörffe in ihrer Stellung geändert werden / wie man ſich insgemein durch einen ſolchen Fuß / wie litera S fürgebildet / unterſtehet. Welchen wann man gebrauchen will / ſo muß an der transportur unten unter dem centro B ein Röhrlein gemachet werden / wie literis a a, worein der Stefft S geſencket werden könne. Das Stuck aber a muß in ſeinem Stab / wie literis b b, der oben ein Schrauben-Mütterlein und unten einen Stachel hat / eingeſchraubet werden. Die Warheit aber zu ſagen / ſo will mir ſolches / wann man ſuperfi-

cies, das iſt / die Flächen miſſet / nicht allerdinges gefallen / ſintemal dadurch das centrum verrucket wird. Wann man aber die pinacidia etwas hoch machet / ſo kan man / wenn eine Höhe zu meſſen / welche doch im Grunde dem Horizont reſpondiren ſolle / durch das Löchlein T auf V, in Meſſung aber eines Thals von W auf X zu ſehen / dann es im Grunde eben ſo viel iſt / als wann man aus dem centro Y nach der Schärffe YZ hingeſehen hätte / daß man alſo meines Erachtens um ſolchen Gebrauches willen / da die Meſſung der Höhen dem Horizont correſpondiren ſolle / eines ſolchen Fuſſes wol entberen kan. Zu ſolchem Gebrauch aber deß hohen Meſſens / da man die transportur an eine Stangen hencken ſolte / kan ein ſolcher Fuß gebrauchet werden / daß man den in die transportur eingeſenckten Zapffen mit ſamt derſelben herab auf T ziehe / damit die transportur hange / wie die gedüpffelte Figur derſelben / und der Senckel bey 2 weiſet Wiewol wie oben fol. W gemeldet / eine in die Erden geſteckte Stange eben daſſelbe præſtiren kan. Damit ich mich aber wiederum zur Abtheilung wende / iſt durch dieſelbe der Bogen der transportur genauer nicht / als in gradus getheilet / dieweil aber die Regul ſelten præcisè auf Grad fället / ſo kan zu ſolchen kleinen Theilen dreyerley Weiſe dieſelbe eigentlich zu meſſen fürgeſtellet werden. Erſtlich wann die transportur eine merckliche Gröſſe hat / kan jeder Grad wol in 4 / 6 / oder mehr Theile getheilet werden / womit man denn / wenn man fleiſſig iſt / zimlich nahe wird zutreffen / denn ja ein ſolcher Theil auch ſeine latitudinem hat / daß man endlich auf Minuten käme / oder man theile den gradum, wie bey literis b c, fol. I. zu ſehen / oder man nehme ein Win-

ckel-

ckelmaß dazu/deſſen crura ſo lang ſeyen / als das latus A B, oder B C, oder die Regul deß quadranten oder transportur, theile ſo wol ſolche latera deß quadranten/als deß Winckelmaſſes alſo/wie fol. W, die Werck- und Stadt-Schuch/nemlich erſtlich in 10/und ein ſolches zehendes Theil in 100 Theile/ daß alſo das gantze in 1000 Theile kommt. Wenn man den einen Winckel obſerviret/daß die Regul ſtehet wie BE fol. I. und ſtellet das Winckelmaß/ wie E, F, G, ſo wird die Regul an dem Winckelmaß die partes ſinûs in partibus radii 1000 abſchneiden/ welches in Winckeln unter 45 Grad / auch faſt Minuten weiſet. Sind ſie aber darüber / wie zwar dieſer Winckel A B E auch drüber iſt) ſo kan man das complement nehmen / wie die Lini F h weiſet. Auch habe ich vor dieſem eine Manier fürgeſtellet / da man / wenn man fleiſſig damit umgehet / auf die Minuten gelangen kan / nemlich alſo: Man mache die Regul I K oder Y Z auf zween oder mehr Schuch lang/oder (weil ſolche nicht auf alle Fälle ſo lang dienſtlich) mache man ſie alſo / daß ſie darauf geſchraubet / und wieder herunter gethan werden möge. Und zuförderſt mache man ein Blätlein daran / darauf ein Grad deß circuli, wie ihn die Länge ſolches radii gibet / geriſſen / und in Minuten abgetheilet / wie fol. I. lit. b c angezeiget. Geſetzt nun / fig. 9, fol. X, a b ſey ein Stuck deß Bogens einer transportur, und das ſpacium c d wäre ein Grad / und die anguli verlängert von e auf F, fiele weder auf c oder auf d, da ſich der Grad endet / ſondern darzwiſchen / wie die Lini e f zeiget / ſo nehme ich einen Faden / und zöge ihn von dem centro e durch die Endung deß Gradûs c bis hinaus zu dem

gröſſern abgetheileten Grad / ſo würde mir an dem ſelben der Bogen f g weiſen / wie viel Minuten an der transportur wären von c bis auf die Regul e t. Dieſer Manier könnte man ſich gebrauchen in ſehr fernen diſtantiis, welche man doch gern genau wüſte / als in Land-Charten und andern Geographicis, in andern gemeinen Meſſungen aber / gedächte ich / man behelffe ſich mit dem / was die transportur insgemein gibt. Sonſten kan ſolche ausgetheilete transportur aufgeſetzet werden / wie bey dem Tiſchlein der Fuß k l m fig. 1. zeiget / wenn man obſerviret hat / und die Winckel auch in ſolcher apertur auf das Papier bringen will / und ſie auf keinem ſolchen Blat / wie oben gedacht / aufflieget / herabgenommen / auf eine Reißtafel oder Papier geleget / und alſo auf- und abgetragen werden. Wo ſie aber nicht allerdings füglich dazu gemachet / und ſonderlich wann man mit der Reiß-Federn nicht genau genug zum centro kommen kan / oder andere Umſtände hindern / da hält man dafür / man könne ein abſonderliches Bögenlein / wie r s. fig. 7. fol. X dazu gebrauchen / oder auf das Reiß-Blat einen Circul / deſſen radius dem radio der transportur gleich / auf dieſer die Bögen deß obſervirten Winckels mit dem circulo faſſen / und auf ſolchen aufgeriſſenen Circul-Riß auf zeichnen. Doch triffet die Manier durch die Regul M N O P deß Kupfferblats I beſſer und näher zu.

Gleichwie nun jetzt beſchriebene inſtrumenta in dem übereinkommen / daß die Winckel an den Geometriſchen Figuren damit abgemeſſen / und daraus die übrigen latera, ſo mit der Ketten nicht gemeſſen werden können / ausgerechnet werden / alſo iſt hieraus leicht

leicht abzunehmen / wie alle andere instrumenta, ſie haben Namen / wie ſie wollen / als Winckel-Creutz / quadranten / quadrata, octanten / item radii oder Jacobs-Stäbe / ja im Nothfall nur gemeine Bretlein / die etwas glatt / und gemeine Stäbe / zu ſolchem intent zu gebrauchen. Dann in allen ſiehet man auf zwey aufgeheſftete pinnulas mit Löchlein oder Klüfftlein / oder auf cylindros, oder Stäbe / ꝛc. auf die äuſſerliche puncten-Stäbe oder dergleichen Zeichen der Linien / ſo aus- oder abzuſtecken von einem centro, über welchem die Regul angeheſftet / oder davon Bley-Senckel herab hangen / ꝛc und zehlet dazwiſchen ob / wieviel Circul-Grad oder Theile deß transverſalis dem angulo obſervationis unterzogen / und an Statt der ſinuum tangentium und chordarum ſind / damit man die Figur auszurechnen und abreiſſen könne. Und iſt ſolche concordantia aller inſtrumenten in Meſſing ſowol der Höhen als der diſtantien auf dem Blate der ſchematum Y fürgebildet.

Doch in ſpecie habe ich von dem radio oder Jacobs-Stab den tironibus zum beſten erinnern wollen / daß / wann man mit demſelben nicht fürſichtig umgehet / groſſe Fehler ſich begeben können. Dann er gründet ſich auf eine falſche hypoteſin, nemlich als wenn die radii deß Geſichts und obſervation eigentlich bey dem puncto c (beſihe fol. Y die auf der Seiten abſonderliche Figur deß radii) angiengen / da ſie doch von dem Auge gehen / welches nicht unvermittelſt an c kan gehalten werden / dazu der Augapffel kein centrum oder punct ſo untheilbar / ſondern keine latitudinem hat / daher die dadurch-gemeſſene diſtantia allezeit gröſſer heraus kommet / als ſie in der

Warheit iſt. Dieſem defect könte man meines Erachtens in dem Feldmeſſen alſo helffen / daß man bey c ein ſubtiles cylinderlein oder Stefftlein einſteckete / welchem die in dem transverſal bewegliche pinnulæ, oder welche auf dem Felde füglicher / cylinderlein reſpondireten / und in dem obſerviren nicht auf zwey Ort zugleich / ſondern auf eines nach dem andern zuſehe. Dieweil aber indeſſē der radius nicht wol ſo ſtet in der Hand gehalten werden kan / möchte man / wenn man diſtantias meſſen wolte / ihn auf einen andern Stab / wie ſonſt ein inſtrument, aufhefften / ſo dörffte man beſſer zutreffen. Und was hie von den Stefftlein geſaget / könnte auch ſonſt / wenn man gemeine Stäbe zu Abmeſſung der Höhen brauchen wolte / practiciret werden. Denn in ſolchem Fall wäre mein Raht / man ſteckete auf die Seiten ſubtile Stefftlein / wie fol. W bey dem Stab C und deſſen Zäpfflein E, auch fol. Y unter den Höh-Meſſungen / literis abcde zu ſehen / ſo dörffte man ſich nicht dahinder legen / wie ſonſt / ſonderlich bey den Zimmerleuten gebräuchlich / wenn ſie einen Baum abmeſſen / entweder in gantzer Höhe / wie fig. 8. fol. X, der Punct a, oder ſo weit er ihnen zu einen Balcken tüglich / wie der Punct b weiſet. Sonderlich aber damit man ſich der Ebene deß Horizonts recht verſicherte / wäre gut / daß man nicht nur zween / ſondern drey ſolche Stäbe hintereinander ſteckete / deren cylindri a b c, in gleicher Höhe von unten auf angehefftet / welche hernach / wenn der Boden eben / in einer Lini hinſtehen würden. Etliche / ſonderlich Mechanici, legen eine Latten auf 2 Pfoſten / und ſetzen auf die Latten ein Bley-Wag / ſehen hernach über der Latten hin / welches wol gut / und nicht uneben zutriffet / aber etwas müheſam / ſonderlich wenn

man

man weit meſſen ſolle. Dazu hat ein Mathematicus faſt eben ſo leicht ſeine Inſtrumenta, als eine Latten zur Hand / und da er ſolche nicht hätte / könnte er mit drey Stäben / die gleichfalls eben ſo leicht / als eine Latte zu haben / ſolche Mühe erſparen. Ja es iſt auch / wenn man gleich perfecta inſtrumenta zur Hand hat / ſehr füglich / daß man ſolche an dergleichen Stäbe henge / und mit etlichen hintereinander geſteckten Stäben das intervallum zweyer Stände / ſo man im meſſen zu nehmen pfleget / erkundige / ob es auch (wie ſichs bisweilen fälſchlich anſehen läſſet) ſchnur-eben / oder wieviel der Horizont an einem Ort höher als an dem andern ſey. Denn ſonſt ſtarcke Fehler ſich begeben können. Etliche vermeinen auch / man ſolte an Statt der Latten eine lange Schnur nehmen / und an 2 Stäbe binden / und ausſpannen / und an ſolche Schnur eine transportur oder dergleichen inſtrument hengen. Iſt aber auch ein imperfectes Weſē / denn unmüglich iſt / eine Schnur / die nur ſo lang iſt / als eine groſſe Geigen-Säiten / geſchweig denn etlich Schuch der Ruthen lang / alſo anzuziehen / daß ſie durchaus gleich feſt ſey / ſondern ſie bleibet mittē lotter / (daher eine geſpannte Lauten- oder Geigen-Säiten nicht leichtlich in der Mitte / ſondern bey dem Kragen oder bey dem Steg reiſſet) und wenn man ein inſtrument daſelbſt daran hengen wolte / würde ſie ſich unterwerts geben / und keine gerade Lini mehr machen / ſind alſo die Stäbe / wenn ſie gemeldter maſſen gebrauchet werden / füglicher. So viel den inſtrumentis principalibus.

Minùs principalia inſtrumenta, und die neben mit zugebrauchet werden / ſind Stäbe zum Ausſtecken / lange und kurtze / wie fol. W, literis C und D gezeiget

worden. Item ein Compaß/ ein Hand-Circul / Reiß-Bley oder Reiß-Feder/ Bleywag und Senckel/ Reiß-Tafel oder ein Papier: Zum Tiſchlein gehöret auch neben dem Papier / welches man gemeiniglich mit Wachs aufzukleben pfleget / ſonderlich eine Nadel/ an welcher die Regul gehet / ein Hämmerlein und Zänglein/ ſolche Nadel einzuſchlagen und auszuziehen. Wer an dieſem nicht genug hat / der mag Herrn Schwenders dritten Tractat von dem Tiſchlein beſehen. Solche instrumenta pflegen etliche in eine Taſchen wie die Meſſer-Krämer ihre Meſſer zu ſtecken / ich habe ſie in ein längliches Lädlein oder Schächtelein geleget/ und inwendig die Namen ſolcher instrumenten und Zugehör darein geſchrieben / damit ich/ wann ich auf dem Felde operirete / nichts dahinten lieſſe. Die Stäbe kan man weiß und ſchwartz oder weiß und roth färben/ oder in der Ferne in einen ſchwartzen Hut mit einem weiſſen Bande/ oder Schnuptuch/ oder dergleichen wol-ſichtlichen Zeichen daran hangen. Etliche geben auch den Raht in groſſer distantia ein Feuerlein anzuſchüren. Die nicht gar wol ſehen/ und doch zu zeiten mit ſolchen Sachen umgehen müſſen/ werden ohne mein Erinnern ſo klug ſeyn/ daß ſie ein gläſernes Aug in die Hand nehmen/ das iſt/ der Ferngläſer und perſpicillen ſich gebrauchen. Soviel von den instrumentis, und deren Gebrauch insgemein.

❦ (o) ❦

ADDI-

ADDITIO VII.

Etliche Problemata.

Von Abſteckung der Figuren auf das Feld / und Abtragung von dem Felde auf das Papier.

PROBLEMA I.

Eine gerade Lini von dem Papier auf das Feld / und von dem Felde auf das Papier / abzuſtecken und abzureiſſen.

Dieſes Proplema lehret zwar faſt die Natur ſelbſten. Doch will ſich die folgende darauf fudiren / wollen wir ſolches nicht gar dahinten laſſen.

I. Durch das Tiſchlein oder transportur. Stelle dieſer eines auf den Anfang ſolcher Lini / alſo / daß das centrum, oder die Nadel / an welcher die Regul deß Tiſchleins gehet / gerad über den Punct deß Anfangs ſolcher Lini ſtehe. Sihet man nun das End der Lini vor ſich und ſolle ſolche Lini / wie ſie lieget / auf das Papier gebracht werden / ſo richte man den radium, oder Regul / darauf zu / reiſſe derſelben nach eine Lini auf dem Tiſchlein / oder mercke auf der transportur, auf welchen Grad der radius gefallen / ſo kan ſolche Lini in ihrem gebührlichen ſitu aufgetragen werden. Solle aber eine Lini / welche zuvor auf das Tiſchlein geriſſen / oder an dem Bogen der transportur gezeichnet / erſt auf das Feld abgeſtecket werden / kan man

dem Abſehen nach eine oder mehr Stangen / oder Stäb / hintereinander dem obſervatori, welcher die Regul oder radium darauf gerucket / pinnulas obſerviret / in das Geſicht ſtecken.

II. Ohne das Tiſchlein transportur, oder dergleichen inſtrumenta, kan eine Lini auf das Feld abgeſtecket werden / wenn man ſich nur blos hinter die eine Stangen / als den Anfang der Lini ſtellet / und auf die andere / oder deren gehörigen ſitum, zu ſiehet / und durch einen Gehülffen eine oder mehr Stangen alſo ausſtecken läſſet / daß eine Stange die andere vor dem Geſichte gleichſam bedecke.

PROBLEMA II.

Eine Circul-runde Lini / oder gantzen circulum, auch wol eine Ellipſin, ja eine jede in einen Circul eingezeichnete Figur auf das Feld auszuſtecken / und wiederum von dem Felde abzutragen / auch das centrum eines circuli auf dem Felde zu finden.

I. Wann der Ort deß centri eines circuli, welchen man ausſtecken ſolle / allbereit gewuſt und gegeben / ſo ſtelle man ſich mit dem inſtrument dahin / alſo / daß die Nadel / an welcher die Regul gehet / ſey über dem centro a deß Kupfferblats Z, und meſſe von demſelben rings-weiſe / und ſtecke aus gerade lineas, alle in die Länge / als der Diameter deß circuli

circuli halten ſolle / und ſo viel / als man ſelbſten vermeinet / genug ſeyn / die Anzeig deß circuli damit zu entwerffen. Will man ſie in gewiſſer diſtantz voneinander haben / kan man auf dem Tiſchlein / um das Pünctlein / auf welches die Regul gehefftet / einen circulum reiſſen / ſolchen in ſo viel Theile / als man will / eintheilen / die Regul darauf herum rucken / und nach derſelben Anweiſung das Ausſtecken verrichten. Oder man könnte die transportur nehmen / und an derſelben Bogen die diſtantiam, welche die Stäb haben ſollen / zeichnen / und in dem Herumrucken deß radii in acht nehmen. Die Figur gemeldten fol. Z iſt von einem circulo perſpectiviſch; von einer Ellipſi gerad hin zu verſtehen / und iſt die operatio ſonſt einerley / ohne daß (weil in einer Ellipſi die Linien von dem centro gegen den Seiten kürtzer ſind / als auf- oder abwerts) ſolche zuvor ausgerechnet / oder auf das wenigſte aufgeriſſen / und mit dem Hand-Circul gemeſſen / und dieſe menſur in dem Ausſtecken obſervirt werden müſte.

Auch gibet gemeldete Figur deß Kupfferblats Z mit dem gedüpffelten Linien Anzeigung / eine jede in einen circulum eingezeichnete Figur (wie ſonderlich in den fortificationibus gebräuchlich) auf- und abzutragen.

II. Kan man aber auf das centrum nicht kommen / oder weiß wol vielleicht noch nicht eigentlich / wo das centrum in dem Felde möchte hintreffen / ſolches aber zu finden begehrt / ſo kan man in einen circulum, auf dem Tiſchlein / dergleichen Figur / wie auf dem Kupfferblat / A A, angedeutet / oder

ſonſt

ſonſt eine regularem, (nach Anleitung Euclidis, in ſeinem vierdten Buch/ oder unſerer dritten addition aufreiſſen / und rings-weis einen Winckel nach dem andern/ und eine Lini nach der andern/ auf die Weiſe/ wie folgende Problemata weiter lehren werden / ausſtecken.

Oder man thue ihm alſo/ wie auf dem Kupfferblat/ AA, fürgebildet. Nemlich/ man ſtelle ſich mit dem Tiſchlein auf dem Felde / wo man hin will / (als in B. auf dem Kupfferblat / AA,) doch daß man den Platz auf welchen der circulus kommen ſolle / überſehen könne: Und muß man / weil das centrum unbewuſt / hergegen wiſſen / oder ſelbſt nehmen / auf das wenigſte zwey puncta, durch welche die circumferentia deß circuli gehen ſolle. Zum Exempel / c und d, und ſolche neben der Länge deß halben Diametri, oder in Mangel deſſen/drey puncta, als c, d, e. Richte die Regul auf ſolche drey puncta zu / und zeichne die lineas, ſo ſie machet / von dem puncto obſervationis i, meſſe auch mit der Ketten / (oder wie es ſonſt ſeyn kan) wie weit dahin iſt / und ſolche diſtantiam trage/ nach dem verjüngeten Meßſtabe / auf die Linien deß Tiſchleins von i und ſeyen / i f, i g, i n. Sind nun ſolcher Puncten drey / ſo bringe man ſolche auf dem Tiſchlein durch den Hand-Circul in einen circulum, (wie Addit III. Probl. XVI. gelehrt) ſo wird ſich auch die Länge deß ſemidiametri, n k, oder f k, oder g k, und der ſitus centri k auf dem Tiſchlein / und wann man die Regul darauf rucket / linuas ziehet / und mit dem Hand-Circul nach dem verjüngten Maßſtabe / gemeſſen/ ausſtecket/ auch auf dem Felde finden. Wann man aber den ſemidiametrum deß circuli, wie lang er wer-

er werden ſolle / neben zweyen punctis weiß / kan man ſolchen mit dem circulo, dem verjüngeten Maßſtabe nach / faſſen / und mit demſelben auf die zwey puncta, eines nach dem andern geſetzet / ein triangulum Iſoſceles, fkg, oder gkn, (Additione III. Probl. I.) reiſſen/ſo findet ſich das centrum, aus welchem der circulus auf dem Tiſchlein gantz geriſſen / darauf die Regul/ auf welche puncta man will / gerichtet / die diſtantz vom puncto obſervationis erſtlich auf dem Tiſchlein / dem verjüngeten Maßſtabe nachgemeſſen und ſolchem Maß nach auf das Feld abgeſtecket / auch wiederum / wo es vonnöhten / von dem Felde auf das Tiſchlein abgeriſſen werden könnte.

III. Man könnte zwar noch kürtzer davon kommen/ wann man einem circulum, fgh, entweder bloß nach Geduncken oder aus zuvor-gegebener Länge deß halben diametri auf das Tiſchlein aufriſſe/ allein könnte man aus ſolchem allein nicht zuvor wiſſen / wo ein einiger Punct deß circuli auf dem Felde würde hinkommen / ſondern müſte erwarten/ nicht allein wie lang die Linien/ if, ig, in, ec, auf dem Tiſchlein fallen / ſondern auch / wo ſie auf dem Felde hinzeigen würden.

IV. Wann man die Länge dieſer Linien nicht nur mechanicè mit dem Hand-Circul/ſondern durch Rechnung finden wolte/ müſte man an Statt deß Tiſchleins die transportur, oder dergleichen inſtrument, ſo in gradus eingetheilet / und die Gröſſe der Winckel zeiget / nehmen / und auf ſolche Winckel bey dem puncto, i, Achtung geben. Wenn man nun dazu obiger Meſſung der Linien / ſo mit der Ketten geſchehen / ſich gebrauchete/ könnte man der übrigen Rechnung

aus

aus zuvor gelehrter Trigonometria, wie deren fürnemſte regulæ in vorhergehender fünffter Addition gelehrt worden.

V. Ohne alle andere inſtrument allein durch die Ketten und bloſſe Stäb könnte alles jetzgemeldete verrichtet werden/doch nicht ohne Hülffe deſſen/ ſo in folgenden Problematibus zu practiciren / deutlicher gewieſen werden wird. Nemlich wie man triangula und Bley-rechte lineas ausſtecken könne. Doch will ichs/ weil es der contextus gibet/auch allhier weiſen. Wer es noch nicht verſtehet/ der kan die folgenden Problemata dazunemen. Nemlich / hat man die diſtantiam zweyer punctorum) zum Exempel/ ab, in dem untern circulo auf dem Kupfferblat/ AA) ſamt der Länge deß halben diametri a c oder b c, ſo hat man die drey latera eines trianguli, welches ausgeſtecket/ an dem angulo c, das centrum circuli geben wird. Hat man aber 3 puncta der circumferentz / als abd, und ſoll ſamt dem centro c, die Länge deß ſemidiametri erſt ſuchen / ſo theile man die diſtantias a b und b d, jede in zwey gleiche Theile mit Stäben/e und f, und über ſolchen Punctis e, und f, ſtecke man gerad-Winckel-rechte Linien/e g, f h, gehe in dieſer beyden einer (als e g) fort hineinwarts in den Circul/ behalte beyde Stäbe / f h und e g, in einer Geſicht-Lini ſo lang/bis man auch die Stäbe/ f h, zugleich ins Geſicht bekomme/ wie geſchehen wird in puncto c Und das iſt das centrum circuli.

VI. Wann die gegebene Länge deß ſemidiametri ſo kurtz / daß ſie zweymal mit dem circulo gefaſſet / über der diſtantia zweyer gegebener Puncten/ ſich nicht ſchlieſſen wolte / ſo wäre eine vexation oder Irrthum in der Aufgabe. Wären ſie zuſammen gerad/ſo lang/

lang/ als ſolche diſtantia, ſo gehörete das centrum gerad mitten darauf. Denn keine chorda, Lini oder diſtantz zweyer Puncten in dem circulo länger iſt/ als der diameter. Eucl. 3. propos. 15.

NOTA.

Daß zu Zeiten in dieſem capite das Abmeſſen gemeldet und erfordert/und doch erſt in folgender Addition ex profeſſo gehandelt und gewieſen wird/ wolle der günſtige Leſer ſich nicht irren laſſen/ dann hier gemeiniglich ein ſolches Abmeſſen verſtanden wird/ welches faſt keiner inſtruction bedarff/ oder ja aus bloſſem Anſehen deß Kupfferblats 11, und wann es hoch kommet / aus Uberleſung deß einigen erſten Problematis in folgender Addition verfaſſet kan verſtanden / das übrige faſt alles / in dieſem capite verfaſſet/ ohne das folgende wol practiciret; hergegen das gantze folgende Capitel / ohne Vorbewuſt deſſen/ſo in dieſem gehandelt/ im wenigſten ins Werck kan gerichtet werden. Derowegen verhoffentlich keiner der da verſtehet/was ein bequemer methodus iſt/ über Unordnung zu klagen/ oder mich zu beſchuldigen Urſach haben wird.

PROBLEMA III.

Ein triangulum, deſſen latera in ihrer Länge bekandt / auf dem Felde / allein durch die Ketten und Stäbe / abzuſtecken / doch erſtlich alſo / daß zwey latera deſſelben zuſammen nicht länger ſeyn / als die Ketten.

Stecke erſtlich die baſin ab, die ſey a b, in der erſten Figur

Figur deß Kupfferblats / B B. nimm hernach die andern zwey latera an der Ketten mit punctis c d e, heffte c mit einem Stabe auf a, und e auf b, faſſe die Ketten bey d, und dehne ſie / wie weit ſie es ſelbſt leiden kan / und heffte ſolches punctum gleichfalls an / wo es ſich ſelbſten hin dehnet. Fiel es auf ein Geleich / wie a f b, (als wenn ein latus wäre 10 Schuch und $\frac{1}{3}$ die andern latera ſo und ſo viel Schuch hätten) ſo nimm eine gemeine Schnur / gehe damit um / wie zuvor mit der Ketten. Dieweil aber die gemeine Schnür aus- und einzugehen pflegen / könnte man mit der Ketten hinnach meſſen / und corrigiren / wo die Schnur nachgeben hätte.

PROBLEMA IV.

Einen jeden fürgegebenen Winckel ohne oder durch das Tiſchlein oder transportur aus- und abzuſtecken.

I. Mache aus dem fürgegebenen Winckel (als g d f oder h i k, fig. 2. auf gemeldetem Kupfferblat B B) durch Ziehung und Meſſung / g f oder i l, ein gantz-gemeſſenes triangulum, g d f oder h i l, und ſtecke es aus / wie erſt gemeldet. Man kan aber ſolches triangulum g d f meſſen entweder mechanicè auf dem Felde mit der Ketten / auf dem Papier aber mit dem Hand-Circul / daß man ſolchen ohngefähr ein wenig aufthut / oder der laterum eines in gewiſſe (entweder 8. oder 10.) Theile theilet / hernach mit ſolcher apertur deß circuli die andern latera miſſet / oder durch ein ſubtil-getheiltes Maßſtäblein / wie

unten auf dem Kupfferblat W oder durch die tabulas ſinuum, (wann man wüſte / wieviel der Winckel Grad hielte) daß man laſſe ſeyn g f die chordam d g und d f, jedes den radium. oder i h radium, i l ſinum rectum, h l ſinum complementi deß Winckels f d g und i h l.

II. Oder nimm den Winckel an der transportur, oder reiſſe ihn (oben Addit. II. Probl. III.) auf das Tiſchlein / ſetze die transportur mit ihrem centro, oder das Tiſchlein mit dem puncto d, deß Wickels / und mit der Nadel darauf geheffteten regul, gerad über das punctum, da die latera d g, d f, einander berühren ſollen / und ſtecke die lineas aus / wie die darauf gelegte regul weiſet.

III. Wann der fürgegebene angulus rectus iſt / wie fig. 4. ſo ſtecke man ein triangulum aus / an welchem die latera gegeneinander ſind / in der proportion 3. 4. 5. die werden bey dem contactu der laterum 3. und 4 einen angulum rectum geben / (mehr Arten folgen Probl. VI.)

IV. Wann zwey latera eines anguli einander durchſchneiden / ſo ſind die mit der Spitzen gerad-aneinander ſtoſſende Winckel / als fig. 5. q o p, m o n. Item m o q, n o o p, einander gleich / Eucl. l. 1. propoſ. 15. daher wann man an dem angulo m o n, die lineas weiter ausgeſtecket auf p und q, ſo hat man ausgeſtecket p o q einen Winckel / der dem Winckel / m o n gleich iſt.

PROBLEMA V.

Ein jedes gegebenes triangulum, es ſeyen die latera ſo lang ſie wollen/ wann man entweder die Länge aller ſolchen dreyen laterum, oder zwey latera und einen Winckel/ oder nur ein latus und zween Winckel weiß/ oder meſſen kan/ auf Feld abzuſtecken.

I. Ein ſolches triangulum ſey d e f, fig. 6. oder d f h, fig. 7. Stecke erſtlich die baſin a b, die ſey in beyden d f, hernach auf eines jedes Ende derſelben d und f die Winckel/ ſo groß ſolche das triangulum daſelbſt haben ſolle/ aus Probl. III.) mit langen Stäben d h i, f k l, und laſſe die Stäbe d h f und k, ſo du gegen der obern Spitzen zu/ Formirung der Winckel/ geſtecket/ alſo ſtecken/ und gehe an der Linien einer/ als f e aufwerts/alſo/daß du die zween Stäbe auf denſelben/ (f und e) ſtetigs hintereinander im Geſichte behalteſt/ und gehe ſo lang fort/bis dir auch die andern zween in der andern Ecken d und h alſo ins Geſicht kommen/ daß du ſolche in einer geraden Lini hintereinander ſeheſt/ welches geſchehen wird in puncto e, da ſtecke den Stab ein/ ſo iſt das triangulum abgeſtecket.

II. Wann man drey latera weiß/ ſo ſtecke man an dem einem Ende der baſeos, als bey d, in dem triangulo def, aus Probl. III. ein kleines triangulum, deſſen latera eben die proportion gegeneinander haben/ wie das groſſe bekommen ſolle/ als d h i, fahre hernach nur

nur fort in der Lini d h, ſo lang ſolches latus werden ſolle/ nemlich bis in e, ſo iſt ſolches triangulum auch ausgeſtecket.

III. Wann das triangulum ſo groß/ oder Hinderniß an dem Wege/ daß man nicht alle extrema deſſelben auf einmal ſehen könnte/ wie in dem triangulo d f h, müſte man der laterum aufs wenigſte eines (zum Exempel h f,) wie lang es werden ſollte/ neben der baſi und dem angulo, welchen es mit derſelben ſchlieſſet/ als in f d, zuvor wiſſen: Und wann ſolcher Winckel ausgeſtecket/ deren einem nach Stückweis fortfahren/ oder (wie Petrus Sardus in dem miniren/ wann man auf einen groſſen Stein kommt/ zu thun lehret) einen Compaß ſetzen/ und demſelben nachmeſſen. Käme auch ein ſolche Hinderniß für/ vor welcher man nicht gerad fortmeſſen könnte/ wie bey m und o, möchte man wol mit dem Compaß auf die Seiten fahren/ auf n und p, doch daß man ſeinen Abſchlag fleiſſig merckete/ damit/ wann daß Hinderniß ein End hätte/ als in o und p, man wiederum auf den Weg kommen könnte. Da man aber keinen Compaß hätte oder brauchen wolte/ könnte man bey m ſonſten mit einem gemeſſenen Winckel/ (am beſten mit einem recto) ausfahren/ auf n, hernach von n, fort auf p, und von p, auf o, wieder einfahren/ alſo daß m o, ſo lang wäre als n p, die Winckel n p o, und p o h, jeder ſo groß als der Winckel n m o, ſo führe man denn von o ferner fort in h, ſo lang die Länge deß lateris f m o h erforderte/ und wann alsdann die baſis d f auch ausgeſtecket/ ſo wäre auch das dritte latus d h (ungeachtet der Hinderniß/ ſo daſelbſt im Wege ſtehen) ſelbſten gefallen.

IV. Wie man aber hergegen ein triangulum, deſſen drey latera, oder zwey latera, und ein Winckel/ oder ein latus und zween Winckel auf dem Felde gemeſſen oder ſonſt bekandt/ mit dem bloſſen Hand-Circul wiederum auf das Papier tragen ſolle/ iſt nicht allein aus Euclide l. 1. Probl. 22. 23. und l. 6. Probl. 25. ſondern auch aus dem/ ſo additione 3. alſobald Anfangs bey dem Abriß der Figur gedacht worden/ bekandt. Im Nothfall/ oder die analogiam deß Abriſſes auf dem Papier gegen der Abſteckung auf dem Felde etwas beſſer zu erſehen/ kan man ein verjüngetes Meßſchnürlein oder Faden allerdings wie die Meßketten oder Meßſchnur auf dem Felde abgetheilet/ und an Statt der Stäbe etliche Nadeln nehmen/ und damit procediren/ wie mit den Stäben und Meßketten auf dem Felde zu procediren/ allbereit gezeiget worden. Doch iſt/ weil das Schnürlein aus- und eingehet/ der Hand-Circul ſicherer.

PROBLEMA VI.

Von einem gegebenen Punct eine Lini auf dem Felde abzuſtecken/ die mit einer andern allbereit abgeſteckten einen geraden Winckel mache.

I. Stehet der gegebene Punct auf derjenigen Lini/ mit welcher die Lini/ ſo abzuſtecken/ einen geraden Winckel machen ſolle/ (als p auf der Lini q r, fol. CC, fig. 1.) ſo ſtecke man über daſſelbe ein triangulum, wie oben das triangulum n m l bey fig. 4. fol. B B geweſen/ alſo/ daß das punctum n treffe hier auf das gegebene

bene punctum p und das punctum l, mit den beyden extremis und Stäben der Lini q r in einer geraden Lini Schnur-recht hinliegen / ſo hat man eine perpendicularem p m oder n m, die mag man ferner fortſtecken / ſo weit man will.

II. Oder man nehme / wie fig. 2. fol. CC, zu beyden Seiten deß gegebenen Puncts gleiche diſtantias, (t p, t p,) und ſtecke über s t ein triangulum æquicrurum, ſo machet deſſen obere Spitze u einen geraden Winckel mit p.

III. Oder / (wann ſonderlich der gegebene Punct zu Ende der Lini ſtehet / wie x auf x y, fig. 3.) ſo nimm auf der Seiten der Lini eine diſtantiam nach Belieben / und ſtecke einen Stab dahin / der ſey z und über zx ein triangulum æquilaterum z s x, und ſtecke das eine latus z s fort / noch einmal ſo lang in t, ſo machet der Stab t einen geraden Winckel mit x y. Den Grund weiſet der über den Winckel x und Diametrum r s z geriſſene gedüpffelte Circul.

IV. Stehet der Punct / von welchem die perpendicular anzuziehen / nicht auf der Lini / ſondern darüber oder darunter / als wann fig. 2. fol. CC über der Lini q r, nicht das punctum p oder x, wie zuvor / ſondern das obere / u gegeben / und das punctum p erſt zu ſuchen wäre / ſo beſtecke die Lini mit mehr Stäben (als w und o,) und heffte die Ketten an in u, nimm das andere Ende der Meßketten (t oder s,) in die Hand / und gehe zweymal durch die Lini q r. daß du die Stäbe q o oder r w gerad hintereinander ſtehen ſeheſt / wie geſchehen wird in punctis t und s, theile die diſtantz t s in zwey gleiche Theile in p, das iſt das punctum, auf welches die perpendicular von u fallen wird.

V. Reichet die Ketten nicht ſo weit/daß du alſo damit könnteſt durchgehen / als wann man über der Lini z t, fig. 4. gebe das punctum b, ſo hoch / daß man mit der Ketten von dannen nicht auf die Lini reichen könte / ſo ſtecke auf die Lini t z, einen Stab/ wie du zukommeſt / der ſey q, und gebe die lineam q b: An dieſer Lini q b nimm dir einen Punct / von welchem du über die Lini z t mit der Ketten hinaus reichen kanſt / der ſey u, procedire mit ſolchem/wie zuvor mit u auf der andern Lini q r. ſo findet ſich die perpendicular u p. Darnach miß q b, q u, und q p, und ſprich nach der regul detri q u, gibt q p: alſo q b gibt q w. Miß ſo viel dahin / als heraus kommet / und ſtecke einen Stab in w. der wird mit b eine begehrte perpendicular machen gegen z w t, nemlich b w.

PROBLEMA VII.

Von einem gegebenen puncto eine Lini abzuſtecken / die einer andern zuvor abgeſtecketen parallel ſey.

Die Lini/ſo allbereit abgeſtecket / ſey f. g. fig. 5. fol. CC, das gegebene punctum, dadurch die parallel gehen ſoll / ſey p. Man ſtecke noch einen Stab auf die Lini/ wie man zukommet/als in t, ſo wird ein Winckel p t g, und eine Lini p t, mache hernach an das punctum p über ſolche Lini p t einen Winckel t p w, der dem Winckel p t g gleich ſey / ſo wird eine Lini p w der Lini g f parallel, und kan/ ſo man will/ ferner fürterſ und hinterwarts / wie eine andere Lini / fortgeſtecket werden.

PROBLEMA VIII.

Eine jede fürgegebene auf geraden Linien beſtehende Figur / ſie ſey regular oder irregular, auf das Feld / vermittels der Ketten und Stäbe / ohne andere inſtrumenta, abzuſtecken.

Dieſes kan auf viererley Weiſe / welche in zweyen Figuren fol. D D, fürgeſtellet / geſchehen. Die erſte Manier iſt dieſe / daß man eine gewiſſe baſin fürnehme / als A B fig. 1. und an beyden Enden A und B die Winckel (auf vorgezeigete Manier) abſtecke / welches geſchehen kan / wann man die radios aus A und B, nemlich A b, A c, A d, &c. alſo auch B g, B h, &c. abmiſſet und obſerviret / was die chordæ b c, c d, d e, &c. für proportion dagegen haben / hernach wann ſolche Stäbe geſtecket / auf denen durch derſelben ſitum geſtecketen Linien ſo lang aufwarts gehet / bis man die Stäbe A und b, item A und c, &c. in einer geraden Lini hintereinander ſtehen ſehe. Welches geſchehen wird in den punctis m n o p, ſo werden die in ſolche Puncten geſteckete Stäbe die Figur bezeichnen. Oder (welches die andere Manier iſt) man betrachte allein die Winckel an einem Ende / als in A, nehme aber dazu die Länge der laterum A m, A n, A o, A p, ſo wird ſich / wann dieſe latera in ſolcher Länge und / nach den Winckeln bey A und B ausgeſtecket werden / die Figur ſelbſten geben. Die dritte Manier / und / wie mich beduncket / die gewiſſeſte iſt / daß man die Fi-

gur in ihre triangula (diß Orts AmB, AnB, AoB, ApB, reſolvire / und nach der Länge ihrer laterum, nach Anleitung vorigen Problematis V. ausſtecke / ſo wird gleichfalls die begehrete Figur heraus kommen. Die vierdte Manier / welche fig. 2. abgebildet / und ſonderlich auf ſolchen Fall füglich / wann man das ſpacium, auf welches die Figur kommen ſolle / nicht betretten kan / iſt / daß man die latera A B, BD, C D, D E, E F, F G, in ihrer gehörigen Länge nach Gröſſe der Winckel / durch welche ſie einander berühren / abſtecke / und aneinander hänge / kan man auf Figur nicht einwarts kommen / als da geſchiehet / wann man eine Stadt / die vorhin ſtehet / rings-weis herum fortificirn ſoll) ſo kan man ſolche herauswarts abſtecken / ſintemal ſie einander gleich ſind / dann wie zuvor Probl. IV. num. IV. gehöret / iſt der Winckel GAH nicht allein eben ſo groß / als F A B, ſondern gibt auch denſelben. Und alſo iſt es auch in anderen. Wäre alſo die fürgegebene Figur / auf der vierdten Manier / ausgeſtecket. Die fünfte Manier / welche ſonderlich füglich / wann ein Abriß zu einem Feſtung-Bau auszuſtecken / iſt alſo / wie gleichfalls fig. 2. abgebildet. Nemlich / man ſtelle ſich auf das centrum H, (es ſey ſolches gleich vorhin bewuſt / oder erſt aus Probl. II. zu finden) nehme in demſelben die Gröſſe der Winckel (man habe ſolche gleich gerechnet / oder meſſe ſie nur mechanicè) rings-weis herum / und denſelben nach ſtecke man die lineas, H A, H B, H C, H D, H E, H F, gleichfalls entweder nur mechanicè gemeſſen / oder ausgerechnet. Sind nun die äuſſere Puncten / A, B, C, D, E, F, Pollwercks-Puncten / ſo wird man wiſſen / und zuvor gerechnet haben / wie lang die Haupt-Linien / als

EI, FK, die könnte man einwarts meſſen / und auch abſtecken / ſo hätte man die cortin, IK, item / wie groß die Pollwercks-Winckel / wie lang / die Geſicht-Lini / ꝛc. und ſich nach allem ex Probl. II. richten.

PROBLEMA IX.

Eine jede Figur / ſie habe ſo viel Ecken oder latera, als ſie wolle / von dem Felde aufs Papier oder Reiß-Tafel zu bringen.

Hieher gehöret das Kupfferblat E E, item FF, GG, und HH. Sind auch zu wiederholen Z, A A, D D,

Mercke auf jeder Ecken der Figur ein gewiſſes Zeichen / (als einen Baum / Stangen / item ein Ecke eines Hauſes / Thurnſpitzen / und dergleichen) und wann vorhin keines daſelbſten ſtehet / ſo ſtecke einen Stab oder Stangen dahin. Nimm dir hernach mit dem Tiſchlein oder transportur, oder dergleichen inſtrument, (wie deren harmonia, und bey allen gleichmäſſiger Gebrauch / auf dem Kupfferblat Y gezeiget) einen Stand / zween oder mehr / nachdem die Nothdurfft erfordert.

An einem Stande (und zwar innerhalb der Figur am füglichſten / als auf dem Kupfferblat Z in a. oder D D, fig. 2. in H. Wiewol es auch auſſer der Figur ſeyn kan / wie auf dem Kupfferblat A A, auſſerdem Circul c d e in dem Stande B, ja wie auf dem Kupfferblat EE in dem Stande M oder R) an einem Stande / ſpreche ich / hat man genug / wann man zu allen Ecken mit der Meßruthen kan und will hinmeſſen. Wann man es aber nicht thun kan oder will /

ſo muß man auf das wenigſte zweeen Stände haben/ aufs wenigſte ſpreche ich/nemlich alsdann/wann man von ſolchen zweyen Ständen alle Ecken und Puncten/ die man in die Figur bringen ſolle und will/ ſehen kan. Wo aber dieſes nicht ſeyn kan/ als da geſchiehet/wann etwan Bäume und dergleichen Hinderniß auf dem Platze ſtehen/ item/ in gantzen Landſchafften/ die man nicht gantz überſehen kan. Item/ in Abmeſſung der Wäld und Städte/ꝛc. muß man mehr als zween Stände haben/ alſo/ daß ſich wol begeben kan/ daß man ſo viel Stände muß haben/ ſo viel die Figur Ecken hat. Wir wollen aber jetzt in der erſten Manier fortfahren. Nimmt man nur zween Stände/ ſo gilts gleich/ man nehme ſolche innerhalb der Figur/ oder auſſerhalb/ohne daß/ wann man ſolche an Ecken nimt/ man etwas kürtzer davon kommet/ (dann es gibt nicht viel unnöthige lineas oder triangula, wann man nur/ wie gemeldet/ von ſolchen zweyen Ständen/ alles ſehen kan/ das man in die Figur bringen will und ſolle) wann man aber ſolche innerhalb nimt/ man mehr ſehen kan/ und derowegen in groſſen Landſchafften am beſten iſt/ mit zweyen innern Ständen Anfangs einen Verſuch zu thun.

Auf ſolchen Ständen nun/ zum Exempel fol. EE, richte man das Tiſchlein mit der auf daſſelbe/ und deſſen Lini a b gelegeten Regul/oder die Haupt-Regul der transportur, (auf dem Kupfferblat X, fig. 6. die Regul n h deß halben Bogens h l m, oder fol. I. die Regul O P) erſtlich von einem Stande zum andern/ oder ſonſt gegen ein vorhin bekandtes Ort/ und mache auf dem Tiſchlein einen Strich/ und laſſe das Tiſchlein ſtehen/und wann es ein Stellſchräublein hat/ ſo befeſtige

mans

mans damit / alſo auch die Haupt-Regul der trans-
portur. Kan auch / ſo man will / ein Compaß aufge-
ſetzet / geſehen und gezeichnet werden / was das Compaß-
Zünglein für einen Winckel gegen ſolcher Lini mache.
Wann nun das inſtrument alſo befeſtiget / ſo nehme
man die aufgehefftete Regul der transportur, (n. l.
auf dem halben Bogen der transportur, fig. 6. deß
Kupfferblats X) rucke ſolche / und ſehe auf andere noth-
wendige puncta der Figur / und thue auf dem Tiſch-
lein jedesmal / der Regul nach / einen ſubtilen Strich:
auf der transportur aber / oder dergleichen mit gradi-
bus circuli bezeichnetem instrumento, mercke man /
und zeichne auf / wie viel gradus (und deren halbe drit-
te / vierdte / fünffte / ſechſte ꝛc. Theile / nachdem das in-
ſtrument ſubtil getheilet / und man alles ſubtil ha-
ben will /) die Regul abſchneide / und wann die trans-
portur füglich darzu gemachet / können ſolche Win-
ckel gleichfalls alſobald aufgetragen werden / wo
nicht / ſo mag es genug ſeyn / wann man nur noti-
ret / wieviel jedesmal gradus abgeſchnitten worden
ſind. Kommet man hernach auf den andern
Stand / oder auf der Oerter eines / welches man zu-
vor auf den erſten Stande geſehen und gezeichnet
hat / ſo muß man auf der transportur die unbeweg-
liche / als Haupt-Regul / wiederum auf den erſten
Stand richten / und alſo befeſtigen; hernach / wie zu-
vor / fortfahren. Auf dem Tiſchlein aber muß man
die Regul auf die Lini legen / welche von dem vori-
gen Stande auf dieſen Stand zugezogen worden;
hernach das Tiſchlein ſo lang rucken / bis man den
Stand oder das punctum, von welchem die Lini her-
gezogen / erſehen / darnach auf ſolche Lini einen punct

her-

herwarts zeichnen / und die Regul mit der Nadel darauf hefften. Iſt es nur um den Abriß / und nicht auch um das Ausrechnen deß Inhalts der Figur zu thun / und die Figur alſo beſchaffen / daß man keinen Stand mehr überall / oder doch keinen / der vorhin nicht zweymal getroffen / mit dem Tiſchlein nehmen darff / ſo gilts gleich / man nehme ſolches punctum ſo weit von dem erſten / als man will / nur daß die Figur nicht gröſſer werde / als das Tiſchlein / auch nicht zu klein / daß man gleich wohl ſehen könne / was man abgeriſſen / und die proportion der Linien gegen einander meſſen oder zuſehen könne. Iſts aber um das Ausrechnen der aufgeriſſenen Figur auch zu thun / muß man die diſtantz dieſer Puncten in ſolcher Maß nehmen / wie die diſtantz beyder Ort / mit der Ketten gemeſſen / mit dem verjüngeten Maßſtabe gibt. Und wann nun die Regul deß Tiſchleins / das andere oder drittemal ꝛc. (ſo offt vonnöthen) alſo aufgehefftet / ſo richtet man ſolche / wie zuvor / auf alle Zeichen der Winckel / die man erſehen kan / und nicht allbereit zweymal geſehen und gezeichnet worden: Kan auch Gewißheit wegen nicht ſchaden / daß / wann man ohne das mehr als zween Stände nehmen muß / man in dem dritten und vierdten / ꝛc. auch auf der jenigen Ort eines oder das andere / ſo vorhin gezeichnet worden / zuſehe / und alſo probire / wie die obſervationes zuſammen treffen. Wann nun in allen Ständen alle Winckel ins Geſicht gebracht / und auf dem Tiſchlein Linien darauf gezogen / auf der transportur aber / und dergleichen mit gradibus gezeichnetem inſtrumento, obſerviret und aufgezeichnet / wie groſſe Winckel jedesmal die bewegliche Regul mit der unbeweglichen

gema-

gemachet/ und ſolchen nach hernach die diagonales auf den Abriß gezogen werden/ ſo werden / wann man etliche Stände genommen / jedesmal auf das wenigſte zwo auf einem Winckel lauffen/(wie zu ſehen auf dem Kupfferblat EE, da die Linien aus a und b auf dem Tiſchlein gezogen/ auf dem Felde in punctis, b c d, auf dem Tiſchlein aber in punctis, g h i k, zuſammen lauffen) ſolche puncta kan man alsdann mit lineis (wie daſelbſt g h, h i, i k, &c.) zuſammen ziehen/ ſo iſt die Figur a g h i k l fertig / und der Figur auf dem Felde (als daſelbſt a b c d e f, oder MNOPQR) ähnlich. Und was es für eine Meinung mit ſolcher Figur auf dem Tiſchlein hat / ſolche hat es auch auf der transportur, wann man nach Gröſſe deren Winckeln / welche die bewegliche Regul derſelben / mit der unbeweglichen gemachet / eine Figur nachreiſſet / wie die Circul-Rißlein auf dem Tiſchlein/ſo zwo transporturen bedeuten/ in gemeldeter Figur deß Kupfferblats EE ausweiſen : Wann man aber nur einen Stand genommen / und durch die Regul auf die fürnemſte puncta der gegebenen Figur zu geſehen / und / wie obgedacht / gemeſſen hat/ wie weit dahin iſt / und die Länge ſolcher Linien auf die Reiß-Tafel von einem Punct gezogen und aufgetragen / ſo zeugt man die End-Puncten ſolcher Linien gleichfalls mit geraden lineis zuſammen/ ſo iſts auch fertig. Wann ein Figur / oder ein Stuck derſelben / nicht durch Winckel / ſondern allein durch Meſſung der laterum der triangulorum (wie ſonderlich durch Stäbe geſchiehet / und unten gelehret werden wird) auf dem Felde bekandt gemachet/ kan man ſolche triangula nacheinander aus Eucl. l. 1. Probl. 22. oder oben Probl. 1. Ad. III. auftragen.

Zu

Zu dieſes Problematis Erklärung gehöret/ wie gemeldet/ erſtlich das Kupfferblat EE mit zweyen Stånden deß Tiſchleins/ an zweyen Ecken/ welche Art mich die füglichſte beduncket/ wann anderſt von ſolchen alle Ecken und Puncten deß Feldes/ſo man auftragen will/ können geſehen werden/ und iſt allbereit gnug erkläret. Es gehöret auch hieher das Kupfferblat Z mit einem Stande deß Tiſchleins inner der Figur/ da man nemlich aus dem puncto a auf alle Ecken der Figur zu ſehen/ hernach von gemeldetem puncto auf ſolche (alle/ wann ſie ungleicher diſtantz ſind) zu meſſen/ und/ wie gemeldet/ſolche Winckel und Länge der diſtantien auftragen kan. Es kan auch daher gezogen werden die Figur des Kupfferblats A A mit dem Stande deß Tiſchleins/ auſſer dem circulo c d e, da man gleichfalls die diſtantias oder Längen der Linien ic, id, ie, und die Gröſſe deren Winckeln/ſo ſie gegen dem puncto i machen/ obſerviren und meſſen/ und alſo der Figur habhafft werden kan.

Und iſt in dieſen zweyen Stücken die operatio gantz einerley/ es ſey die Figur gleich Circul-rund oder nicht/ ja regular oder irregular, es ſey der innere Stand gleich præciſè in der Mitte/ oder nicht/ ohne daß wann man grad mitten in der Figur/ und deſſen verſichert wäre/ man das Meſſen in etlichen Linien/ als welche den erſten gleich/ erſparen könnte. Es gehöret auch ſonderlich hieher das Blat F F, da eine gantze Landſchafft und deren Abriß etlicher maſſen fürgebildet. Da kan man innerhalb zwey Ort erwehlen/ die etwas vor andern hoch/ und von welchen man viel namhaffte Ort der Landſchafft ſehen könne/ als da ſeyn mögen die Schlöſſer A und B, von dieſen müſte man

man erſtlich von einem auf das andere ſehen können / auch möchte man von beyden obſerviren können / die Stadt C, die Dörffer D und E, und auf der andern Seiten das Haus F, und die Mühl G, mit dem Berge H, die Mühl I möchte vielleicht von dem Schloß A geſehen werden/ aber nicht von B. Das Brünnlein K brächte man vielleicht auch gerne ein / ſonderlich wann es etwa eine Haupt-Quell eines namhafften Fluſſes wäre/dörffte aber wol von keinem dieſer beyden Stände können geſehen werden. Solche und alle andere Ort/ die aus denen erſtlich genommenen Ständen nicht geſehen werden könnten / müſte man entweder aus andern bekandt-gemacheten Orten/durch darauf-genommene Stände/ als die Mühl I aus D und A, oder D und E) einbringen/oder von denſelben auf zwey vorhin bekandte Ort (als von dem Brünnlein K auf A und E mit der Meßketten zu meſſen.

Wann ein Ort zwar ſichtbar / aber für ſich ſelbſten keine beſondere Spitzen oder Ort hat/ auf welches man zielen kan / (als der Teiche L) iſt leichtlich zu erachten/ daß man ein ſichtbares Zeichen / (davon oben bereit Meldung geſchehen) dahin werde ſetzen und nehmen müſſen.

Wie man aber eine diſtantiam, nicht allein ſo uneben/ſondern auch die auf ein ſolches Ort zugehet/welches man Anfangs nicht ſiehet/ mit der Ketten meſſen ſolle / wird in folgender Addition, die ex profeſſo von dem Abmeſſen handelt / geſaget werden. Etwas Anleitung geben die Buchſtaben a, b, c, d, e, f, g, zwiſchen den zweyen Ständen A und B, auf gedachtem Blat FF, welche auch unten auf dem Blat II. wiederholt werden.

Fer-

Ferner iſt auch hier zu betrachten das Kupfferblat GG, welches an einem Walde Anzeigung thut / wie man ſolche und alle dergleichen Ort / die man nirgend überſehen / doch rings-weis umgehen und umſtecken kan/ in den Grund legen könne. Nemlich muß man alsdann ſo viel Stände mit dem Tiſchlein oder transportur nehmen / ſo viel man in dem Bezirck ſolches Platzes Ecken gefunden und beſtecket hat / die diſtantias ſolcher Stäbe und die Winckel/als b a c, a c d &c. bis man gantz herum wiederum auf a kommet / meſſen/ und auf dem Tiſchlein oder Reißblat mit dem verjüngeten Maßſtabe auftragen. Will man den ſitum ſolches Orts gegen den cardinibus mundi auch wiſſen/ kan man den Compaß auf deren Linien eine (ac, cd &c.) auf dem Tiſchlein oder auf die Regul der transportur unter dem Abmeſſen ſetzen / und den Abſchlag deß Zűngleins von derſelben notiren.

Endlich gehöret auch hieher das Kupfferblat HH, auf welchem eine Veſtung / und deren recognition, von fernen in etwas fürgebildet/die könnte man zwar am füglichſten abreiſſen und meſſen/ wann man Stäbe auf die Pollwercks- oder Keel-Puncten ſteckete / und damit / wie zuvor / mit dem Wald procedirete/ (wie etwa gebräuchlich / wann man ein neu-erbauete Veſtung probiren will / ob derſelben Bau auch mit dem fürgegebenen Abriß und Beſteckung übereinkomme.) Dieweil aber auch anderer Urſach wegen ein ſolches Ort abgeriſſen und in Grund geleget werden mag / und gleichwol nicht allezeit gut / daſelbſt Feuer zu holen / habe ich dergleichen für ein Exempel eines Abriſſes ſolcher Ort/ zu welchen man in die Nähe nicht kommen darff oder kan / fürſtellen wollen.

Da

Da muß ich nun auf das wenigſte zween Stände in der Ferne haben / als in A und B, daran hat man genug / wann man alle Ecken deß Orts überſehen kan / wo nicht / ſo muß man auf den andern Seiten / da die dieſes Orts unſichtbare Ecken ſind / noch mehr / und / wie Anfangs gedacht / in allem ſo viel Stände nehmen / bis alle Ecken zweymal ins Geſicht kommen. Auch wann man jenſeit die Stände nicht ſehen kan / die man diſſeit genommen / (als aus C und D die Städe A und B) ſo muß man ein oder zwey Ort an der Figur ſelbſt nehmen / welche allbereit diſſeit zweymal ins Geſicht gebracht worden / (als hier die zwo Pollwercks-Spitzen E und F) muß auch / wann man das Tiſchlein gebrauchet / jenſeit ein neues Blat anheffen / hernach jeden Buchſtaben auf ſeines Gleichen legen / damit alſo die obſervationes zweyer Seiten aneinander gehenget / und eine gantze Figur daraus gemachet werden könne. Wo auch dieſes nicht ſeyn könte / möchte man auſſer der Figur ein oder zwey Neben-Zeichen nehmen oder ſetzen / (als G und D) ſo von beyderſeits zweyen Ständen obſerviret / eingebracht / und alſo alles / ſo auf dem gantzen Platz obſerviret worden / aneinander gehenget werden könnte. Wie aber alles abzumeſſen und auszurechnen / wird in folgender Addition gewieſen werden. Die Gaſſen einer Stadt füglich in Grund zu bringen / (wann man nur in derſelben darff ſeines Gefallens hin und wieder gehen und obſerviren) zeiget der Augenſchein auf gemeldetem Kupfferblat H H, nemlich wann man den Bezirck der Mauren oder des Walls hat / ſo mercke man die diſtantz deß Anfangs der nächſten Gaſſen / von den Pollwercken / Thürnen / und dergleichen

Merckmal/ (als I von K oder L) meſſen fort/wie lang und breit eine jede Gaſſen iſt/wo die andere Gaſſen angehet/mercke man jedesmal bey einem Haus / ſo wird hiedurch die gantze Stadt in Grund geleget. Und kan ſolches im Nothfah/und da man ſich deß Meſſens nicht gerne mercken läſſet/ nur mit Schritten / wie man im gemeinen Gang gewohnet iſt / geſchehen. Dann die Erfahrung weiſet/daß wann man gleich nicht ſonders acht darauf hat / gleichwol in der Gröſſe unterſchiedlicher Schritt kein mercklicher Unterſchied iſt. Wann man denn fertig iſt/ſo kan man auf einem ebenen Platz einen Schritt/ 20. oder was es iſt/ thün/ ſolche hernach mit der Meßketten nachmeſſen / und / wie ſonſt oben von unterſchiedlichen Schüchen gemeldet / auf einander reduciren.

ADDITIO VIII.

Von Abmeſſung aller Geometriſchen Figuren auf dem Feld.

PROBLEMA I.

Wie die Meſſung mit der Ketten oder Meßſchnur in allen Fällen recht anzugreiffen.

I. Wann man eine fürgegebene diſtantiam in die Ferne (zum Exempel/ AB, fig. 1. oder CD, fig. 2. auf dem Kupfferblat II) übergehen/oder/ da eine Höhe zu meſſen / auf derſelben ſtehend / eine Meßketten / oder Schnur mit einem ſchweren Senckel / gerad herab laſſen kan/ (wie auf gemeldetem Blat II, ST in dem

Schacht

Schacht V, und alſo in einen Brunnen / item von einen Fenſter eines Thurns auf den Grund deſſelben / ꝛc.) iſt am gewiſſeſten ſolcher Geſtalt dieſelbe zu meſſen. Allein iſt / was die Ferne anlanget / der Unterſcheid zwiſchen ebenen und bergichten Orten in acht zu nehmen. Dann wann der Ort eben iſt / ſo kan man die Ketten auf dem Felde auflegen / der förderſte Meſſer / (in G) welcher zuruck gehet / jedesmal / ſo offt eine Ketten-Länge kommet / einen kurtzen Stab ſtecken ; der andere / (in A) wann er dahin kommet / und Mangel an Stäben iſt / wieder heraus ziehen / wann aber der Stäbe genug vorhanden / kan man ſolche / bis die Meſſung gantz verrichtet worden / ſtecken laſſen / ſo hat man ſich deß Irꝛthums im Zehlen deſto weniger zu befahren.

Wann man aber über Berg und Thal miſſet / und doch gerne die gerade Grund-Lini (als C D auf gemeldetem Kupfferblat II) haben wolte / wie ſichs dann gebühret / wann man den ſuperficial-Inhalt eines Feldes an Morgen und Ruthen ausrechnen / oder Land-Charten machen will / iſt nicht wol rahtſam / die Ketten länger als einer Ruthen lang zu nehmen / dann ſolche ſonſt ſchwerlich Schnur-gerad in dem Meſſen zu ziehen / daß ſie bey der Mitte ſich nicht ſencke / die kan man mit den äuſſern zweyen Ringen oder Hülſen an zween lange Stäbe / ſo unten Stachel haben / wie fol. W, literis A, B, etwas deutlicher fürgebildet / anlegen / mit denſelben gerad fortmeſſen / alſo daß gemeldete Ketten oder Schnur allezeit einen geraden Winckel mit den zweyen Stäben mache. Da dann vonnöthen / daß zu Zeiten der eine unter den Meſſern die Ketten an ſeinem Stabe etwas überſich

ſchiebe/ wie bey H und I, bisweilen alle beede / wie bey K und L fig. 2. zu ſehen. Wann die Schrög-Lini eines Berges zu meſſen / und der Berg nicht ſehr uneben iſt/ (wie M N fig. 3.) kan man die Meßketten gleichfalls auflegen / man gebrauche gleich kurtze oder lange Stäbe. Wann er aber höckericht iſt / wie bey O P, muß man zuvor den Winckel *P* obſerviren / welches geſchiehet / wann man auf die Höhe in O einen Stab ſtecket / daran ein Zeichen machet/ alſo/ daß O Q ſo hoch ſey / als P R, in P aber durch einen quadranten/ Transportur (oder dergleichen inſtrument zu Meſſung der Höhen tüchtig) auf das Zeichen O zuſiehet. Was alsdann für ein Winckel fället bey P, ſolchen muß die Meßketten jedesmal mit dem hintern Stabe machen.

Es iſt aber (ſonderlich weil wir in der collation unterſchiedlicher inſtrumenten und Meſſung verſiren) nicht zu übergehen / wie die Bergleute das Meſſen der Höhen und Tieffen practiciren. Nemlich alſo: Wann ihnen ein Schacht zu graben fürgegeben wird/ ſo müſſen ſie die Höhe deß Berges wiſſen / damit ſie den Stollen V an gebührendem Orte heraus treiben können/ die ſuchen ſie alſo: Sie machen das Joch / W. An deſſen transverſal, (oder Stab/ wie ſie es nennen) binden ſie bey X das Seil X R, laſſen das andere Stuck Seil (KY) herab hangen / und hängen eine Bleywag daran / das nennen ſie die erſte Schnur / aber X R iſt die andere / dazu hängen ſie die dritte Schnur Z, wo dieſe die Schnur X R durchſchneidet/ als in a, da meſſen ſie gerad auf XY zu / und meſſen die longitudines X R, XY, XZ, (oder X a) da heiſt es dann nach der regul detri: XZ gibt XR, alſo X Y

gibt

gibt XV, das iſt nach Abzug X b der Höhe des Jochs/ die Tieffe deß Schachts/ bis an das Ort/ da der Stoll heraus ſoll getrieben werden.

Daß ich aber wiederum auf die Ebene komme/ kan man in derſelben/(man meſſe wie man will) die Linien ebener nicht finden/ als wann man zwiſchen die zween äuſſerſte Stäbe/ (als A und B) noch andere zween Stäbe/(als Q und R) ſteckete/ſo bedörffte es nicht viel Zuſchreyens oder Winckens/ und hätte ein jeder die Richtſchnur für ſich/ nach welcher er gehen ſolte/ nemlich alſo/ daß dem Meſſer A die zween Stäbe B und R, aber mit dem Meſſer G die zween Stäbe bey A und Q ſtetigs in dem Geſicht bleiben.

II. Wann man eine diſtantiam mit der Ketten meſſen will/ die man nicht überſehen kan/ aber eigentlich weiß/ wo ſie hintreffen wird/ wann gleich Hinderniß in den Weg kommen/ hat man ſich zu verhalten/ wie auf dem Kupfferblat B B fig. 7. mit der Lini f h deß trianguli d f h. Wann man aber nicht eigentlich/ ſondern nur beyläufftig weiß/ wo ſie möchte eigentlich hintreffen/ (als zuvor auf dem Kupffer F F die Straſſe zwiſchen den zweyen Schlöſſern A und B, welche confuſion daſelbſt zu vermeiden/ hie unten an dem Blat II noch einmal fürgeſtellet iſt fig. 4. durch die Buchſtaben a, b, c, d, e, f, g, da kan man ein Stuck nach dem andern meſſen/ als erſtlich a b, hernach b c. und ſo fort an bis in g. Allein muß man ſich bey einem jeden Zeichen/ da eine gerade Lini ſich endet/und eine andere anfähet/ als b, c, d, &c. mit einem inſtrument, zu Meſſung der Winckel tüchtig/ ſtellen/ ſolche Winckel obſerviren/ welche alsdann mit ſamt der Länge der laterum gemercket/ entweder durch bloſſen

Auftrag oder durch Rechnung) wovon ein mehrers probl. ſeq. præcepto X) die gerade Lini a g endlich gegeben wird.

PROBLEMA II.

Eine jede fürgegebene diſtantiam oder Höhe durch gehörige Mittel abzumeſſen / ſonderlich durch Rechnung aus den Tabulis ſinuum.

I. Wann eine Diſtantia oder Höhe fürgegeben wird / die man nicht gantz betretten / und alſo mit der Ketten / nach dem erſten Problemate, nicht meſſen kan / oder will / ſo muß man noch ein inſtrument, als das Tiſchlein / transportur, oder dergleichen / darzu haben / und mit demſelben entweder auf eine gemeſſene Höhe ſich ſtellen / oder zween Stände / ſie ſeyen gleich zur Seiten / hinter oder fürter / oder übereinander / nehmen / wie in ſpecie folgen wird.

II. Indeſſen iſt insgemein zu mercken / daß / wo man unterſchiedliche Stände nehmen muß / man ſolche ſo weit voneinander nehme / als man kan (damit ſolche diſtantia der Stände ein recht merckliche proportion habe gegen der diſtantia, welche gemeſſen werden ſolle) und in groſſen diſtantiis, wann man ſolche genau haben muß / lieber einer ſubtil-ausgetheileten transportur, oder dergleichen in gradus getheilten inſtrumentis, als deß Tiſchleins / oder dergleichen mechaniſchen Meſſen ſich gebrauche / ſintemal ſolche groſſe diſtantia anderſt nicht als ſehr verjüngert aufzubringen / und alſo die proportion der Linien ſchwer

fürzu-

fürzuſtellen. Auch iſt in Meſſung der Höhen nicht zu vergeſſen/ daß man jedesmal die Höhe des Auges über dem Grunde/ darauf man ſtehet/oder die Höhe deß instrumenti, wanns an einer Stangen hänget/im über⸗ſich⸗meſſen / zu der gefundenen Höhe addire / im unſich meſſen aber davon abziehe.

III. Damit wir nun dermaleins zu dem Wercke ſelbſten kommen / ſo ſetze ich Anfangs: Ich ſtünde auf einer Höhe / die mir bekandt / (entweder daß ich ſolche mit dem Schenckel gemeſſen/oder durch Rechnung/wie im folgendem præcepto gezeiget werden wird / gefunden hätte) als in dem Kupfferblat K K fig. 1. auf der Pollwercks⸗Spitzen in A, wüſte die Höhe A B der Veſtung ſamt dem Felſen auf das Waſſer / wolte meſſen/ wie weit wäre zu dem Schiff C. Oder ich ſtünde auf der Schiff⸗Spitzen fig. 2. in D, wüſte die Höhe von meinem Auge auf das Waſſer in C, wolte meſſen zu dem Port E. Dieſe und dergleichen Meſſungen geben triangula, rectangula, welche aus regula 4. oder 6. Additionis V. zu ſolviren / eben wie die triangula a b c, auf dem Kupfferblat T. Nemlich die hypotenuſæ A C und D E, wie daſelbſt a c und B C, und E C, wie daſelbſt a b oder b c. Dann die Winckel bey B und C ſind recti, die Winckel bey A und D gibt der quadrant oder dergleichen inſtrument, der Winckel bey C iſt das complement deß Winckels A, und der Winckel E deß Winckels D.

Es läſſet ſich aber dieſe Meſſung leichter in Theoria verſtehen / als im Wercke practiciren / ſonderlich auf dem Lande / und in ſehr weiten diſtantiis. Dann man ſiehet manchen Ort für eben an / der doch nicht eben iſt / kan ſich auch ſonſt allerley Betrug in der Fer⸗

ne zutragen. Als/es möchte einer von dem Pollwercks-Punct G ſehen / und in der Ferne meinen/ ein Zeichen ſtünde im I, (von welchem die Höhe der Veſtung vielleicht bekandt ſeyn möchte) da es doch vielleicht im H ſtünde/der würde hernach in der Rechnung weit fehlen. Weil aber dergleichen auf dem Waſſer zimlich zutrifft/ als welches nicht höckericht/ ſondern eben iſt / ſonderlich wann der Wind ſtill / habe ich ſolches/ als auf dem Waſſer wollen fürſtellen. Sonſten bekenne ich ſelbſten/ daß / wann mans haben kan / die folgende Manieren beſſer zutreffen.

IV. Demnach die erſte Meſſung gemeldeten Problematis die Wiſſenſchafft der perpendicular - Höhe AB. fol. KK, præſupponiret oder bekandt genommen/ ſolche aber wie ſie zu finden/ nicht in allen Fällen gezeiget / welche aber gezeiget/ nemlich in dem Schacht fol. II, ſich auf die Veſtung fol. KK nicht reimen / als müſſen ſolche auch gezeiget werden.

I. Der erſte caſus iſt auſſer dem Kupfferblat II. abzunehmen / nemlich man meſſe erſtlich die declivität deß Berges / wie an ſolchem Blat bey M N und O P gezeiget / ſamt dem Winckel NMR, oder O P A, oder P O Q. Dieſe bringe ich / confuſion zu meiden / auf das Kupfferblat LL, (denn der *Methodus docendi*, das iſt/ die Ordnung zu lehren / daß man jedesmal das leichteſte vorn an ſetzt / kan nicht allewege auf einem Blat in allen dazu gehörigen Figuren in Acht genommen werden / daher wir in dieſem *problemate* zu Zeiten werden einen Sprung von einem Kupfferblat auf das folgende / und denn wieder zuruck auf das vorige thun müſſen/ wann jede Figur eintzig und in Holtz geſchnitten wäre/ künt man ſolche ſo offt in dem Druck mit einbringen/ ſo offt derſelben gedacht wird/aber in Kupffer/ darunter

unterſchiedliche Figuren auf ein Blat kommen / wie ſie ſich in der Form ſchicken / låſſet es ſich nicht thun.) und ſeyen auf demſelben fig. 1. AB. oder CD (dann beyde ſind nach Lehr 34. Pr. 1. Eucl. einander gleich) 25 Ruhten/und der Winckel bey A oder C ſey 38°. 20'. fragt ſich von der perpendicular - Hőhe BG, ſprich durch die regulam Detri:

Sinus totus gibt AB alſo 38°. 20'. gibt BG
25 ſinus 62023 155'.
Und ſein complement 51°. 40'
ſinus 78441 gibt AG
196'

2. Der andere caſus: Geſetzt ich kőnne den Berg nirgend betretten / ſo wol was ſeine declivitåt AB belanget / als die Grund-Lini AG, ich wolte denn durch den Berg gehen / wie die Kinder zu Hammeln / wűſte doch beydes gerne / kőnnte aber den angulum BAE, oder DCK obſerviren / der ſey / wie zuvor 38°. 20'. ſo miß ich auf die Seiten auf F, und von dannen auf H, ſo weit / daß mir / wans ſeyn kan / die Linien AF, FH bey dem Punct F einen geraden Winckel machen / und von F miſſe ich fort auf H gleichfalls ſo lang / daß mir die zwo Linien FH, GH bey H auch einen geraden Winckel machen / kan ich aber bey H keinen geraden Winckel haben / ſo gehe ich weiter auf L, und ſo weit vom H auf L iſt / ſo weit miſſe ich auch von F auf M, ſo iſt die Grund-Lini AG nicht allein der Lini FH, ſondern auch der Lini ML gleich. Geſetzt nun / deren eine ſey 196'. ſo wird die Grund-Lini AG ſelbſt auch 196' ſeyn. Sprich derowegen durch die regulam Detri:

AG

Sinus totus git 196¹. alſo deß Winckels

38. 20

Tangens gibt BG

79069 155¹

Secans gibt AB

127483 2498² oder die 98² für ein gantzes genommen 25 wie zuvor.

Den ⅖ nemlich zehende / das iſt ein fünfftes Theil deß Schuchs / wenn das gantze Ruhten ſind / hat man hier nicht groß zu achten. Denn obwol ſolches / wenn es ſolche Linien und triangula wären / aus welchen der Fläche Inhalt eines Feldes auszurechnen / ein zimliches austrüge / (und derowegen daſelbſt ſicherer / daß man gutes paar ſtarcke Taglöhner beſtellete / welche die Linien meſſen.) Jedoch weil die inſtrumenta, damit man die Winckel auf dem Felde miſſet / ſchwerlich minuta prima, geſchweige denn ſecunda, geben / kan hernach die Meſſung auch nicht allezeit die Schuch richtig geben / geſchweige denn deren minuta. Welches man aber in militaribus, wohin ſolche operationes ſonderlich gehören / nicht achtet. Und derowegen ſolche Meſſungen / ob ſie gleich ſo genau nicht zutreffen / als wann man alle Linien durch die Meßketten oder Ruthen miſſet / gleichwol ihren Nutzen haben.

V. Wenn man aber ſolche Mittel / ſo von der Höhe genommen werden / in Meſſung der diſtantien nicht gebrauchen kan oder will / ſo muß man zween Stände nehmen / entweder auf die Seiten / oder einen hinter den andern / oder einen über den andern. Auf die

Sei-

Seiten gehet man entweder (welches das beſte unter allen / und im Rechnen ſonderlich das leichteſte) durch einen geraden Winckel / wie zu ſehen auf vorgemeldetem Kupfferblat K K, bey dem triangulo a b c, fig. 3. da ich begehre zu erkundigen die diſtantiam von a auf dem Pollwercks-Punct der Schantz b, lege derohalben an der transportur die bewegliche regulam a d, daß ſie mit der unbeweglichen a c einen geraden Winckel mache / ſihe durch a d auf b, und durch a e gegen der Seiten auf c, und laſſe mir in gewiſſer diſtantz auf 12. 30. 40. Ruthen / nachdem mich a b duncket ferne ſeyn / in runden Zahlen / ſo viel müglich / denn die geben hernach kürtzere Rechnungen / eine Stangen oder dergleichen ſichtbares Zeichen ſtecken. Darnach gehe ich in c zu ſolchen Zeichen / ſtecke die unbewegliche Regul der transportur gegen a, die bewegliche rucke ich ſo lang / bis ich wiederum erſehe das punctum b, ſo wird bekandt der Winckel a c b, darzu iſt bekandt der rectus bey a neben gemeſſenem latere a c, daraus ex regula 1. Additionis V. bekandt gemachet wird der Winckel a b c, und aus regula 6. die diſtantia a b, c b, allerdings / wie auf dem Kupfferblat T, in dem triangulo a b c, die latera a c, c b. Wenn man aber nicht füglich kan ad angulos rectos auf die Seiten gehen / als wenn einer fol. K K jenſeit über dem Waſſer an dem andern Berg ſtünde in g, und gleichsfalls auf dem Port E meſſen wolte / da er / wann er ad angulos rectos gehen wolte / den andern Stand im Waſſer bey F nehmen müſte / vielleicht aber für dieſes mal zu fiſchen nicht Luſt haben möchte / der könnte den andern Stand nehmen in h, und möchte der Winckel bey g fallen / wie er könnte / ſo würde nach obſervation

beyder

beyder Winckel g und h und Meſſung deß lateris g h, die latera, als diſtantiæ g E und h E aus regula 7. Additione V. zu finden ſeyn/ allerdings/ wie auf dem Kupfferblat T die latera an dem triangulo d e f

Eben dieſe Meinung hat es auch/ wenn einer gerne wüſte wie weit von der Pollwercks-Spitzen G wäre auf I, und nehme den andern Stand auf der Pollwercks-Spitzen K, obſervirete alſo die angulos bey G und K, die diſtantia ſolcher zweyer Pollwercks-Spitzen wäre ihme Zweiffels ohn zuvor bekandt/ oder jetzt durch Meſſung bekandt worden/ fünde ich ebener maſſen aus regula 7. die diſtantia GI oder KI.

Item wenn er nach der Schräg-Höhe hinunter meſſe/oder hätte gefunden die diſtantz in I, ſehe von beyden Orten über das Waſſer in M, obſervirete alſo die Winckel bey G und I, könnte er gleichfalls aus regula 7. rechnen/ wie weit von G oder I wäre in M.

VI. Auch habe ich folgendes Exempel deß Meſſens fürſtellen wollen: Geſetzt/ ich hätte fol. KK fig. 4. durch das Inſtrument geſehen auf die Thurnſpitzen n aus o und p, hätte alſo obſerviret die Winckel n p o, n o p, auch mit der Ketten gemeſſen die diſtantiam o p, (oder/ welches eben ſo viel/ r s) ſo würde die diſtantia o n, oder p n alſo gefunden/ daß ich ſpreche: Wie ſich hält p n o (das complement der ſumma der Winckel n p o, n o p zu 180) gegen p o, alſo n p o gegen o n. Eben alſo iſt es auch/ wenn man von gemeldten Orten o und p unterwarts zuſiehet auf v. Allein hat man bey dieſen beyden Meſſungen zu mercken: 1. daß ſolche diſtantiæ nicht die diſtantiæ Geographicæ ſeyen/ deren man ſich in Land-Charten zu gebrauchen/ ſondern nur chordæ, die etwa bey Geſchützen in der

Frag/

Frag / ob die auch dahin reichen / Nachricht geben können. Zu den Geographicis diſtantiis aber gehören fig. 4. nicht die anguli n p o, n o p, ſondern n o t, wie præcepto IV. aus fol. LL. gezeiget worden/ und bald in andern Figuren deutlicher gezeiget werden wird. 2. Hat man ſich fürzuſehen / daß die diſtantia zweyer Stände r und s, Schnur-eben / und das inſtrument einmal præcisè ſo hoch ſey/ als das andere mal / ſonſt können ſich gröſſere Fehler begeben. Zur caution dienet/ was fol. LL. von den inſtrumentis, ſonderlich bey den Stäben gemeldet werden wird. Sonſten wenn deß Orts Gelegenheit es leidet / iſts in praxi in allem Fall beſſer / daß man die diſtantiam aus vorhergehendem præcepto, hernach erſt die Höhe (wenn man die diſtantiam zuvor hat) aus præcepto V. durch einen Stand erforſche.

VII. Wenn ich eine ſolche diſtantiam meſſen will / die ich nicht allein nicht übergehen / ſondern auch nicht überſehen kan / nicht daß ſie ſo gar über weit entlegen / ſondern wegen eines dazwiſchen ſtehenden Hinderniſſes / ſo mag dieſes aus einem ſolchen Ort geſchehen / von welchem ich auf beyde Ort ſehen / und entweder durch die Ketten / oder andere der vorigen Manier meſſen kan / aus regula 8. Als wenn ich gerne wiſſen wolte/wie weit auf dem Kupfferblat K K fig. 5. wäre von dem Port E über das Waſſer zu dem Haus M, welches ich doch von dannen (wegen Hinderniß deß Berges nicht ſehen kan) wüſte aber/ und hätte gemeſſen, wie weit von g bey dem Berge über dem Waſſer wäre auf beyde ſolche Ort E und M, das iſt / wie lang da wären die Linien g E, g M, hätte auch nunmehr durch ein inſtrument obſervirt den Winckel

ckel bey g, E g m, ſo hätte ich alsdann ein ſolches triangulum, welches alſo zu ſolviren / wie auf dem Kupfferblat T Additione V. das triangulum g h i zu ſolviren iſt gezeiget worden / nemlich erſtlich den Winckel g E M, oder g M E, aus regula 8. hernach das latus oder die diſtantiam E M, aus regula 7. ein gerechnetes Exempel wird unten præc. XIV. folgen.

IIX. Was hier von eintzigen triangulis benantlich deß Kupfferblat K K geſaget / das iſt auch zu verſtehen von gantzen figuris, die in triangula reſolviret / und auf dem Kupfferblat E E (item F F, G G, H H,) fürgeſtellet worden. Zwar das Kupfferblat E E, mit dem Tiſchlein / gehet ſonderlich auf das Meſſen ohne Rechnung/ davon im folgenden Problemate folgen wird. Doch wenn man (wie oben bey den inſtrumentis gemeldet) in ſolcher Figur E E einen Circul-Bogen unter die Regul geleget / (wie auf dem Tiſchlein mit Circul-Riſſen bey a und b gezeiget) und die gradus daran abgezehlet / und die diſtantiam zwiſchen den zweyen Tiſchlein mit der Ketten gemeſſen / ſo laſſen ſich alle triangula von dem latere oder baſi communi a b oder M R, und den lateribus und diagonalibus a b, a g, a h, a i, a k, begriffen / allerdings ausrechnen / wie die triangula h g E, G I M, &c. auf dem Kupfferblat K K, oder wie d e f, auf dem Kupfferblat T. Die latera b c, c d. d e aber werden gefunden / wie in vorhergehendem præcepto das latus E m auf dem Kupfferblat K K. Eben alſo iſt es auch mit den triangulis auf dem Kupfferblat F F, wenn die diſtantia A B, item auf dem Kupfferblat H H, wenn die diſtantiæ A B. C D gemeſſen / und die anguli bey den punctis A, B, C, D, fleiſſig in ihren gradibus abzehlet

let worden/ (doch iſt ſonderlich wegen deß Kupffer⸗blats FF eine nöthige Erinnerung zu End dieſes Problematis num. XIV. angehänget/) was aber den Wald auf dem Kupfferblat GG anlanget/ſetze ich/ deſſen Bezirck wäre durch daſelbſt fürgeſtellete/ und in vorhergehender Addition beſchriebene Abzeich⸗nung gefallen/ wie auf dem Kupfferblat DD fig. 1. daß nemlich die äuſſern latera ſamt den Winckeln/ ſo ſie begreiffen/ abmeſſen und obſerviret werden/ ſo zöge ich die diagonales, wie daſelbſt (auf gemeldetem Kupfferblat DD) mit gedüpffelten lineis gezeichnet/ und rechnete/ wie lang ſolche wären/ abermals/ wie in nächſt⸗vorhergehendem præcepto die Lini EM deß Kupfferblats KK, oder wie ig deß trianguli hig, auf dem Kupfferblat T, aus regula 8. Die Manier betreffend/ hat der author deß erſten Haupt⸗Theils all⸗bereit eine ſolche Figur in ſeinem andern Theil/ num. 27. fürgeſtellet/ wohin ich den Leſer/damit er nicht mit unnöthigem Unkoſten überladen werde/ remittirt ha⸗ben will.

IX. Dieſes habe ich aber noch melden wollen/ nemlich demnach es an dem/ daß die inſtrumenta, womit man die Winckel auf dem Felde miſſet/ ſo groß nicht leicht⸗lich ſind/daß man auf Minuten zutreffen könnte(man wolte ſich denn der Manier deß authoris behelffen/ in ſeinem erſten Theil/ num. XVI. oder man ſehe/ was Additione VI. bey dem Kupfferblat I, von Zurichtung der Transportur gemeldet) ſo gib ich dieſen Raht/ daß man die Erforſchung der Winckel jedesmal alſo anſtel⸗le/daß man nicht zu Zeiten zu viel/ zu Zeiten zu wenig nehme/ ſondern aufs wenigſte ein extremum in allen verhüte/alſo daß wenn man in einem verſichert/ es ſey

nicht

nicht weniger/man auch in den andern allen verſichert/ daß ſie nicht weniger ſey. Wiſſe man aber in einem gewiß/ daß es nicht mehr ſey/ ſo ſoll man auch zuſehen/ daß man in den andern nicht mehr/ ſondern ehe etwas weniger nehme. Als zum Exempel/ wenn die Regul den zehenden grad weiſe/ und gar ein klein wenig drüber/ ſo wäre es doch beſſer/ daß ich 10 oder aufs wenigſte 5 Minuten zugebe/ als wenn ichs gar aus der Acht lieſſe/ wenn gleich ſolche Zugab etwas zu viel ſcheinen wolte. Wenn denn hernach in der Prob (davon der Author part. 2. num. XVI.) die Summa zu viel iſt/ ſo nehme man den Uberreſt/ und theile ihn in ſo viel Theil/ ſo viel der Winckel ſind/ und was den kommt/ ſo viel ziehe man von einem jeden Winckel ab/ ſo wird man nahe zutreffen. Eben alſo wäre es im Gegentheil/ wenn man in allen Winckeln zu wenig genommen hätte/ſo könnte man auch den Reſt/welcher noch mangelt/ in ſo viel Theil theilen/ſo viel der Winckel ſind/und jedem gleich ſo viel zulegen.

X. Eben aus dieſem Fundament/ dadurch der Bezirck einer Figur gemeſſen wird/ iſt auch auf dem Kupfferblat II gerechnet die gerade Lini a g, der Straſſen daſelbſt/ welche aus dem Kupfferblat FF genommen. Als ich ſetze/ man hab erſtlich gemeſſen die gerade lineas a b, und b c, und den Winckel a b c, ſo kan man aus gemeldter regula 8. meſſen den Winckel bca. und die Lini a c. Darnach meſſe man c d, und den Winckel b c d, addire dazu den Winckel b c a, ſo hat man abermal ein triangulum (a c d) an welchem bekandt iſt der Winckel d c a, und zwey latera d c, c a, und kan derhalben gefunden werden das latus a d, auch der Winckel a d c. Ferner meſſe man d e, auch

den

den Winckel a d e, ſo kommet das triangulum a d e mit unbekandtem Winckel bey d, und den lateribus a d, d e, daraus zu finden a e, und der Winckel a e d. Nun meſſe man auch e f, und den Winckel d e f, addire dazu d e a, ſo kommt und wird bekandt der Winckel a e f, und zwey latera a e, e f, daraus findet ſich das dritte a f, und der Winckel a f e. Endlich meſſe man f g, und den Winckel e f g, addire zu dieſem a f e, ſo hat man das letzte triangulum a f g, daran durch obſervation wie in vorigen dergleichen bekandt ſind der Winckel a f g, und zwey latera a f, f g. Daraus wird endlich gefunden a g, der gerade und nächſte Weg von a auf g.

Auf dieſe Weiſe könte man auch den krümſten Weg finden / wer ſichs nicht wolte verdrieſſen laſſen / und käme dieſe moleſtia der Rechnung leichtlich wieder herein / in einer Landſchafft / wenn ſolcher Weg ein intervallum zweyer Ort wäre / von welchen ſonſt viel andere Ort geſehen / und in Grund geleget werden könten / wie etwa auf dem Kupfferblat F F, ſind die zwey Ort A und B. Geſtalt auch daſelbſten der Weg zwiſchen ſolchen zweyen Oertern mit ebenmäſſigen Buchſtaben a, b, c, d, e, f, g, zu dem Ende gezeichnet / und wie erſt gedacht fol. II fig. 4. in ſeiner eigenen Menſur wiederholet worden.

Wollen / weil es auch zum Theil neu / und / ſo viel mir bewuſt / von andern nicht alſo gezeigt / die Rechnung ſelbſt hieher ſetzen. Wovon zu wiſſen / daß diß Orts das gantze nicht nur Schuch / ſondern Ruthen / 1 / aber Schuch bedeute. Wann der Weg lang wäre / könnte man auch 1 / Ruthen / die zuvor ſtehende Zahlen aber / ſolche ſpacia gelten laſſen / da eines zehen

Ruthen gält/ etwa Ketten/ da eine zehen Ruthen hielte.

So nimm ich nun erſtlich das triangulum a b c, und ſuche an demſelben das latus a c, dazu werden mir bekandt gegeben die latera a b 32 Ruthen / b c 27 Ruthen / 5 Schuch / und der obſervirte Winckel a b c 142 gr. Stehet in der Regul zur Rechnung alſo:

Der Seiten	a b	32	
	b c	27 5'	Differentz Winckel a b c
Summa		59 5'	4 5' 142 gr.

zu 180

complement 38

die Helfft 19 gr.

deren Tangens 34465

multiplicirt (nach der regul detri) mit 4 5'

das product dividirt mit 59 5'

Facit 2606

welches Tangens iſt zu 1 gr. 29' 45''

addirt zu 19

Kommt der Winckel a c b 20 gr. 29. 45

Sprich ferner durch die regula tetri:

20 gr. 29' 45''

ſinus 35011 gibt a b, was gibt a b c 142

32

oder ſein complement zu 180 38

ſinus 61566 facit 56 2''

die Lini a c

NB. Die compendia Trigonometrica deren oben in der III. und V. Addition gedacht/ laß ich hie gutwillig vorbey ſtreichen / damit ich kein confuſion mache / ſon-

ſonderlich weil ſolche compendia nicht ſind für incipienten / die Kunſt deſto ehe zu erlernen / ſondern für diejenige / ſo in der gemeinen Rechnung zuvor geübt / und ihnen die Zeit zurinnen will. Und ſo viel ſprich ich / iſt von dem erſten triangul a b c, und ſonderlich von der Lini a c.

2. Für den triangul a c d und die Lini a d.

Da ſetze ich / ſey in dem Meſſen gefunden c d, 355' die Lini a c iſt aus voriger Rechnung 562' der Winckel b c d ſey obſervirt 124

Stehet alſo:

Der Seiten c d	355'		
a c	562'	Differentz	der Winckel b c d 124
Summa	917	207	addirt a c b 20 g. 29'. 45"

Summa a c d 144 gr. 29 45"
das complement zu 180 35 gr. 30' 15"
die Helffte 17 gr. 45'. 8"
deren Tangens 3201

Dieſe multiplicirt mit 207 das product dividirt mit 917 gibt 7225 als tangentem der
4 gr. 8'. 2"
addirt zu 17 gr. 45'. 8"
gibt 21 gr. 53' 11"
ſubtrahirt davon 13 gr. 37'. 5"
reſt c a d

c a d Sprich
13. 37. 5.
ſinus 23544 gibt 355, was gibt a c d 144 gr. 29'. 45"
oder ſein compl. zu 180. 35 gr. 20'. 15"
ſinus 58072 facit 875'
die Lini a d

3. Für den triangul a d e und die Lini a e

Da ſetze ich / ſey in dem Meſſen gefunden d e 385
der Winckel c d e $152^{\circ}.\ 30^{1}$
aus voriger Rechnung a d 875

Stehet alſo:

Die Seiten a d 875^{1}
d e 385 Diff. der Winckel c d e $152.\ 30^{1}$

Summa 1260 49 addirt a d c $21.\ 53^{1}.\ 11^{2}$
$174\ 23^{1}.\ 11^{2}$
ſein compl. zu 180 $5.\ 36.\ 49^{2}$
die Helfft $2\ 48^{1}.\ 25^{2}$
Tangens 1900

Dieſe multiplicirt mit 49. und das product dividirt mit 126 gibt 1906 Tang. der $1.\ 5^{1}.\ 34^{2}$
ſubtrahirt von $2.\ 48^{1}.\ 25^{2}$
reſt d a e $1.\ 42^{1}.\ 51^{2}$
dazu addirt gibt a d c $3.\ 53^{1}.\ 59^{2}$

Sprich

d a e 1. 42. 51 a d e
ſinus 2986 gibt d e 174. 23. 11
385^{1}
ſein compl. zu 189 5. 36. 49
ſinus 9777 facit 126

4. Für den triangul a e f und die Lini a f

Hie iſt durch obſervation gefunden die Lini e f 457 durch Rechnung a e 126/der Winckel d e f gleichfalls durch obſervation 154. gr. 30^{1}

Stehet alſo:

Die

Die Seiten ef 457'
ae 126 Differentz der Winckel

Summa 1717 803 def
154. 30'
addirt adc 3. 53'. 59''

thut aef 158. 23'. 59''.
compl. zu 180 21. 36. 1
die Helffte 10. 48. 0
Tangens 19076

Multiplicirt 19076 mit 803 und das product dividirt mit 1717 thut 8863 Tang. der 5°. 3'. 55''
ſubtrahirt von 10. 40'. 0''
reſt eaf 5. 44'. 5''
addirt zu 10. 48'. 0
thut efa 16. 32'. 5''

Sprich

eaf 5. 44. 5 thut ef alſo aef 158. 23'. 59''
ſinus 9991 457' compl. zu 180. 21. 36'. 1''
ſinus 36812 thut 168'
af

5. Für den triangul afg und die gantze diſtantz ag.

Hier iſt durch Meſſung gefunden die Lini fg 575' und durch obſervation der Winckel efg 152 gr. die Lini af iſt in voriger Rechnung gefunden 1683

Stehet alſo:

Die Seiten fg 575
af 1683 Differentz Winckel efg

Summa 2258 1108 152 gr.
dazu afe 16 gr. 32¹. 5²

Summa afg 168 gr. 32¹. 5²
compl. zu 180 11 gr. 27¹. 55².
Helfft 5 gr. 43¹. 58²
deſſen Tangens 10039

Dieſe 10039 multiplicirt mit 1108 und das product dividirt mit 2258, thut 4936 Tang. 20 g. 49¹. 18²
addirt zu 50 gr. 43¹. 58²
thut fga 8 gr. 33¹. 16²
davon ſubtrahirt / thut 2 gr. 54¹. 40²
deſſen ſinus 50¹. 75².

Sprich durch die regulam detri:
gaf 2 gr. 54¹. 40².
ſinus 5075 thut fg, alſo afg 168. 32¹. 5²
575
compl. zu 180 11. 27. 55
ſinus 19873 thut 2054
ag

Und dieſes iſt die Geographiſche Läng und diſtantz (das iſt/ wie ſie in eine Land-Charten zu bringen) wie ſie gerad hin betrachtet wird. Und wenn man Anfangs bey obſervation der Lini ab einen Compaß auf dieſelbe geſetzt / kan man / wenn ſolche Meſſung und Rechnung verrichtet / zur lincken Hand als gegen Abend die 2 grad 54¹. 40². um welche die Lini ag von der Lini ab abſchlägt / abziehen / wenn der Weg gegen Norden gehet / aber zu ſetzen / wenn er gegen Mittag gehet.

Und

Und weil dieſer Weg die diſtantz iſt zwiſchen A B fol. FF können auf ſelbigem Blat alle andre Linien und diſtantiæ gefunden werden / entweder Trigonometricé, wenn man die Winckel in beyden Ständen fleiſſig bey graden und Minuten obſervirt / oder nur mechanicè, daß man die Lini a g in die gefundene 2054 Theil theile / und hernach ſolche Theil einen Maßſtab ſeyn laſſe / dadurch man in einem ſubtilen Hand-Circul alle andere Linien abmeſſe / probl. IV. mit mehrerm gezeigt wird.

XI. Fernern Nachricht von Meſſungen der Höhen / und daraus flieſſenden diſtantien, geben die zwey Kupfferblätter L L und M M. Nemlich wenn man die diſtantien an ein Ort oder deſſen Höhe meſſen will / und doch keine Meßketten / Ruthen oder Schnur hat / mit welcher man der beyden eins / oder den Unterſcheid zweyer Stände meſſen möge / oder anderer Urſach wegen (als wenn man Brunnen abwägen will / dergleichen Manier ſich nicht zu gebrauchen gedenckt / ſo nehme man zwo Stangen / M und N, wol lang / und zeichne an beyde die Höhe O N deß an Q gehengten inſtrumenti, es ſey gleich ein transportur, oder / wann es nur um die Höhen zu thun / wie unten fol. Q Q.) nur ein transverſal oder Querholtz mit zweyen Zäpfflein an Statt zweyer Abſehen / und ſey ſolche O N ſo lang / als M Q, und an der längern Stangen zeichne man noch ein gemeſſene Höhe ferner hinauf / je länger je beſſer / die ſey OP. Dieſe längere Stangen gebe man einem Gehülffen / und laſſe ihn ſolche für ſich hintragen / und an das Ort ſtecken / dahin man meſſen will / als in N, hänge das inſtrument, wie gemeldt / an die ſeinige / und wenn es ein ſolches iſt /

dadurch man die eigentliche Winckel obſerviren kan/ ſo obſervire man dadurch den Winckel PQO, deſſen complement fig. 2. iſt OPQ, und iſt QON oder QOP ein angulus rectus, welches daher zu ſehen/ daß die Augen-Lini OQ mit dem von dem inſtrument herab hangenden Senckel einen geraden Winckel macht. Gibt alſo PQO ein triangulum rectangulum, an welchem ein latus (PO die gemeſſene obere Läng der Stangen) und die anguli QON und OQP und per regulam V. Addition V, auch OPQ bekandt/ und derhalben die diſtantia QO aus regul. 6. zu finden/ darneben auch zu ſchlieſſen/ daß der Punct N nicht höher ſtehe als M. Fället aber die linea obſervationis von Q auf O aufwarts/ wie fig. 3. So merck die Winckel bey Q, nemlich OQR, PQR, deſſen complement alsdann iſt der Winckel RPQ. und deß Winckels OQR complement zu zweyen rectis iſt POQ.

Sprich erſtlich:

PQO gibt PO, alſo POQ gibt PQ.

Ferner:

Sinus totus gibt PQ alſo PQR gibt PR.

So viel iſt O höher als Q und N als M, und QPR gibt QR, ſo weit iſt ſchnurſtracks dahin.

Weiſet aber die Lini QO unterwarts/ wie fig. 1. fol. MM. ſo frage deinen Gehülffen/ der ein Maßſtäblein bey ſich haben muß/ wie lang OT oder PT ſey. Du aber obſervire die angulos bey Q PQT, oder OQT, deren complementa ſind TOR TPQ und ſprich:

Sinus totus gibt PT oder OT, alſo angulus bey O oder P (complement deß anguli bey Q) gibt die diſtantz QT.

Die

Die Höhe T, um welche QO, und M das N übertrifft / iſt durch das Stäblein gemeſſen.

Gehen aber beyde Geſicht-Linien unter die Horizont-Lini QT, wie fig. 2. fol. M M. ſo obſervire abermal die Winckel bey Q, da iſt PQM das complement zu 180 deß Winckels QPO und OQM iſt gleich dem Winckel POQ. Sprich erſtlich OQP gibt OP, alſo OPQ gigt OQ.

Ferner:

Sinus totus gibt OQ, alſo OQS gibt OS, und ſein complement QOS gibt QS oder MR.

Und alſo kan man ſich dieſer Manier auf Trigonometriſche Weiſe gebrauchen / wenn nemlich das bey Q hangende inſtrument in die gradus deß circuli getheilt.

Wenn aber bey Q kein inſtrument hanget / welches in gradus getheilt / ſondern nur ein transverſal zu geraden Winckeln wie ein Creutz angemacht / mit zweyen Abſehen / oder Zäpfflein. Das gibt ein Exempel in das folgende Capitel / ſo von Meſſung ohne Rechnung handelt / und muß bey O der Stangen NOP ein bewegliches Zeichen (ein Schnuptuch oder dergleichen) angeknüpfft werden / welches überſich gerucket werden könne in T, daß es zu geraden Winckeln / und alſo dem obſervatori in das Geſicht komme / ſo wird alsdenn das intervallum T von Q zeigen / wie viel das Ort / da der obſervator ſtehet / höher / als das ander ſey. Da denn leicht zu erachten / daß (weil unterwarts nicht viel Raum übrig / ſondern das Zeichen T jedesmal überſich muß geruckt werden) derowegen der obſervator, welcher die Stange mit Q hat / und der andere / welcher die Stange NOP hält / zu Zeiten mit-

einander wechſeln müſſen / daß der obſervator jedesmal an dem höhern Ort ſtehe. Wie ſolches auf dieſem Blat M M fig. 4. gezeigt / und unten bey Abwegung eines Brunnens deutlicher folgen wird.

XII. Die Meſſung durch zween Ständ übereinander / als etwa von zweyen Fenſtern unterſchiedlicher Gaden eines Thurns / iſt fol. N N fürgeſtellt. Da ſey A die öbere Höhe / B die untere. Das Interſtitium AB ſey 25 Schuch / das Ort als ein Berg / von welchem gefragt wird / ſey C, da will ich meſſen / wie weit dahin iſt / ſo wol nach der Chorda a c, als nach der geraden Lini AD, der Winckel BAC ſey 170 Grad / weniger $\frac{1}{10}$ das wäre 106. gr. 54 Min. Der Winckel ABC 66 gr. 20'. Summa dieſer beyden wäre 173 gr. 14'. abgezogen von 180, kommt ACB 6°. 46'.

Sprich durch die regul detri:

6 gr. 46 Min.		
ſinus	ABC	
12762 gibt AB,	alſo 66. 20 Min. gibt	AC die chord.
25	ſinus 91589	178

Ferner

ſinus totus	gibt AC,	alſo deß Winckels	gibt AD
100000	178	BAC 106°. 54'.	170
		compl. 73°. gr. 6'	
		ſinus 95681	

So weit iſt dahin nach dem Horizont.

Eben alſo iſt es mit der diſtantz eines Orts / ſo niedriger iſt / alſo E gleichfalls auf dem Kupfferblat N N. da ſey der Winckel BAE 76 gr. 30 Min. ABE 95. 20' Summa dieſer iſt 171°. 50'. abgezogen von 180 / reſt AEB 8°. 10'.

Sprich-

Sprich durch die Regulam Detri:

AEB 8°. 10' BAE 76°. 20'

AB BE

ſinus 14205 gibt 25, alſo ſinus 97168 gibt 171

Ferner

ſinus totus gibt AE, alſo BAE 76. 20 gibt EF

100000 171 ſinus 97168 166

XIII. Zu erfahren / wie viel ein Ort höher / als das andere / da man auf dem einen ſtehet / und doch weder eines oder deß andern Höhe eigentlich weiß / kan man gleichfalls auf dem Kupfferblat N N zeigen.

Man explorire erſtlich die diſtantz AC oder AE (es geſchehe gleich durch zween Ständ übereinander / oder hintereinander / oder wie es ſeyn mag) samt dem Winckel CAB bey der Höhe deß Puncten C, oder BAE, bey der Höhe deß Puncten E.

Spreche darauf durch die Regulam Detri:

ſinus totus gibt AC alſo anguli CAB 106°. 54' gibt CD

100000 178 exceſſus CAD 16. 54 51

ſinus 29070

Item

ſinus totus gibt AE, alſo FAE 76°. 20'. gibt AF 40

100000 171 compl. AED 13°. 40'.

ſinus 23627

So viel iſt A höher als als E.

XIV. Zu wiſſen / wie weit zwey Ort in der Ferne voneinander / kan gleichfalls an dem Kupfferblat N N gezeigt werden / da ſetze ich / ich begehre zu wiſſen die diſtantz der zweyen Berg C und E, da muß ich erſtlich wiſſen (es geſchehe durch was Mittel es wolle / wie deren etliche bisher in dieſem problemate gezeigt worden) die zwo diſtantias AC AE. Im vorigen præ-

cepto

cepto ſind gefunden worden AC 178, AE, 172, ſamt dem Winckel C A E, der wird (wenn man ihn nicht abſonderlich durch ein inſtrument exploriren will) aus vorigen obſervationibus gefunden ſolcher Geſtalt.

CAB iſt gefunden 106°. 54'. ſein complement zu 180 iſt 73°. 6'. und BAE ward 76. 20. addir dieſe zween Winckel zuſammen / die thun 149°. 26'. abgezogen von 180. reſt / der Winckel CAE 30°. 34'. Das gibt eine Rechnung / wie zuvor in den triangulis deß Wegs / ziehe den Winckel 30°. 34'. von 180, reſt 149°. 26' die Helfft 74°. 34'. deren tangens 165956. Sprich darauf erſtlich / wie ſich hält die Summa der zweyen laterum 178 und 172 gegen ihrer differentz 7, alſo tangens 365956 gegen 1444 das iſt tang. 49'. 40''. addirt zu 74°. 43' thut den Winckel AEC 75. 32'. 40''. Sprich durch die regulam AEC 75. 32. 40 ſinus 96833 gibt AC 178, was gibt CAE 30°. 34' ſinus 50854? facit 90 Schuch.

NB. Bey dieſen bisher geſchehenen Rechnungen aus zweyen Ständen übereinander / hat man ſich zu erinnern / daß / weil das interſtitium zweyer Stånd nicht gar groß ſeyn kan / als hie 25 Schuch / welches ein ſchlechte diſtantz zweyer Stånd iſt / und doch weil die Meſſung in der Ferne / wenn ſie einen rechten uſum haben ſoll / gemeiniglich gröſſer iſt / als diß Orts / man groſſen Fleiß in dem obſerviren haben / und auch die Minuten in acht nehmen / oder hernach mit den diſtantiis und Höhen / wie ſie kommen / ob ſie gleich nicht accurat, für lieb nehmen muß.

XV. Endlich gleichwie bisher geſpührt / der Unterſcheid deß Meſſens zwiſchen den chordis und Grund-

Linien

Linien (als am nächſt vorhergehenden Exempel zwiſchen A C und AD. Item zwiſchen A E und E F, alſo iſt ſonderlich wegen der Land-Charten / auf welche fürnemlich eben das Kupfferblat F F, gehet / zu mercken / daß es in denſelben nicht um die chordas, ſondern um den Grund zu thun. Weil aber auf gemeldtem Kupfferblat / durch die daſelbſt gezeigte Manier allein die chordæ gefunden werden / ſonderlich wenn man zu Zeiten das Inſtrument ſchreg unterſich oder überſich richten müſſen. So muß man nicht vergeſſen / daß man auch meſſe / wie viel ein Ort höher ſey / als das andere / nemlich daß man eine ſolche gefundene chordam für eine Hypotenuſam anguli recti, das iſt / für eine Lini halte / die einen geraden Winckel unterzogen / die rechte diſtantz aber die Grund-Lini ſeyn laſſe / wie aus vorhergehenden exemplis zu ſehen. Will doch zu guter Letz / um beſſerer Erklärung willen / noch eines eben aus gemeldtem Kupfferblat FF ſetzen. Nemlich ich ſetze an demſelben die diſtantz A D gedachten Kupfferblat / ſey gefunden 133 Ruthen / aber der Winckel / um welchen D höher als A, ſey 33 Grad. Sein complement A D K 57. Sprich:

ſinus totus gibt A D 133 alſo ADK 57° gibt 101
ſinus 83867

So weit nur / und nicht 133 / ſind A und D im Grund voneinander. So viel von Trigonometriſcher Meſſung und Rechnung der diſtantien und Höhen in unterſchiedlichen exemplis, aus welchen ich mich verſiehe / daß auch andere / ſo fürkommen mögen / leicht zu verſtehen / und zu practicirn ſeyn werden.

Folget von andern Meſſungen.

PRO-

PROBLEMA III.

Eine unbegängliche diſtantiam oder Höhe/theils ohne einige/theils ohne ſolche Rechnung/ die durch die Tabulas ſinuum geſchiehet/ doch durch vorige inſtrumenta zu meſſen.

Es ſind abſonderlich zwo Manieren ohne Trigonometriſche Rechnungen zu meſſen / deren eine/ ob ſie gleich nicht aus den Tabulis ſinuum procediret/ gleichwol ſolche inſtrumenta gebraucht / die ſonſten in dem Abmeſſen/ durch ſelbige tabulas erfordert werden/ das iſt / an welchen man die gradus der obſervirten Winckel abzehlet / als die transportur, oder doch auf das wenigſte ſolche / auf welchen die anguli abgezeichnet werden können/ als das Tiſchlein.

Die andere Manier geſchiehet durch bloſſe Stäb / davon im folgenden problemate.

Die erſte / von welcher wir in dieſem Problemate handeln wollen / fundirt ſich gantz auf vorhergehenden Problematis Trigonometriſche Meſſung / und werden durch dieſelbe alle vorige exempla alſo ſolvirt.

I. Obſervir die Winckel/ wie zuvor/ und weil ſolche allezeit an einem bewuſten latere (bisweilen an zweyen) anſtehen / ſo reiſſe ſie nur mit ſchlechtem Auf- und Abtrag von der transportur an ſolche latera, wie das triangulum erfordert / und ziehe die anſtehende latera, die mit dem bewuſten latere den Winckel machen/ fort/ bis ſich das triangulum ſelbſten ſchleuſt/theile das latus,

latus, deſſen Läng auf dem Feld bewuſt iſt / in ſo viel Theil / oder ſchneid mit dem Circul Anfangs ſo viel dazu von einer entweder ungefehr getheilten / oder von einem Maßſtäblein fol. W genommenen Lini hinweg / ſo viel es auf dem Feld Ruhten oder Schuch hält / und ein ſolches Theil laſſe auch auf dem Reißblat dein Maß ſeyn. Faſſe es mit dem Circul / und miß wie viel die andere latera, deren Läng oder Höhen du begehreſt / dergleichen halten / ſolches Maß / wann du fleiſſig und recht gemeſſen / wird dem Maß auf dem Feld correſpondiren.

Zum Exempel / wann ich ein triangulum (rectangulum Anfangs) a b c. fol. OO fig. 1. nicht nach der Trigonometria ausrechnen / ſondern nur mechanicè mit einem Circul meſſen will / ſo trage ich die mit der Meßketten (Ruthen / Schritten / ꝛc.) gemeſſene diſtantz auf ein Blat / das ſey das gemeldte Kupfferblat OO, und ſetze / ſolche ſey 30 Ruthen / ziehe auf gemeldtem Blat OO eine Lini / lang gnug in Ruthen getheilt / davon ſchneide ich 30 Theil ab / für die Lini a c, reiſſe in a, ein angulum, rectum d a c (denn alſo iſt er genommen worden) und an c, einen angullum, wie er an der transportur gefallen / ziehe hernach die lineas, welche an a, und c, anſtoſſen / fort / bis ſie einander berühren / wie geſchehen wird in e, faſſe hernach ein ſolch dreiſſiges Theil der Lini a c (oder Anfangs etliche derſelben miteinander / oder wol die gantze a c, wenn ſie kürtzer iſt / als der andern zwo eine / denn mit kleinern aperturis deß circuli, und allzuofftem Fortſetzen iſt bald etwas eingemeſſen) und ſiehe / wie viel derſelben in den andern lateribus begriffen ſeyn / ſo findet ſich / wie viel Ruthen ſind von a oder c bis in e, nemlich in

dieſem

dieſem Exempel von a und e die diſtantz a c zweymal bis in d und e das iſt 60/ und darüber von a 16½ das iſt zuſamm in e 76½ und von c über die 60 auch bis in e 22 und faſt ¼ thut 82¼.

Nicht viel anderſt wäre es/ wann der Winckel bey a obliquus, das iſt/ ein ſchreger Winckel wäre/ als f a c, ohne das alsdenn ſolcher Winckel bey a eben wie bey c, an der transportur in ſeiner Zahl der graden zu nehmen/ da hergegen zuvor/ man nur bloß einen geraden Winckel geriſſen.

Eben alſo iſt es auch mit den triangulis O P Q bey den Stäben N und M auf den Blättern LL und MM, wann man ſolche aufreiſſen wolte. Nemlich man reiſſe fol. O O fig. 2. eine Lini O P, wie ſolche auf LL oder MM iſt/ daß O P ſo viel Theil habe/ ſo viel ſie daſelbſt hat/ und ziehe die Lini von O (Bley-recht/ oder was ſie für einen Winckel daſelbſt gemacht) auf Q, welches das Punct iſt/ da das inſtrument der obſervation gehangen/ und der angulus derſelben genommen. Dieweil man aber noch nicht weiß/ wie lang ſolche linea O Q iſt/ ſintemal ſie eben diejenige iſt/ von welcher gefragt wird/ ſo muß man deß Winckels bey e comlement nehmen/ und an den Punct p reiſſen/ ziehe alsdenn beyde lineas von O und P fort die werden einander berühren in Q, und iſt O Q die geſuchte diſtantz.

III. Wann man das Tiſchlein gebraucht/ ſo darff man die trangula nicht erſt meſſen nach der obſervation/ ſondern man thut in dem obſerviren jedesmal der Regul nach einen Strich/ ſo ſchlieſſen ſich die triangula ſelbſten/ wie auf dem Kupfferblat E E an den beyden Tiſchlein bey M und R zu ſehen. Ligt alſo nun

an

an dem / daß man die Theil deßjenigen lateris, deſſen Läng bewuſt / und gemeiniglich das interſtitium zweyer Stände iſt / mit dem Hand-Circul nehme / und dadurch wie zuvor die Länge der andern laterum abmeſſe.

Als geſetzt / auf gemeldtem Kupfferblat E E ſey die diſtantz von M auf R 20 Ruthen / ſo theile ich entweder auf dem Tiſchlein die Lini a b in zwantzig Theil / oder ziehe eine Lini / ſo breit das Tiſchlein oder das daran gekleibte Papier iſt / und ſchneide von / entweder nach einem Maßſtab deß Kupfferblats W, oder nach Beliebung in ſolcher Gröſſe / wie man die Figur getrauet aufzubringen / und wo ſich ſolche mit dem Circul geſchehene Abſchnitte enden / dahin gehört der Punct b, und durch ſolche Theil der Lini a b, mit dem Circul gefaſſt / miſſt man hernach die übrigen Linien / welche von den punctis a und b durch die Regul obſervirt / und derſelben nachgezogen worden ſind. Ja man pflegt gemeiniglich die Regul deß Tiſchleins in gewiſſe Theil zu theilen / welche hernach für Schuch oder Ruthen (nach dem die Figur groß genommen werden können / daß man alſo keinen neuen Maßſtab ſuchen oder machen darff.)

III. Wann eine Höhe durch das Tiſchlein zu meſſen / ſo gebraucht man insgemein dazu die Nebenreguln, ſtellet das Tiſchlein præcisè und auf ein Haar bleyrecht / durch eine aufgeſetzte Bleywag / wie die Zimmerleut und Maurer gebrauchen / doch nicht ſo groß / richte die bewegliche Regul an der Seiten überſich / wann man überſich miſſet / unterſich (mit umgewantem Tiſchlein) wann man unterſich miſſt / ſiehet durch derſelben Abſehen auf die Höhe zu / ſchlägt hernach

die aufgerichtete Regul (auf dem Kupfferblat X mit fg gezeichnet) Bleyrecht an/ wie daſelbſt eben bey den literis d f g gewieſen / ſo hat man das gantze triangulum, wie es in der obſervation gefallen/und weiſet die Zahl der Theilen an der untern Seiten Regul/ die Geographiſche diſtantz an der obern / deren die pinacidia oder Geſichtblätlein ſtehen/ die chordam, nach welcher man mit einem Geſchütz zielen möcht / und die aufgerichtete Regul weiſet die Höhe. Weiß man nun eines unter dieſen dreyen/ ſo kan man die aufgerichtete Regul alſo rucken und anſchlagen / daß ſolches Theil abgeſchnitten werde / ſo erſcheint ohne Rechnung/ wie viel die andere zwey latera ſolcher Theil haben.

Wie aber gemeldt/ſo hat man ja fleiſſig Achtung zu geben/daß das Tiſchlein in ſolcher obſervation Bleyrecht ſtehe / denn ein kleiner Fehler an den Reguln groſſe Fehler an den diſtantiis und Höhen bringt / (gleichwie an einer Büchſen / wann das Abſehen um eine Nadelſpitz falſch ſtehet / ſonderlich wann ſie kurtz iſt / wie dann auch das Tiſchlein ſo gar lang oder breit nicht ſeyn kan / ſolches einen Schuß in der Ferne weit von dem Ziel abſtreichen macht) wo nicht / ſo wolte ich lieber einen halben Circulbogen wie eine transportur, ſamt einer Bleywage / an die Seite deß Tiſchleins hängen/ oder das Tiſchlein ſelbſt /oder nur ein gemein glattes Bret nach der Fläche nehmen/ wie einen quadranten / darauf eine Lini überzwerch ziehen/ an ſolche die gemeine Regul / die man ſonſt oben auf dem Tiſchlein gebraucht / beſtändig anhefften / oder nur zwo Nadeln anſchlagen / an die ferneſte / welche gegen der Höhe gewendet wird / wann man einen Ort miſſet / welcher höher iſt / als der Stand / an die nähere /

wann

wenn man unterſich miſſet / eine Bleywag hängen / derſelben Abſchlag gegen zuvor gezogener Lini in dem obſerviren / mit einem Stefft oder Reißbley notiren / den Winckel / welchen die Bleywage mit der anfangs gezogenen Lini machte / gegen einem recto conferiren / die differentia wäre der angulus obſervationis in dem überſich meſſen / er ſelbſten aber wäre der angulus obſervationis in dem unterſich meſſen.

Wie man hernach / wann man die angulos obſervationis hat / gantze triangula, darinnen die Höhen und diſtantiæ begriffen / nachreiſſen und ausmeſſen ſoll / iſt aus vorigem præcepto abzunehmen.

Dieſe Manier / welche mich viel gewiſſer dunckt / als durch die ſonſt gewöhnliche Seiten-Reguln / hat mich bewogen / eine andere Manier deß Fuſſes deß Tiſchleins oben auf dem Kupfferblat X und jetzt O O fig. 3. &c. fürzuſtellen / daß nemlich der Zapff deß Fuſſes (welcher ein Gelenck faſt wie der Fuß an der transportur haben muß) in das Tiſchlein eingezapfft werde / ſo neige man alsdann das Tiſchlein fig. 3. O O, vermittels des Gelencks a, daß es zur Seiten gleichſam herab hange. Darauf will ich fig. 4. das Tiſchlein in ſeiner ſuperficie (auf welche man ein Papier mit Wachs kleiben / oder ſonſt anhefften mag) abſonderlich vorſtellen / doch daß man ſich einbilde / als wann es an dem Fuß allerdings wie fig. 3. hienge. In dieſem nehme man nun einen Punct ſeines Gefallens / dahin ſchlag man die Nadel / an welcher die Regul der obſervation gehen ſoll / an der Nadel hange / ehe du die Regul d e anhängeſt / ein Bleywag b c. und wo bey Verrichtung der obſervation die Schnur oder Faden der Bleywage hinzeigt /

dahin mache einen Strich/ der ſey b c, dergleichen thue auch an der Regul d e, und an demſelben nimm dir nach Blieben den Punct f, von dieſem ziehe eine Lini oder gerecht Winckelmaß/ ſo mit b c einen geraden Winckel mache in g. Iſt nun in ſolcher obſervation die Hohe h i bewuſt geweſen/ ſo gib der Lini b g derſelben Theil; iſt die diſtantz bewuſt geweſen / ſo nimm auf der Lini f g, ſo viel Theil / als die bewuſte diſtantz hält/ ſo findet ſich das übrige wie zuvor. Wie man aber behend eine Lini in begehrte Theil theilen könne / iſt nicht allein oben Additione IV. von dem Abriß der Figuren gezeigt / ſondern auch guter Behülff aus dieſem fol. OO, fig. 7. zu nehmen/da nemlich wann das ſpacium A B zu 10 Ruthen auf dem Tiſchlein zu groß (gröſſer darff mans auf dem Tiſchlein nicht wol nehmen/ oder müſte ja eine ſchlechte Höhe oder diſtantz zu meſſen ſeyn) man den Circul oben bey C, D, E F, oder nahe dabey anſchlagen/ und die Theil nehmen könnte.

Iſt aber weder die Höhe noch die diſtantz bewuſt / daß man alſo (wie oben bey der Trigonometriſchen Meſſung zu ſehen) zween Stände nehmen muß. So gehe mit dem Tiſchlein gerad hinterſich oder fürſich. Geheſt du fürſich / gegen dem Ort zu / welches du zu meſſen haſt fürgenommen / ſo wird die Lini / welche du der obſervation und der Regul nachziehen wirſt / hinwarts zwiſchen der Lini bf und bg fallen in k, geheſt du aber zuruck / ſo wird ſie zwiſchen dem Geſicht und der Lini d f fallen in l. Theil hernach die diſtantz f h, wann du fürterwarts gangen an dem Tiſchlein fig. 5. f. l, wann du zuruck gangen an dem Tiſchlein fig. 6. in ſo viel Theil/ ſo viel die diſtantz deiner zweyen Ständ in

ſich

ſich hat (es ſey an Ruthen/ Schuchen/ Schritten/ oder was es iſt) dieſe Theil mit dem Hand=Circul genommen / und an die andere Linien / ſo offt es vonnöthen iſt / getragen / werden das Maß ſeyn der Höhe an b g der diſtanß von g auf f g.

Dieweil aber/ ſonderlich bey zweyen Ständen/ wie aus unterſchiedlichen exemplis vorigen capitis von Trigonometriſcher Meſſung zu erſehen / auch an ſich ſelbſt leicht zu ermeſſen/ man ſich der Ebene deß Horizonts auch verſichern muß / denn ſonſten groſſe Fehler ſich begeben können / kan ſolcher folgender Geſtalt geſchehen / daß man jedesmal vor obſervation der Höhe/ die Regul gerad hinſtrecke / daß ſie mit der Lini b g einen geraden Winckel mache/ als wann ſie auf der Lini m n fig. 4. läge / welches mit einem Winckelmaß / oder / wann man keines zur Hand hat / ſolcher Geſtalt explorirt werden kan / daß man einen Circul mit dem einen Fuß in g anſetze / über die Läng der Lini b g aufthue / und den andern Fuß auf die Regul zu ſtrecke / berührt er dann ſolche zu beyden Seiten von b hin=und herwarts/ ſo iſt man verſichert / daß die Regul bey b zween gerade Winckel mache. Sehe man alſo der Regul nach auf die fürgenommene Höhe zu / und merck in beyden Ständen ein Pünctlein an ſolcher Höhe / darauf es trifft. Iſts in beyden Ständen eins/ ſo iſt der Horizont eben / und wird die Höhe / welche heraus kommt / von ſolchem Pünctlein zu nehmen ſeyn. Sind ſie aber unterſchiedlich / ſo iſt der Horizont uneben / und kan in Rechnung der Höhe die Mitte ungefehr zwiſchen ſolchen zweyen Pünctlein genommen werden / oder man mag an das Ort / da der andere Stand ſoll hinkommen / einen Stab ſte-

cken/wo bey der erſten obſervation die Abſehen der Regul hinweiſen/ein Zeichen machen/und wann man dahin kommt/ das Tiſchlein alſo ſtellen/daß das Punct b deß Tiſchleins ſo hoch komme/ſo hoch das Zeichen der Stangen gewieſen hat. Auch wann der Unterſcheid zwiſchen ſolchen zweyen Ständen groß/ muß man in deſſen Abmeſſung derjenigen Manier (auf dem Kupfferblat II) ſich gebrauchen/welche durch eine Meßſchnur oder Ketten einer Ruthen lang an zweyen Stäben angemacht/verrichtet wird. So viel von dem Tiſchlein/ in Meſſung eines eintzigen Orts/von gantzen Figuren wird bald ein mehrers folgen.

IV. Wiederum auf die transportur zu kommen. Wann an derſelben die radii in gleiche ſubtile Theil getheilt und alſo gemacht ſind/ daß man ein gerechtes Winckelmaß auch in gleiche ſubtile Theil getheilt/ dabey/ wie jetzt folgen wird/brauchen kan/ſo gibt ſich ſolche mechanica dimenſio noch leichter. Daß man nemlich das Winckelmaß / nur wann man obſervirt hat/ anſchlägt/wie oben auf dem Kupfferblat I bey der Austheilung eines halben Circul-Bogens mit düpffelichten lineis und literis h, f, l, angedeutet. Denn da hat man jedesmal ein gantzes triangulum l, n, f, deme das auf dem Feld gemeſſene prpportional iſt. Allein muß man / wann unterſchiedliche triangula einander reſpondiren ſollen (als wann man aus zweyen oder mehr Ständen gantze Felder und Landſchafften miſſet / davon bald die ſpecification durch unterſchiedliche oben allbereit geſetzte Figuren folgen wird (alsdenn muß man/ ſprich ich/den Winckelhacken alſo anſchlagen / daß das eine latus in allen ſolchen triangulis einer Läng bleibe/ welches unterſchiedlicher Weiſe ge-

ſche-

ſchehen kan / am füglichſten aber geſchiehet / wann der Winckelhacken / Umkreiß der transportur, und ihr beweglicher radius jedesmal bey O præcisè und eigentlich in einem Punct einander betreffen. Denn da bleibt der radius allezeit in beſtändiger Läng / und kan nicht fehlen / die Winckel fallen wie ſie wollen / doch käme in der Rechnung / wann man ſolche dahin appliciren wolte / nicht einerley Zahl alleweg vorne an. Wann aber die aufgerichtete Seite deß Winckelmaſſes / wie auch deß radii lang genug iſt / daß man nicht zu beſorgen / ſie möchten einander nicht allenthalben berühren / ſo wird ſolche beſtändige Läng füglicher an der baſi der transportur genommen / und zwar in ſolcher diſtantz von dem centro, ſo weit die zween Stånd voneinander ſind.

V. Aus deme / ſo bisher gehandelt / iſt leicht zu erachten / wie auch dieſes mechaniſche Meſſen nicht allein / wie jetzt gemeldt / auf der transportur, ſondern auch auf dem Tiſchlein / und zwar noch leichter / auf gantze figuras zu accommodiren. Denn gleichwie auf dem Kupfferblat EE, geſetzt / die diſtantia a f oder M R ſey gemeſſen und gefunden worden 20 Ruthen / alſo ſetze ich auf dem Blat FF ſey AB 300 Ruthen / auf dem Blat HH ſey AB 30 Ruthen. Theile auf dem Tiſchlein die Linia b (wie ſie auf dem Kupfferblat EE gezeichnet) in gemeldte 20 / 30 / 300 Theil / oder ſchneide von einer in mehr Theil getheilten ſo viel ab und nims für dieſelbe. Haben nun an beyden Enden a und b die Winckel durch das obſerviren ſich ſelbſt gwieſen / ſo haben ſich auch alle termini oder Endungen der Figur ſelbſten / wo nemlich ſolche der obſervation nach gezogene Linien einander berühren.

Hat man aber eine transportur, deren radii nicht getheilt/ auch kein Winckelmaß dabey/ und will damit gantze Figuren ohne Trigonometriſche Rechnung meſſen/ ſo muß man bey a und b die Winckel/ wie ſie in der obſervation gefallen/ fleiſſig notiren/ und entweder von der transportur, welche man in der obſervation gebraucht/ oder von einer andern ab/ und auf das Blat/ darauf die Figur zu reiſſen/ auftragen/und die Linien/ welche die Winckel bey a und b offtgemeldten Kupfferblats E E machen/ fortziehen/ bis ſie aneinander berühren/ und hernach nach den Theilen ſolcher Lini abmeſſen.

In ſpecie aber iſt von ſolchen Fällen/ wie auf dem Kupfferblat H H iſt/ dasjenige/ ſo oben gemeldt worden/ zu wiederholen/ daß wann man deß Tiſchlein oder ſonſt mechaniſchen Meſſens ſich gebrauchen will/ ſolche Stückweiſe/ auf unterſchiedliche Blätlein müſſen gebracht werden/ alſo daß man jedesmal auf dem andern Blat zwey puncta noch einmal obſervire/ welche ſamt den andern vorhergehenden obſervirt worden/ hernach die Blätter zuſamm/ jedes punctum auf ſeines gleichen lege/ und gleichwie man Anfangs einerley Maß zur Zeichnung deß interſtitii der Stände genommen; alſo auch mit ſolchen alle lineas ausmeſſe.

Den Wald auf dem Blat G G betreffend/ wann deſſelben und anderer dergleichen Figuren Bezirck nach oben geſchehener Anleitung aufgetragen/ iſt er auch zugleich mitgemeſſen/ und bedarff keines fernern Abmeſſens/ man wolte denn/ wegen Ausrechnung deß Jnhalts/ die diagonales mechanicè meſſen. Alsdannn reiſſe man ſolche diagonales, wie man ſelbſten

meinet / daß ſie am füglichſten fallen (denn in ſolchen irregular - Wercken keine gewiſſe Regul kan gegeben werden) und meſſe ſolche mit dem Hand-Circul nach dem Maß der erſten Linien / ſo die Figur ſchlieſſen / wie zuvor nach der Lini a b.

Es kan auch in ſolcher Manier ſonderlich practicirt werden / daß man an Statt der diagonalen parallelogramma in die Figur hinein oder herum reiſſet / ſo groß und in der Form / wie es die Figur leidet / wie unten fol. AAA fig. 2. 3. 4. gezeigt. So kommt man hernach in Ausrechnung der Fläche kürtzer davon / wiewol man nicht ſo gar genau zutrifft / welches auch nicht allezeit erfordert wird. So viel von der erſten Manier deß Meſſens ohne die Tabulas ſinuum.

PROBLEMA VI.

Eine unbegängliche / doch ſonſt mit künſtlichen inſtrumentis meßliche diſtantiam oder Höhe / durch bloſſe Stäbe zu meſſen.

Dieſe Manier fundiret ſich in den meiſten Stücken auf die vorderſte problemata der VII. Addition / und iſt kürtzlich alſo:

I. Wann man meſſen will / wieweit an ein Ort iſt / dahin man zwar ſehen / aber Hinderniß und anderer Urſach wegen nicht gehen kan / und doch der Manier deß Meſſens / durch bloſſe Stäb / ſich gebrauchen will: So ſtecke man erſtlich zween Stäb / bey welchen beyden man das Ort ſehen könne / in ſolcher diſtantz voneinander / welche man nehme / wann man mit dem

Tiſchlein oder transportur aus ſolchen zweyen Stån-den meſſen wolte/die ſeyen AB oder DE auf dem Blat PP, und ſey bey A fig. 1. und 2 ein angulus rectus oder gerader Winckel/ welches / wann man es haben kan / am beſten/(wie es aber zuwegen zu bringen/daß ein angulus rectus ausgeſtecket werde/iſt Addit. VII. Probl. VI. gewieſen worden / in dem andern ſey er wie er fallen kan. Dieſe zween Ståbe werden mit dem Ort/auf welches man zuſiehet / ein triangulum rectangulum machen ABC oder DEF. Daran meſſe man erſtlich die baſin AB oder DE (wann ſie anderſt nicht vorhin gemeſſen und genommen iſt / da man den andern Stab geſteckt hat) ſo kan man auch ex Probl. VI. Addit. VII. die angulos BAC, ABC, item DEF, EDE meſſen und nachſtecken. Stecke dergleichen zween ſolche angulos an ein Ort / welches man allenthalben übergehen/ und mit der Ketten meſſen kan/ es ſey gleich unten an (als gegen H und I) oder gegen über (als bey L oder M) oder in das triangulum (ABC, DEF) hinein / als bey N oder G, item K) oder gar auf ein ſonderliches Ort über eine Lini/die entweder eben dieſe(als wann mans ausſteckte über AB oder DE gegen H oder I) oder derſelben an der Lång gleich als BL oder DM, oder in gleich ſo viel Theil getheilt(als geſetzt/AB wåre 40 Ruthen / ich ſtecke dergleichen aus über eine baſin von 40 Schuchen) oder einander ſonſt proportionirt (als wann ſie halb ſo groß / welches nåchſt deme / wann ſie gleich wåren das beſte wie AN, BR, DG, &c. halb ſo groß ſind als AB, DE, oder dritte Theil / oder vierdte Theil derſelben wåren) fahre fort / und ſtecke die Spitzen und alſo ein gantzes triangulum nach Anleitung Probl. V. Addit. VII. welches alſo mit allen lateribus

dem

dem triangulo ABC oder DCE entweder gleich iſt (wann nemlich die baſis ſolches neuen trianguli der baſi AB, oder DE gleich genommen worden iſt) und derowegen/ wann man eines miſſet/ auch das andere mitgemeſſen wird / oder ſonſt gleich ſo viel Theil hält / oder ſonſt proportionirt (wann nemlich die baſes in gleich ſo viel Theil getheilt) als wann die baſis AB iſt geweſen 40 Ruthen/ ich hab ein anders dergleichen nachgeſteckt/ auf eine baſin von 40 Schuchen/ wie viel die andere latera dieſer neuausgeſteckten Schuch halten/ ſo viel werden ihre latera homologa an den vorigen Ruthen halten. Oder iſt die baſis ſolches neuausgeſteckten trianguli halb ſo lang geweſen / als AB oder deſſen drittes Theil / ꝛc. ſo ſind auch ſeine andere latera Helfften oder dritte Theil/ ꝛc. Der laterum deß erſten trianguli ABC, DFE, das iſt der diſtantien/ welche dadurch geſucht worden/ alles aus regula 2 und 3 Addit. V. Probl. VII. beſihe neben dem Kupfferblat PP auch forne das Kupfferblat 5/ da ſolche und noch andere unterſchiedlicher Form triangula zu finden / ſo alle hieher tüglich ſeyn mögen. Wann man gar keinen Raum auf dem Felde finden könnte / ein ſolch triangulum nachzuſtecken / ſo könnte dergleichen auf dem Papier durch den Hand-Circul geſchehen/ daß man nemlich wie im vorhergehenden problemate ſo viel Theil deß verjüngten Maßſtabs auf eine Lini trüge/ und zu deren Ende die Winckel/ wie auf dem Feld durch die Stäb befunden/ zöge hernach die an ſolchen Enden und Winckeln anſtehende Linien/ nach Anweiſung des Lineals/ fort/ bis ſie einander durch einen Winckel berührten/ wie vie alsdann ſolche neue zwo Linien mit dem Hand-Circul gemeſſen/ Theil der Linien AB auf dem Papier haben / ſo viel halten ſie auch derſelben auf dem Feld.

II. Hier-

II. Hieraus wird ſich nun leicht zu richten ſeyn in den andern caſum, wann man zwey Ort für ſich hat/ dahin man gehen oder durch Inſtrumenta meſſen/ von derſelben aber keinem zu dem andern kommen/ ja vielleicht gar nicht ſehen kan/ wie weit von einem zu dem andern ſey. Als wann man meſſen oder auf vorhergehendes Weiſen einer erfahren könnte (denn die ſubtile ſolutio dieſes problematis auf den Fall gerichtet/ wenn man an beyde Ort mit der Ketten oder dergleichen Inſtrument nicht meſſen könnte/ ſonſt von fürnehmen Geometris gegeben/ in effectu nichts anders iſt/ als daß man auf der Manieren eine deß vorigen problematis ſolche diſtantias meſſe) wann man/ ſprich ich/ erfahren kan/ oder erfahren hat/ wieweit auf gemeldtem Kupfferblat P P von dem puncto T wäre auf V, wüſte aber auch gerne/ wieweit von V wäre auf X. So ſtecke man aus Probl. IV. Addit. VII. zwo Linien aus/ welche den lineis TV und TX entweder gleich/ oder in gewiſſer Maß proportionirt ſeyn/ und machen einen Winckel ZTV gleich dem Winckel VTX. es ſey gleich gerad hinterwarts (wie am beſten auch/ wenn es nur der Ort leidet/ am leichteſten/denn da gehet man/ wenn man einen Stab bey T geſteckt/ nur gerad auf b und Y, item auf a und Z zu/ ſo weit als XT oder VT iſt/ oder ſelbiger diſtanß proportionirt/ und daß man den Stab T und die Ort X oder V in dem Geſicht behalte) alſo auf Y und Z, oder an ein ander Ort/ meſſe hernach eben mit dem Maß/ damit man ſolche ausgeſteckte Linien gemeſſen/ die diſtantiam der Endepuncten derſelben/ die wird gleich oder proportionirt ſeyn der diſtanß/ nachdem ſolche neu ausgeſteckte Linien den lineis TV oder TX

gleich oder proportionirt geweſen. Als / weil TY ſo lang als TX, und TZ ſo lang als TV, ſo iſt auch YZ ſo lang als TZ. Wird aber Ta halb ſo lang ſeyn / als TZ und Tb halb ſo lang als TY, ſo wird auch ba halb ſo lang ſeyn als VX. Alſo wäre es auch / wenn dritte Theil / vierdte Theil / ꝛc. genommen worden / ſo wären dieſe auch dritte / vierdte Theil / ꝛc. Doch iſt / wenn mans haben kan / und ſonderlich das Ort fein eben iſt / daß man weit genug ſtecken kan / richtiger und gewiſſer bey der proportione æqualitatis, oder doch dupla oder ſubdupla zu verbleiben / leidet aber der Ort nicht ſo groſſe proportion, ſo ſey man in den kleinern deſto fleiſſiger.

Wann es aber die Gelegenheit nicht leiden wolte / auf dem Feld alſo zuruck zu gehen / weil es etwa nicht eben / oder wenn es ſonderlich vor einer Feſtung nicht ſicher wäre / da iſt aus deme / ſo zu Ende deß vorigen præcepti gemeldt / leicht zu erachten / wie ihm auch in dieſem Fall mit dem Hand-Circul und Lineal auf dem Papier zu thun. Nemlich man nehme nur auf dem Feld / durch Hülff der Meßketten / die Gröſſe deß Winckels VTX, trage ſolche durch den verjüngten Maßſtab auf ein Papier / reiſſe fort und meſſe gleichfalls nach dem verjüngten Maßſtab die lineas TX und TV in ihrer Läng. So gibt ſich auch mit eben ſolchem Maß die diſtantz VX.

III. Eben auf gleiches Fundament fundirt ſich auf folgendes problema, wie man finden könne einen Punct inner oder auſſer dem triangulo VTX, doch über der baſi VX, welche nicht zu betretten / welches von beyden punctis in begehrter diſtantia ſtünde. Zum Exempel / man wolte eine Battery aufrichten /

richten/ aus welcher man mit groſſen Stücken den Punct V beſchieſſen könnte/ der wäre nicht zu weit davon/ wann die diſtantz-Lini TV 85 Ruthen hielte. Und gegen X zu hätte man gerne eine Schantz/ aus welcher ſie ſolte von Mußquetirern defendirt werden/ die dörffte von der Battery nicht weiter ſtehen/ als einen Muſqueten-Schuß/ 60 Ruthen. Iſt die Frag/ wie ich ſolches Pünctlein leichtlich finde/ das von X 60, von V 85 Ruthen ſtünde. So meſſe und ſtecke man aus über der baſi YZ ein triangulum; deſſen crura in bemeldter proportion ſich gegeneinander halten/ nemlich Z f 85 und f Y 60 Ruthen/ darnach meſſe man von f auf T und von T ferner gerad fort auf g, daß g T ſo lang ſey als T f, ſo iſt g derjenige Punct/ da die Battery hingehört/ zu X aber gehört die Schantz/ welche die Battery defendiren ſoll. Wann aber XV oder ZY länger wären/ als die Summa beyder diſtantien 60 und 65/ das iſt 145/ ſo müſte man etwas weniger/ denn 145 davon ſchneiden/ wie etwa Z h; ſo käme an Statt deß Puncts f der Punct k, und alſo die Battery erſtlich bey l, von welchem man ſo viel zuruck müſte meſſen/ daß man auf das rechte punctum g käme/ ſo weit h von Y oder m von X iſt/ und die Schantz/ welche dieſelbe defendiren ſolte in m; ſo würde an Statt deß trianguli V g X das triangulum V l m.

IV. Die diagonales oder Zwerg-Linien an den figuris, deren man die Rechnung deß Inhalts nicht entberen kan/ mag man/ wo das Stück Landes begänglich/ mit der Meßketten oder Ruthen meſſen. Wo man aber dieſes nicht thun kan/ oder will/ als wann man einen Teich/ Moraſt/ Wald/ Stadt/ ꝛc. ſolcher Geſtalt meſſen wolte/ ſind ſolche/ wie auch die äuſſern latera

ſelbe

ſelbſten einer Figur / zu welcher man nicht gehen / doch die diſtantias nach obigen Manieren einer meſſen kan / nicht anderſt anzuſehen und zu tractiren / als ſolche Hypotenuſæ zweyer bekandten laterum, die in dem vorigen II. præcepto abzumeſſen / gelehrt worden ſind. Als auf dem Kupfferblat HH, wann ich weiß / oder aus voriger instruction gemeſſen habe / die diſtantias von A, B, C, oder D, an zwo oder mehrere Pollwerck-Spitzen der Feſtung E T, ſo kan ich auch daraus finden, wie weit ſolche Pollwerck-Spitzen nicht allein die nächſte von der nächſten / ſondern auch über Eck voneinander ſind / und alſo in andern.

V. Bey Meſſung der Höhen durch bloſſe Stäbe hab ich Anfangs nicht übergehen wollen / die praxin der Zimmerleut auf dem Kupfferblat X bey fig. 8. fürgebildet / wie dieſelbe einen Baum meſſen / ob er zu ihrem Fürnehmen lang genug ſey. Nemlich / ſie meſſen auf ebenem Boden von dem Baum an / ſo lang ſie ihn gerne hätten / ſtecken hernach einen Stab ohngefehr ihrer Läng in die Erden / oder laſſen ihnen ſolchen einen Geſellen fürhalten / legen ſich darhinter / und ſehen über dem Stab hin / auf den Baum zu. Sehen ſie alſo deß Baums Höhe / ſo weit er dick genug iſt zu ihrem intent, ſo iſt er in ſolcher Dicken gerad / ſo lang als ſie gemeſſen / ſehen ſie drüber hinaus / ſo iſt er zu kurtz / ſehen ſie darunter / ſo iſt er höher.

Dieſe Manier / gleichwie ſie an ſich ſelbſten guten Grund in der Geometria hat (denn wie ſich hält tangens oder umbra recta an dem Stab gegen der diſtantz von dem Aug deſſen / der auf der Erden ligt / alſo hält ſich auch die Höhe deß Baums gegen der gemeſſenen diſtantz von demſelben Baum / und wiederum; wie

wie ſich hält die diſtantz deß Stabs von dem Aug deß Zimmermanns gegen der diſtantz von dem Baum / alſo hält ſich ſolchen Stabs Höhe gegen der Höhe deß Baums) alſo iſt ſie auch von fürnehmen Geometris auf das Feldmeſſen gezogen/und weiter illuſtrirt worden.

Dieweil ſichs aber allein an ebenen und trockenen Orten/an unebnen aber ſchwerlich/und an ſumpffigen mit ſchlechtem Luſt practicirn läſt / ſo gefället mir beſſer/ daß man zween oder drey Ståb nehme / einen/ der ungefehr deß Meſſers ſtatur bis zu dem Auge ſich vergleiche / oder an welchem man ein cylinderlein ungefehr nach ſolcher ſtatur, oder etwas niedriger einſtecke (wie fol. W an dem Stab D gewieſen) an deme man das Aug anhalte / und den andern um eine gemeſſene Höhe långer / wann man aufwarts miſſet / kürtzer / wann man unterwarts miſſet / welchen man gerad für ſich einſtecke / mit dem Stab / welchen man in Händen hat / ſo lang fürſich oder hinterſich gehe/bis man die Spitzen der Höhe / darauf man zielet / über beyder Ståbe Spitzen hinſehe / wie am Kupfferblat QQ fig. 1. 2. 3. zu ſehen.

VI. Auf einem Stand nun/ bey bewuſter diſtantia die Höhe / oder bey bewuſter Höhe / die diſtantiam zu meſſen. Sprich fol. QQ fig. 1.

Wie ſich hält die diſtantia beyder Ståb a b oder c d	gegen dem	Uberſchuß der Läng deß gröſſern Stabs b e:
Alſo hält ſich a f oder c g die bewuſte diſtantz deß Orts von dem hintern Stab	gegen	deß Orts Höh a f

Und

Und hinwiederum

Wie ſich hält der Uberſchuß deß längern Stabes c b, gegen der diſtantz deß andern Stabs von dem erſten	gegen	der diſtantz deß andern Stabs von dem erſten
Alſo hält ſich die bewuſte Höhe/ auf welche man zuſiehet im aufwarts meſſen / oder darauf man ſiehet im unterwarts meſſen	gegen	der diſtantz deß Ortes/ darauf man zuſiehet/ h, oder i.

VII. In zweyen Ständen aber / als B A oder b a deß Kupfferblats QQ fig. 2. und 3. Demnach ſich befindet / daß in einem Stand / als A die zween Stäbe weiter voneinander kommen/ als in dem andern B. muß man erſtlich den Unterſcheid der differentz ſolcher beyder diſtantien der Stäbe/hernach auch den Unterſchied beyder Stände meſſen / und in dem überſich meſſen fig. 2. alſo ſprechen:

Wie ſich hält a h die differentz der diſtantien der Stäb ab und b c	gegen	der kleinern diſtantz derſelben b c, oder d h:
Alſo hält ſich die differentia der Stånd A b, oder a b	gegen	der diſtantz des Orts/ darauf man zuſiehet von dem nähern Stand nemlich b f.

Oder wie ſich hält die kleinere diſtantz der Stäbe b c,	gegen	der gröſſern a d:
Alſo hält ſich der Unterſcheid der Stände a b oder A B,	gegen	der diſtäz/ darauf man zuſihet von den fernern Stand/ nemlich a f.

Und in dem unterſich meſſen fig. 3. fol. QQ

Wie ſich hält d e der Unterſchied der 2en diſtantien der Stäb a b und b c,	gegen	der diſtantz der Stände a b oder A B:
Alſo hält ſich die gröſſere diſtantz d'Stäb a d	gegen	der diſtantz deß Orts k l

Die Höhen betreffend.

Wie ſich hält die diſtantz der Stäbe q	gegen	dem Uberſchuß d m fig. 2. oder a m fig. 3.
Alſo hält ſich die diſtantz der Ort a f fig. 2. und k l fig. 3.	gegen	der Höhe f g fig. 2 (zu welcher hernach addirt muß werden a A die Höhe deß niedrigen Stabs) und m k fig. 3. darauf man ſtehet mit ſamt dem höhern Stab genommen (deſſen Läng am Ende davon ſubtrahirt kan werden)

VI. Näher kan man zum Ziel kommen/ mit einem einigen Stab/ doch alſo daß in demſelben ein transverſal ſey / welches hinein geſchoben / und heraus gezogen werden könne. Da denn der äuſſerſte Punct deſſelben mit ſeiner diſtantz von dem Stab ſelbſten den an-

dern

dern Stab repræſentirt. Und bedarff mehr nicht / als daß man an Statt der diſtantien der Ståb die herfůrragende Lång deß transverſal ſubſtituire / wie fig. 4. und 5. und deren collation mit fig. 2. und 3 zu ſehen. Weßwegen auch alles / ſo zur Rechnung gehöret / mit einerley Buchſtaben gezeichnet worden.

VII. Aus occaſion dieſer Form deß Stabs auch etwas von dem Jacobs-Stab oder Radio zu melden / iſt derſelbe zwar ein alt einfåltig / doch gut und fůglichs Inſtrument, wann man nur die correction in acht nimt / deren oben neben andern Inſtrumentis auf dem Kupfferblat X gedacht worden. Daß es aber faſt abkommen / gerathe ich auf die Gedancken / es ſey guten Theils daher geſchehen / weil Jacob Köbel (deſſen vielfåltige Fehler der author deß Erſten Haupt-Theils taxiret) auch deſſen ſich gebraucht / und alſo / nachdem er ſolche Fehler gemercket / damit gangen / wie mit andern nůtzlichen Sachen mehr / wenn Mißbråuch und Mångel dabey fůrgehen / daß nemlich hernach Böſes und Gutes miteinander verworffen wird.

Es iſt aber die Form deſſelben zweyerley / oder wol viererley. Zwar in dieſem kommen ſie alle ůberein / daß ſie aus zweyen Stůcken beſtehen / nemlich einem lagen / welches man zu dem Aug hålt / und der Långe hinnach hin ſiehet / das ander Stůck iſt das transverſal (zu teutſch möcht man es ein Querbålcklein nennen) welches die Winckel gibt / und dieſes entweder unbeweglich / oder bewegliche Geſichtblåtlein hat / (wie fig. I. fol. RR) welche mit einer Schnur / durch ſolch Blåtlein n, o und zu beyden Enden zwey Rådlein p q, unten aber bey dem Geſicht um ein Zwecklein r gezogen / unter dem obſerviren regiert werden können.

Das bewegliche Transverſal iſt zweyerley/ entweder alſo wie im vorhergehenden præcepto, und dem dazu gehörigen Kupfferblat QQ fig. 5. und jetzo fol. RR fig. 2. daß es zwar an einem Ort deß Stabs bleibt/ aber aus- und eingeſchoben/ und dadurch länger und kürtzer gemacht werden kan/ und hernach nicht allein wie daſelbſt in die Erde geſteckt/ ſondern auch eben mit demſelben extremo, welches daſelbſt in der Erden ſteckt/ zu dem Aug gehalten/ und alſo damit gemeſſen werden kan/ wie fig. 2. fol. RR zu ſehen.

Oder ſolches Transverſal wird an der Läng deß radii bewegt/ und ſolches abermal auf zweyerley Weiſe. Entweder daß unterſchiedliche Löcher in den radium gebohrt/ in welche das Transverſarium mit dem untern runden Zapffen geſteckt werde/ wie fig. 3. fol. RR und (welches am füglichſten) ſo lang das Transverſarium ohne den Zapffen iſt/ in ſolcher diſtantz auch die Löcher voneinander ſeyen. Oder man mag ein Nut in das Transverſarium machen/ (a fig. 4.) mit welcher es in den Radium gerecht ſey/ und alſo entweder an dem Radio hin- und wieder geſchoben werden könne. Oder man mache auch in den Radium etliche ſolche Nuten/ in welche das Transverſarium mit ſeiner Nut gerecht ſey/ und alſo in einander gerichtet werden können/ wie an dem radio b c gleichfalls fig. 4. zu ſehen. Alſo hält ſichs mit unterſchiedlicher Structur deß Radii.

Der Gebrauch ſolchen Radii iſt auch zweyerley. (auſſer deme/ daß er in die Erde geſteckt werden kan/ davon in vorigem præcepto.) Entweder alſo/ daß das Transverſarium überzwerg lige/ und in dieſem Gebrauch iſt meine Meinung/ daß man um Verhütung

deren

deren dabey ſonſt beſorgten Fehler den radium auf einen andern in der Erde ſteckenden Stab / an dem Ende aber deß radii, welches zu dem Aug kommt/ ein cylinderlein heffte / welches gleichſam das centrum ſey/ und zwiſchen das Aug und das Blätlein / oder Ende deß Transverſarii und dem Punct deß Dings/ darauf man zuſiehet/ komme/ und ſollen nicht beyde Puncten zugleich / ſondern nacheinander obſervirt werden / zu welchem End denn der Radius, damit er feſt bleibt / aufeinander geheff tet werden muß/ welches auf dem Kupfferblat X fürgeſtellt / aber auf dem Blat RR allein mit dem Löchlein d und e, bey welchen man ſie anheffen möge / fig. 1. und 2. angedeutet.

Der andere Gebrauch iſt / daß man den Radium alſo hält/ damit das Transverſarium überſich ſtehe. Da muß er zwar nicht eben aufgehefftet werden / (wiewol es auch nicht kan ſchaden/ ſonderlich wann der obſervant ein zitternde Hand hat) bedarff auch nicht der Erinnerung/ daß man nicht auf zwey Ort zugleich zuſehen ſoll. Ja er kan gebraucht werden/ daß man nur einen Punct für ſich nehme/ auf welchen man zuſehe. Allein kan man an das Transverſal ein Bleywag hängen/ welche gerad an demſelben hange / ſo iſt man verſichert/ daß der Radius gerad hinſtehe/ und die Höhe/ ſo man obſervirt / die rechte perpendicular-Höhe ſey. Wie nun auf allen Fall mit ſolchen Radiis zu meſſen / weiſet der Augenſchein fol. RR fig. 5. und 6.

Die Rechnung iſt an der Stellung mit dem Geſichtsblätlein eben wie auf dem quadrato Geometrico, ohne daß kein umbra verſa, ſondern jederzeit recta iſt / in den andern aber / wie in vorigen præceptis bey den Stäben. Es müſſen aber die Theilungen deß Trans-

verſals, der Läng des Stabs oder Radii in gewiſſer proportion correſpondiren/ am füglichſten alſo/ daß man die Läng deß Radii in zehen Theil theile/ ein ſolches zehendes Theil aber alſo/ wie auf dem Kupfferblat W die Maßſtäb getheilt/ nemlich wiederum in 10/ ein ſolches zehendes Theil wiederum in 10/ das iſt zu gemeinen Fällen in dem Feldmeſſen genug. Will mans aber genau haben/ ſo theile man es in 100/ ſo hat der Radius von dem Ende bis zum Transverſario, ſo viel als 10000 Theil/ welches aber nicht alſo zu verſtehen iſt/ als wann alle ſolche Theil würcklich beydes an dem Transverſal und an dem radio ſtehen müſten/ ſondern wann das Transverſal unbeweglich in einer Ferne von dem Auge bleibt/ ſo iſt es genug/ wann der Radius die Länge ſolcher 10 Haupt-Theil von dem Ende/ das zu dem Aug gehalten wird/ bis zu dem Transverſal eigentlich hat. Aber an das Transverſal ſelbſten/ müſſen ſolcher Theil ſo viel kommen/ als deſſen Länge leidet (man wolte denn jedesmal ſolches getheilte Maßſtäblein anſchlagen/ und alſo abzehlen/ wieviel das Blätlein in dem obſerviren derſelben abgeſchnitten) hingegen wann das Transverſal an dem radio hin und her nach der Länge kan bewegt werden/ aber in die Quer nicht/ wie fig. 3. und 4. ſo theile man den Radium in 10 oder 100 Haupt-Theil/ daß ein Theilungs-Punct ſo weit von dem andern ſey/ ſo weit das Transverſal über den radium heraus gehet/ es ſey gleich über Quer/ wann man die diſtantz zweyer Ort in die Ferne miſſt/ oder auf die Höhe/ wann man eine Höhe in der Ferne miſſt.

Die Rechnung (ohne die Tabulas ſinuum, wie in dem Anfang dieſes proplematis verſprochen worden) iſt alſo:

I. Wann

I. Wann das Transverſal entweder gantz unbeweglich/ und pinnulæ oder Geſichtblåtlein daran gehen/ wie fig. 1. oder anderſt nicht beweglich/ als daß es ein- und ausgeſchoben werden kan/ wie fig. 2. ſo ſprich ich fig. 5. alſo:

1. Wie ſich hält der Unterſcheid der prominentium deß Radii (ſonſt Tangenten genannt) f g,	gegen	der kleinern prominentz fe oder c d;	alſo	hält ſich der Unterſcheid der Stånd AB	gegen	der diſtantz deß Orts von nähern Stand B h.
2. Wie ſich hält die Lång deß Radii von dem Transverſal bis zu dem Ende BC oder A C zweyer Ort/ wann es über Quer ligt.	gegen	der gröſſern prominentz deß Transverſals eg;	alſo	hält ſich die diſtantz BA	gegen	hi es ſey gleich eine Höhe/ wann nemlich dz Transverſal in die Höhe ſtehet/ oder ein diſtantz

Wann aber das Transverſal von einem Ort deß Stabs zum andern nach der Lång beweglich iſt/ wie fig. 3. und 4. ſo ſprich ich alſo fig. 6.

1. Wie ſich hält der Unterſcheid zweyer diſtantien deß Transverſals von dem Aug d e.	gegen	der kleinern diſtantz ſolchen Transverſals B c oder c A	alſo	hält ſich der Unterſcheid der Stände AB	gegen	der diſtantz deß Ortes/von dem nähern Stand Bf.
2. Wie ſich hält die nähere diſtantz deß Transverſals von dem Aug Bc.	gegen	der prominentz deß Transverſals ch:	alſo	hält ſich die nähere diſtantz vom Ort Bf	gegen	f g, es ſey gleich eine Höhe/wann das Transverſal in die Höhe ſtehet/ oder eine diſtantz zweyer Ort/ wann es über Quer ligt.

VIII. Eben dergleichen operation kan man mit dem Tubo verrichten / wann derſelbe / wie der Radius getheilt iſt / ſonderlich in den diſtantiis nach der Läng (in die Höhe aber/ oder zur diſtantz zweyer in der Ferne ſtehenden Oerter voneinander / hat der Tubus keinen ſonderbaren uſum, weil der halbe oder auch gantze diameter ſeiner Weite / ſo hier an Statt deß Transverſals genommen wird / keine ſonderlich merckliche proportion dagegen hat / wiewol er hie wol ſo weit und dicht in dem diametro geriſſen / als die Transverſalen der radiorum, welches allein um beſſerer Verſtändigkeit willen geſchehen.) Man kan aber / damit man deſto

deſto genauer zutreffe / in dem Ende des tubi gegen dem Aug A und B ein Blätlein legen / darein ein Löchlein geſtochen / wie literam ausweiſet. Halte alſo den tubum gewöhnlicher Maſſen zu dem Aug / und nehme mit dem vordern öbern puncto deß tubi oder k, an dem Ort / dahin man meſſen will / das punct g, und ſpreche wie zuvor figura 6.

Wie	B c oder	hält ſich	der di-
ſich hält gegen	c A der alſo	A B der gegen	ſtantz
d e der	kürtzern	Unter-	deß Or-
Unter-	Läng	ſcheid	tes/von
ſcheid	deß Tu-	der	dem nä-
der	bi:	Stände	hern
zweyen			Stand
Längen			B f
deß Tubi,			

IX. Zu der Meſſung mit bloſſen Stäben kan auch referirt werdẽ die Meſſung der Höhe durch den Schatten / welche auf dem Kupfferblat SS fürgeſtellt. Da ſey der Thurn / welcher durch deſſen Schatten zu meſſen / und von der Sonne beſchienen A E. Deſſen Schatten / wann kein Hinderniß dazwiſchen wäre / würde reichen bis in D. Das gebe ein ſolche operation.

Wie ſich	deſſen	hält ſich	A E der
hält d c gegen	Höhe alſo	die di- gegen	Höhe
die Län-	B C:	ſtantz	deß
ge deß		deß	Thurns
Schat-		Ends	
tens von		deß	
dem		Schat-	
Stab B		tens D	
		von E	

Wann aber Hinderniß dazwiſchen kommt/ als diß Orts der Baum H, und an demſelben die Höhe deß Schattens deß Thurns HF. So mache ich ein Zeichen an dem Baum bey H (da ſich der Schatten deß Thurns endet) welches ſeinen Schatten werffe in D, und ſprich darauf:

Wie DF ſich hält gegen HF: alſo hält ſich DE gegen AE.

X. Auch haben die alte Feldmeſſer die Meſſung der Höhen eines Thurns in einem Spiegel fürgeſtellt/ welches zwar ein kindiſch Ding ſcheinet. Dieweil es aber / wann man dergleichen in dem Waſſer fürſtellet / zugleich das Fundament weiſet / aus welchem ſolche Schemen der Gebäu und anders dergleichen im Waſſer aufgeriſſen werden / hab ichs auch wollen anhängen.

Setze derowegen / ich ſtehe bey dem Stab MP. Die Spitze deß Thurns A ſcheine mir in dem Waſſer in N, wiſſe die Höhe deß Stabs MP, und die diſtantz von M in N, und darneben entweder N O (die übrige Breite deß Grabens/ſamt der halben Dichte deß Thurns) und wolle meſſen die Höhe AO, oder ich wiſſe die Höhe AO, und wolle meſſen die Lini NO. Das gibt in dem erſten caſu ein ſolche Rechnung:

Wie MN ſich hält gegen NO: alſo hält ſich MP gegen AO.

In dem andern:

Wie hält ſich

ſich hält gegen AO, alſo AO gegen NO.

MP:

Und hieraus erſcheint / wie gemeldt / das Fundament deß Abriſſes des Schemen in dem Waſſer. Zum Exempel bilde ich mir ein / ich ſtehe in K, ſehe an den Thurn AO, alſo daß deſſen mittlere Lini AO mein mitlere Augen-Lini wäre / ferner fortgezogen in K, ſo ſchneide ich von OK ab ſo lang als AO, nemlich OL, ſo würde die Schemen deß Thurns treffen bis in L. Will ich nun wiſſen / wann einer ſtehe im M, ſein Aug in P, wie ſolche Scheme falle / ſo ziehe ich erſtlich ſeine Grund-Lini OM, und von P ziehe ich die Lini PA, wo dieſe die Grund-Lini MO durchſchneidet / nemlich in N, dahin wird die Spitz deß Thurns treffen / und denn deſſen Aug in P iſt ins Geſicht gefallen. Eben alſo iſt es mit allen Sachen / daran Scheme in dem Waſſer geſehen wird / als deß Hügels O mit deme / das darauf iſt / in Q, daß nemlich / ſo hoch von der Grund-Lini / ON oder S ein Figur in die Höhe ſtehet in A, R, &c. ſo lang muß gegen über ſolche in dem Waſſer erſcheinen / nemlich OL, ST, &c. das übrige lehret der Augenſchein.

❦ (o) ❦

PRO-

PROBLEMA V.

Wie man meſſen könne / ob und wieviel ein Ort höher oder niedriger ſey / als ein anders / welches man doch auf einmal nicht erſehen / auch wol nicht nur ſchnurſtracks darauf zugehen kan.

Zum Exempel / wann auf dem Kupfferblat SS bey A ein Brunnquell wäre / welche man begehrte in die Stadt B zu leiten / zuvor aber gerne wiſſen wolte / ob und wie viel ſolcher Brunn höher wäre / (welches in alle Wege vonnöthen / denn höher als ein Brunnquell ſtehet / oder / wann ſie eingefaſſt / ſelbſten ſteigt / kan man ſie nicht leiten / man fangt ſie ein wie man will) ſo meſſe man nur zu / wie man kan / wanns gleich nicht der ſchnurſtrackſte Weg iſt (wiewol am beſten / man gehe / wann man ein wenig Nachricht hat / der Bahn nach / in welche die Röhren kommen ſollen / ſo kan man zugleich erfahren / wie viel man deren haben muß) wiewol es / wann es nur um die Höhe zu thun / nichts zu bedeuten gibt / man gehe gerad oder ſchlims zu / ſo meſſe man nun zu ein Stück nach dem andern / ſo weit man auf einmal füglich ſehen kan / wie viel ein Ort höher ſey als das ander / auf eine der vogemeldten Manieren (am füglichſten geſchiehet es nach probl. II. præcepto XII. und XIII. dieſer Addition) als in dieſem Exempel erſtlich das Thal hinab in c, hernach auf den Berg zum d, der wird höher ſeyn / auf dieſem ein wenig fürter in e, da wird es faſt gleich ſeyn / von e in f,

in f, da wird es etwas niedriger ſeyn. Kan man da vor den Bäumen oder dergleichen Hinderniß nicht fortkommen/ſo ſchadet es nicht/wann man auf die Seiten miſſet/ und zwar nur wie man zukommt/ und Raum zu gehen hat/wann es nur um die Höhe und nicht auch um die diſtantz zu thun. Wann es aber auch um die diſtantz zu thun/ ſo muß man einen geraden Winckel machen/ auf i, wie problemate II, præcepto IV. dieſer addition auf den Kupfferblat LL gezeigt worden. So meſſe man nur auf die Seite entweder auf h, da es niedriger/ oder auf g, da es höher iſt / von g auf k wäre gleich / von h aber auf k wäre höher / von k auf die Stadt B wäre tieffer. Nun mercke man überall/ wie viel man tieffer oder höher gefunden /und addire ein jeder zu ſeines gleichen (doch daß man/ wann zwey oder mehr Ort in einer Höhe ſind / ſolches nicht zwey oder mehrmal / ſondern nur einmal ſchreibe) conferire hernach dieſe beyde ſummas mit einander. Sind ſie gleich/ ſo iſt ein Ort ſo hoch als das andere/ſind ſie ungleich/ ſo iſt das Ort/dahin man gemeſſen/ſo viel niedriger / als das erſte / ſo viel die Summa der Niedrigungen die Summa der Höhen übertrifft.

Als in unſerm Exempel fig. 2. ſetze ich c ſey niedriger/als der Brunnen A, 20½ Schuch / hingegen ſey d höher 14 Schuch / und deme ſey e gleich (das kommt hernach nicht in die Zahl / weil es gleich iſt) aber f ſey niedriger als e, 19 Schuch / h ſey niedriger als f, 10½ Schuch/hingegen abermal m höher als h, 13 Schuch. Endlich B niedriger als m 4 Schuch.

Höhen deß Brunnen	Niedrigkeit
$20\frac{1}{2}$	14
19	13
$10\frac{1}{2}$	——
4	27
——	
54	

Addir alle gefundene Höhen deß Brunnen/ und Niedrigkeiten der Stadt zuſammen / die thun 54 Schuch. Addir auch alle Niedrigkeiten deſſelben / die thun 27 Schuch/abgezogen von 54/reſtirn 27 Schuch/um welche der Brunn A höher iſt/als die Stadt B, und ſo hoch (oder ein wenig nidriger/nemlich einen halben Schuch wie Vitruvius, anderhalb Schuch wie Palladius dafür gehalten/wañ die diſtanz der Quell von einen Springbrunnen 60/ oder aufs meiſte 100 Schuch iſt) könnten die Röhren an dem Stock eines Röhrkaſtens ſtehen/in einem ſolchen Ort der Stadt/welches nicht höher wäre als der Punct B. Daß man aber die Höhe der Alten heut zu Tag nicht nachgehet / ſondern wie Philander, und aus ihme Rivius ſchreibt/ nicht über einen Daumen oder Zoll an 600 Schuchen Abfall gibt. Daher kommt es vielleicht/daß nicht allein das Waſſer langſam lauft/ und daher Verwirrung im viſieren der Waſſerröhren bringt (davon unten etwas ſoll gemeldet werden)ſondern auch man ſo offt an den Röhren flicken muß/ ſonderlich wann das Waſſer/bald ſteigen/bald wieder fallen muß. Da dann das Waſſer/das ſteigen zu vermeiden / einen Ausgang in der Röhren ſucht / und wann es nur ein Klüfftlein findet / ferner durchbricht ; das macht/das Waſſer hat keinen Haſengang welche lieber bergauf als bergab lauffen. Die alte Römer haben in

Waſſer-

Waſſerleitungen das Waſſer nie ſo tieff fallen laſſen / daß es wiederum hätte ſteigen müſſen / ſondern wann ſie zu einem Thal kommen / auf welches ein Berg gefolgt / ſo haben ſie den Berg deß Abfalls und den Berg / da das Waſſer hinauf ſteigen ſollen / mit einer Mauren zuſam̃ gehängt / und in ſolche Mauren etliche Schwibbögen als Thor gemacht. Dabey man nicht allein dieſen Vortheil gehabt / daß man weniger Stein und andern Zeuges bedürfft / ſondern auch die Straſſen nicht verbauet worden. Sind ſie zu einem Berg kommen / der dem Waſſer zu hoch worden / ſo haben ſie ihn durchgraben / und das Waſſer dadurch geführt / daß alſo das Waſſer niemals wieder ſteigen dörffen / und dennoch haben ſie ſo viel zu dem Abfall genommen / damit das Waſſer deſto leichter und geſchwinder fort flöſſe / daß ſie alſo überflüſſig Waſſer in die Stadt gebracht / auf welchem ſie hernach in ihren Schauſpielen Schlachten mit Schiffen præſentiren können. Daß aber ſolche Waſſerleitung heut zu Tag nicht mehr im Brauch / iſt die Urſach der Mangel nicht allein an Geld / ſondern auch an Leuten / und zwar ſolchen / die ſich nicht ſo ſchläfferig zur Arbeit ſchicken / und wann es die Stund / da die Arbeit ein End haben ſoll / ſchlägt / unter dem / daß ſie die Axt oder dergleichen Inſtrument auf die Höhe haben / ſolches hinweg werffen / ehe ſie den Streich vollbringen / ſondern da man die Meng leibeigener Knecht gehabt / welche um halbe Koſt mehr haben arbeiten müſſen / als unſere Arbeiter um doppelten Lohn. Aber auch hievon genug. Wer Luſt hat / beſehe hievon Vitruv. lib. 8. cap. 7.

PRO-

PROBLEMA VI.

Ob und welcher Geſtalt die Meſſung einer diſtantz aus einem einigen Stand zu verrichten.

In dem Verſtand/ in welchem dieſes problema, wann man es alſo fürgibt/ aufgenommen wird/ daß man nemlich an einem Ort ſtill ſtehe/ auf ein ander Ort hinſehe/ von demſelbigen aber einige Nachricht nicht habe/ als man mit ſolchem Inſtrument erſehen kan/ und gleichwol einig und allein aus ſolcher obſervation die diſtantz wiſſen ſoll/ in ſolchem Verſtand/ ſprich ich/ iſts/ mit einem Wort zu reden/ unmüglich/ ja/ wie man im Sprichwort ſagt/ ein hültzenes Schüreiſen. Eben als wenn einer ſich rühmen wolte/ er könte die Regul detri, die von dreyen Zahlen den Nahmen hat/ durch ein oder nur zwo Zahlen/ deren jede nur einmal genommen wird/ practiciren.

Eine andere Meinung aber hat es mit folgenden Fällen.

I. Wann ich das Tiſchlein oder dergleichen Inſtrument auf einem Punct zwar nur ſetze/ hingegen von demſelben auf unterſchiedliche Art mit der Ketten hinaus meſſe/ als auf dem Kupfferblat DD figura 2. aus dem Punct H, auf die äuſſere Puncten A, B, C, D, E, F, Aber wann dieſes aus einem Stande gemeſſen heiſt/ ſo wird dieſes gar aus keinem Stande gemeſſen heiſſen/ wann ich gar kein Tiſchlein oder dergleichen Inſtrument, die Winckel damit zu meſſen/ gebrauche/ ſon-

ſondern alle lineas der Figur mit der Ketten meſſe/das wäre/ ſcilicet, noch künſtlicker.

II. Wann ich von zweyen unterſchiedlichen punctis eines Inſtrumenti, als auf dem Tiſchlein durch die Haupt- und Neben-Reguln und dergleichen/ obſervire. Da repræſentirt das Tiſchlein mit der diſtantia ſolcher zweyen Puncten/ ſo viel als zween Ständ/und könnte dergleichen Inventiones, wer Luſt dazu hätte/ nicht allein an dem Tiſchlein/ oder denen von andern ſubtil hierzu ausgeſonnenen Inſtrumentis (als da iſt unter andern Camilli Ravettæ in dem vierdten Tractat Geometriæ practicæ, meines Herrn Anteceſſoris M. Daniel Schwendters) denen ich zwar ihr Lob à ſubtilitate an ſeinem Ort ſtelle/ ſondern faſt an allen andern haben. Aber gleich wie ſolche diſtantia zweyer Puncten keinen Schritt ſich vergleichen (denn ſonſt könnte man die obſervation durch beyde ſolche Puncten nicht aus einem Stand verrichten) alſo gibt es keine merckliche proportion gegen einer rechten diſtantia, ſo deß Meſſens durch Mathematiſche inſtrumenta werth ſey/ und conſequenter, wenn es zum Ernſt kommt/ ſchlechten uſum oder Nutzen.

III. Wann ich auf einer bekandten Höhe ſtehe/ und die diſtantiam aus Probl. II. præcepto III. dieſer Addition obſervire/ und ausrechne/ ſo miß ich auch aus einem Stand/ ſupplirt mir aber den andern Stand die bewuſte Höhe/ und iſt/ was davon zu halten/ allbereit an gemeldtem Ort angezeigt.

IV. Wann mir drey Ort in der Ferne fürgegeben werden/ mit Anzeig/ wie weit ſolche voneinander ſind/ ja wann es nur gleich zwey ſind/ doch dieſe zwey alſo/

Bb daß

daß ich auch verſichert/es ſey keines um ein mercklíches weiter von mir als das andere/ ſo kan ich/wann ich an dem Ort/ da ich ſtehe/ nur die Angulos gegen ſolchen Orten obſervire/ auch rechnen/wie weit ſie von ſolchen meinem Ort ſtehen. Als wann ich auf dem Kupffer-blat FF ſtůnde unten auf dem Berge mit H bezeichnet/ håtte etwa zuvor gemeſſen / oder wůſte ſonſt / wie weit die Ort A, D, und B jedes von dem andern wåre/obſervirte nur die Winckel AHD, AHB, ſo kônte ich ausrechnen die diſtantias HA, HB, HD. Oder ich ſtůnde in der Figur deß Kupfferblats HH bey B, ſåhe vor mir die nåchſte zwo Pollwercks-Spitzen F,K, wůſte deren diſtantiam voneinander / (als wanns kein Regal oder Royal, wie ſie reden / wåre 60 Ruthen / ſåhe auch an beyden die Geſicht-Linien/daraus ich denn abnehme / daß keines um ein merckliches weiter von mir wåre / als das andere / ſo kônnte ich gleichfalls aus bloſſer obſervation deß Winckels bey B die diſtantias BF, BK von ſolchem puncto auf die Pollwercks-Spitzen rechnen / und dieſes iſt auch aus einem Stand gemeſſen. Aber an Statt deß andern Standes/ welchen ich nehmen ſolte / weiß ich in der Ferne/ ſo viel/ als eine oder drey diſtantias. Dieſes ſonderlich was die drey Ort betrifft/ habe ich vor dieſem auch in meiner Geodæſia gemeldet / ferner Erklårung aber dazumal aus gewiſſen Urſachen unterlaſſen. Jetzo aber will ich ein und das andere Exempel ſetzen.

I. Erſtlich geſetzt fol. TT fig. 1. ich ſtůnde in A, wůſte und erſåhe in einer Stadt ein Hauſe oder Thurn/ und in zweyen übereinanderſtehenden Gaden in dem ein Fenſter B und C. Nun weiß ich / daß ein Gade nicht leichtlich viel hôher iſt als 12 Schuch/ ja

in

in vielen Gebäuen nicht ſo hoch. Laſſe es 12 Schuch ſeyn und ſetze / der angulus obſervationis ſey ein halber Grad / ſo iſt die Summa der zweyen Winckel bey den zweyen Fenſtern 179°. 30'. die Hälfft nemlich ein jeder inſonderheit 89°. 45'

Sprich:

Der ſinus eines halben Grads 87265	gibt	12 Schuch	was gibt 89. 45' ſinus 9999904807
			facit 1267 Schuch

Wann viel daran gelegen wäre / ſo könten noch zwo obſervationes dazu geſchehen / eine da die Höhe der Fenſter etwas darunter / die andere / da ſie etwas drüber genommen würde / daß mittlere zwiſchen zweyen nehme man hernach für das rechte facit. Alſo könte man procediren / wann man zwey Oerter bewuſter diſtantz voneinander für ſich hätte / und wüſte / daß keines um ein merckliches weiter von mir wäre / als das andere.

II. Wann ich aber gleich ſo eben nicht wüſte / ob ſolche zwey Oerter in gleicher diſtantz von mir ſtünden / könte ich doch aufs wenigſt ſo viel finden / wie groß die diſtantia dahin am allergröſſeſten ſeyn könnte / alſo daß ich verſichert / es ſey nicht ferner dahin / als ich gemeſſen / ſondern ehe näher / welches in vielen Fällen bey Kriegs-Occaſion genug iſt. Setze fig. 2. gemeldten fol. TT die diſtantia zweyer Pollwercks-Puncten DE einer Feſtung ſey 60. Ruthen. Der Winckel / durch welchen ich dieſelbe obſervirt, ſey 1 Grad. Bringe die drey Puncten in einen Circkel / und ſetze /

ich ſey da ich obſervirt / auf der peripheria geſtanden. Weil nun der Winckel auf dem Centro noch ſo groß iſt als auf der peripheria (Eucl. lib. 3. prob. 19.) und der Winckel F nicht gröſſer oder kleiner wird / er komme gleich auf der peripheria DF hin wo er wolle / und alſo etwa in K (Eucl. l. 3. prop. 26. oder welches eben ſo viel iſt / die obſervatio ſey zwar geſchehen in F, die zween Ort ſeyen geſtanden bey H. Da wäre dann die ferneſte diſtantz FH, oder KD, da nemlich die Augen-Lini durch das centrum gehet. So muß nun aus gemeldter prop. 19. l. 3. Euclidis, der Grad deß Winckels / welchen ich auf der peripheria obſervirt / aus dem centro G, noch ſo groß nemlich 2. Grad/ und ſeine chorda noch ſo groß ſeyn / als der ſinus eines Grads nemlich 174524. duplirt / 249048 / und der ſinus totus als der halbe diameter DG 10000000 der gantze DK oder HF 20000000

Sprich:

174524 gibt 60 was gibt 20000000?

facit 687 Ruhten.

Oder / weil man ſo eigentlich nicht weiß / wieweit an Ruhten die zwo Pöllwercksſpitzen voneinander ſtehen / möchte man nur ſagen / 174524 gibt 1 / was gibt 20000000 / und alſobald die Zahl mit der vorigen dividiren / kommt 114 / ſo vielmal ſpreche ich / wäre weiter dahin / als die zwo Pollweckſſpitzen voneinander ſind; und dieſes wäre die Lini FGH oder KGD, welche heraus käme / wann D oder E in H ſtünde / oder der obſervator in K geſtanden wäre. Sprich derowegen es könne nicht weiter dahin ſeyn von dem puncto obſervationis F oder K, doch könne es wol näher ſeyn / (wie es denn näher / wann der obſervator in F die

zwey

zwey obſervirte puncta aber in D und E geſtanden) je weiter nemlich D und E von H ſtehen/ welche auch je länger je ſchröger kommen/ welches aber wann der Ort nicht gar zu ferne/ leichtlich in Acht genommen wird/ſonderlich in einer Schantz oder Feſtung. Wann man daſelbſt die beyde Streichen ſiehet/ ſo kan keines um ein merckliches weiter von dem obſervatore in F oder K ſeyn. Siehet man aber die Streich nicht/ ſiehet aber die Geſicht-Lini/ ſo ſtehen ſie zwar etwas ſchröge/ doch nicht ſehr. Siehet man aber dieſe auch nicht/ ſo mag es ſeyn/ daß die aus der Rechnung kommende diſtantz zwar nicht wol auf die Hälffte/ doch etwa um das dritte oder vierdte Theil gröſſer ſey/ als die warhaffte/ und dergleichen Umſtänd kan man auch in andern Dingen in Acht nehmen/ denn nicht alles in Schrifften zu begreiffen.

Geſetzt/ich ſtünde fig. 3. auf dem Punct D, obſervirte mit einem Jnſtrument die drey Ort ABC, und käme mir der Winckel ADB 18. 40'. BDC 43. 10'. Die latera deß trianguli ABC (welche in einer Landſchafft drey Städt oder Dörffer in einer Stadt drey Thürne/ oder was dergleichen ſeyn möchten) wüſte ich wie lang ſie wären/ nemlich AB 40/ BC 96/ AC 123. aus dieſem diſtantiis ſolcher Ort voneinander/ und den obſervirten Winckeln/ ſoll ich finden wieweit von D dahin ſey. Hie ſuche ich erſtlich die Winckel ABC, BAC, BCD, (ſonderlich den erſten/ welches geſchihet durch regulam IX. Additionis V. Nemlich/ ich addirt die latera AB, BC, ſo thut die Summa 136. Auch ſubtrahire ich ſolche voneinander/ ſo thut der Reſt 56.

Sprich durch die Regulam detri:

Das gröſſeſte latus AC,	gibt	die Summ der zweyen andern	was gibt deren differenz?
124		136	

facit CE 6152^{2}

Dieſes abgezogen von dem längſten latere AC 124 reſtirt AE 248^{2} die die Hälfft 3124^{2}

Sprich:

AB 40	gibt	ſinum totum 100000	alſo AF 3124^{2}	gibt	78100 ſinum 51. 23^{1} ABF

Dieſem iſt gleich EBF, und derowegen gleichfalls 51°. 23^{1} beyde zuſammen 102°. 46^{2} das complement deß Winckels FBE der Winckel BEF 38°. 37^{1}. (deme iſt gleich BAF) deſſen compl. zu 180 der Winckel CEB 141°. 23^{1}.

Sprich abermal:

BB 96	gibt	BE ſinum, welcher gleich iſt dem ſinui ſeines complements zu 180 nemlich 62433	alſo EC 6152	gibt	40009 ſinui EBE 23. 36^{1}

darzu ABE 102. 46

Suma ABC 126. 22
darzu BAE 38. 37

Summa 164. 59
von 180
thut BCA 15. 1.

Sind alſo die drey Winckel deß trianguli ABC gefunden/ nemlich: ABC 126°. 22^{1} BAC oder BAF 38°. 37^{1} ACB 15°. 1^{1}/ welche zuſamm addirt 180. Grad/ das iſt/ ſo viel als zween gerade Winckel/ welche ein ie-

des

des triangulum haben ſoll / machen. Daher kein Zweiffel/daß dieſe Rechnung bis daher recht ſey.

Ferner bringe ich die drey Puncten ABD in einem Circul / dergleichen thue ich auch mit B D C, daß alſo ſolche zween circuli einander durchſchneiden in zweyen punctis B und D, und ihre centra ſeyen G und H. Bey dieſen werden nach Ziehung der Linien GA, GB HB, HG, die Winckel BGH, BHC noch ſo groß als BDA, und EDC (Eucl. l. 3. prop. 19.) und alſo derselben halbe Theil dieſen gleich / nemlich AGK 18°. 40' und ſein complement GBK 71. 20 BHL 43°. 10' und ſein complement HBL 46°. 50'. die Summa dieſer beyden 118°. 10' abgezogen von ABC 126° 22' bleit GBH 80°. 12' der obere Winckel deß trianguli GBH abgezogen von zweyen rectis 180/ reſt die Summa der übrigen zweyen Winckel 171°. 48'. Die crura ſolches trianguli als die Radios der beyden Circul BG, BH finde ich alſo.

ſinus totus	BL 48	HBL 46°. 50' gibt	BH
100000 gibt	KB 20 alſo	ſecans 146171	7016²
		KBG 71. 20	BG
		ſecans 312439	6248²

Und hie könnte ich abermal ſagen / wie in dem vorhergehenden præcepto, daß ich aufs wenigſte die weiteſte diſtantz/ welche ſeyn könt/hätte/ denn BH 7016² iſt der halbe diameter deß gröſſern circuli, auf deſſen peripheria odrr Umkreiß der obſervator geſtanden. Deſſen weiteſter Punct wäre der Punct M, und wäre BM zweymal 7016² das iſt/ 14032 und das wäre die ferneſte diſtantz/ ſo dahin möchte geweſen ſeyn/ wiewol ſie auch näher ſeyn könte / wie es denn (laut deme/ſo folgen wird) näher iſt. Aber wir wollen es eigentlich er-

funden / wie ferne dahin iſt. Folget derowegen ferner.

Nachdem ich derhalben an dem triangulo B G H weiß ſeine crura BG 6248^{2}/ BH 7016^{2}/ den Winckel GBH 8°. 12'. Die Summa der übrigen zween G und H 171. 48. die Hälfft 85. 54. So ſprich ich durch die Regulam detri:

Der beyden
laterum BG 6242^{2} Differentiam
BH 7016 gibt 768^{2}

Summa 13264^{2}
alſo der Hälfft 85°. 54' 80776
Tang. 1395072 gibt Tang. 38°. 56'

Dieſe 38°. 56' addire ich zu der Hälfft 85°. 54' kom̃t
124°. 50'
der Winckel BGH
deſſen compl. zu 180 iſt o
der Winckel ; 6 N
55°. 50'

Darauf ſprich ich durch die Regulam detri:

ſinus totus BG BGN 55°. 50' BN
100000 gibt 6248^{2} alſo ſinus 82740. gibt 5169^{2}

Dieſe BN iſt die Hälfft der diſtanß BD welche daher / wann ſelbige duplirt / geſunden und heraus kommt 10338^{2}.

Will ich auch die andere diſtantias wiſſen / ſo fahre ich alſo fort / und ſprich:

AB 40 gibt ADB 18°. 40' alſo BD gibt 82719
ſinus 32006 10338²
ſinus BAD oder vielmehr / weil es ein
ſtumpffer Winckel ſeines compl. zu 180
nemlich 55°. 48'

Iſt alſo der gantze Winckel BAD 124°. 12'.
darzu 18. 40
Summa 142. 52
von 180
reſt. ABD 37°. 81'

Sprich ferner:

BAD
ſinus 82719 gibt BD alſo ABD 37°. 8'. gibt AD
10338² ſinus 60367 7348

Item ſubtrahir ABD 37°. 8'. von ABC 126°. 22'
reſt. CBD 89°. 14'.

Sprich abermal:

BDC 43°. 10'. gibt BC was gibt CBD
ſinus 6841229 96 89°. 14'
ſinus 9999104
facit dc 140

Sind alſo gefunden alle drey diſtantiæ AD, 7348 BD 10338². CD 140.

Ich habe aber dieſes Stücklein von einem fürnehmen Ingenieur, welcher in Nürnberg nicht unbekandt / überkommen / und hab es zwar vor dieſem in meiner Geodæſia Univerſali allegirt / aber / weil ich vermerckt / daß es gemeldter Ingenieur nicht gern ſahe / daß ichs ſo weit lieſſe auskommen (wiewol er mir es eben ſo hart nicht verbotten / noch mit ſolcher condition communicirt) auch nicht gerne den Namen hätte / als wolte ich meine labores mit fremden Federn

zieren/ hab ich dazumaln die ſolution nicht begeſetzt. Doch weil ich indeſſen darum erſucht worden/ auch auf wenigſt darum zum Theil für mein ausgeben kan/ weil er mir mehr nicht als den Abriß/ in welchen die drey latera in zween circulos eingeſchloſſen/ den modum ſolvendi aber weiter nicht communicirt, alſo ich nicht weiß/ ob die ſolutio eben gerad in allen Stücken ſein/ und er nicht vielleicht ein kürtzer haben möchte/ in deſſen gleichwol ziemlicher Nutz zu Bereitung der Land-Charten daraus erfolgen kan/ hab ich ſolche ſolutionem hiemit von mir geben wollen.

Damit aber der günſtige Leſer deſto eher glaube/daß ich einen Weg als den andern weiter nachzudencken gehabt/ ob ich ſchon aus gemeldter Anleitung gewuſt/daß man die Puncten ABD, item BDC in einen Circul bringe/ hab ich ihme ſolches problema noch in andere zween Wege fürreiſſen wollen/ die ſolution gleichfalls zu tentiren freyſtellend. Erſtlich alſo/daß die bisher obere Spitz der untere wird fig. 1. fol. VV. Für das andere/ daß die drey Orte der Puncten nicht in einem triangulo, ſondern in einer geraden Lini nacheinander hinſtehen fig. 2. ejusdem folii. In dem übigen wende ich mich folgender Addition.

ADDI-

ADDITIO IX

Von gründlicher Bereitung der Land-Charten.

Es iſt zwar hin- und her etlicher Vortheil gedacht worden / zu den Land-Charten dienſtlich. Sonderlich bey dem Kupfferblat FF, und vielleicht genug zu ſolchen Ländern / da die diſtaatz der Oerter alſo beſchaffen / daß ſie mit ſolchen Inſtrumentis und Vortheilen welche zu dem Feldmeſſen gehörig / abgemeſſen werden können / und keine merckliche proportion gegen dem Himmel und deſſen circulis haben. Dieweil man aber auch ſolcher Ort diſtantias zu Zeiten requirirt / ſonderlich wann groſſe oder gar Univerſal - Land-Charten zu machen / wer aber dieſe wiſſen will / derſelbe das Fundament von dem Himmel / und deſſen circulis nehmen muß / welche Kunſt Geographia genennet wird: Alſo hab ich ſolches auch nicht gar ſollen oder wollen unberührt laſſen / und zwar mit folgenden problematibus.

PROBLEMA I.

Die circulos an dem Himmel / welche zu Bereitung der Land-Charten zu wiſſen vonnöthen zu erkennen.

Erſtlich ſind dahin gerichtet die Kupfferblätter WW, XX, YY, ZZ auf dem Blätlein WW ſtehet erſtlich fig. 1. ein Sphæra armillaris, wie ſie die Aſtronomi

nomi nennen/ das iſt ein Kugel/ welche nicht gantz/ ſondern allein mit armillis oder Ränfften oder auſſern Umkreiſſen der Circul fürgebildet/und zwar derjenigen/ welche man ſich nicht allein in Abmeſſung der Sternen/ihres Orts/Lauffs und dergleichen einbilden muß/ſondern die auch mehrentheils auf der Erd transferirt/ und wie die Ort der Erden dem Himmel reſpondiren/ gezeigt wird.

ABC wird genennet der Horizon (der Scheider oder Abzeichner) welchen wir uns auf dem freyen flachen Feld einbilden/ daß es das obere ſichtbare Theil deß Himmels von dem untern unſichtbaren gleichſam abſchneide/ und alſo unterſcheide.

ADCE wird genennet Meridianus, der Mittags-Circul/ und weiſet an dem Himmel den Ort/ welchen die Sonne inne hat/ wann es Mittag iſt.

FG Æquator, zu Teutſch Gleichmacher/ iſt der Circul/ an welchem die tägliche Bewegung deß gantzen Firmaments/ das iſt nicht allein der Sonnen und Monds/ ſondern aller Sternen herum gehen/ daß ſie über 24 Stunden wieder an dem Ort ſtehen/ da ihr Lauff zu zehlen angefangen worden.

HI der gantze breite Circul wird genennet Zodiacus, zu Teutſch Thierkeiß/ darum/ weil in demſelben die zwölff himmliſche Zeichen/ ſo meiſtentheils von Thieren den Namen haben/ begriffen. Gehen auch unter demſelben alle Planeten/ ſonderlich bleibt die Sonne in deſſen Mittel-Lini/ Ecliptica, Finſterniß-Lini genennet. Darum dieweil die Finſterniſſe ſich begeben/ wann unter derſelben der Mond in einem Grad entweder gerad unter der Sonnen/ oder gerad gegen über/ daß er auch in oder nahe bey ſolcher Mittel-Lini

tel-Lini iſt/ ſtehet/ wird in Abmeſſung der Oerter deß Erdbodens an ſich ſelbſt nicht gebraucht. Denn daß etliche Aſtrologi die Länder unter die himmliſche Zeichen eintheilen / das hat keinen Grund / ſonderlich in Geographicis, verſtehen ſie es auch ſelbſt nicht alſo / als wann dieſes oder jenes Ort unter dieſem oder jenem Zeichen deß Zodiaci, wie ſie an demſelben abgezeichnet ſind/ läge/ kan auch nicht alſo verſtanden werden / denn die Ort der Erden bleiben in ihrer Stell/die Zeichen deß Himmels aber gehen/wie gemeldt/ herum/ alſo daß (zum Exempel) daß Zeichen der Zwillig unter welchen Nürnberg ligen ſoll / zwar täglich einmal / wie andere Zeichen / nahmentlich in dem Majo/ da die Sonne drinnen iſt / um den Mittag / in die Stund-Lini / welche über den Nürnbergiſchen Haupt-Punct (49. und faſt einen halben Grad von dem Æquatore, und über die zwantzig Grad von der Ecliptica) über ¾ Stund aber ungefehr/ über Pariß in Franckreich und ſelbe Revier ſtehen. Doch wird aufs wenigſte gemeldte ſeine mittlere Lini auf die Irrdiſche Globos gemacht / dieweil an deſſen äuſſern Puncten H und I die circuli Tropici genandt/ durch die Weltkugel gehen.

Es heiſſet aber unter dieſen Tropicis derjenige / welcher durch H gehet/ ſonſten mit M gezeichnet/ Tropicus Cancri, der aber mit N gezeichnet / Tropicus Capricorni. Darum weil daſelbſten die Zeichen deß Krebſes und deß Steinbocks ſind. Tropici aber werden ſie genennt / von dem Wenden / weil die Sonne daſelbſten gleichſam ſich wendet/ abwarts wann ſie den Tropicum cancri brührt / aufwarts / wann ſie den Tropicum capricorni berührt hat / und macht gemeldte Sonne alsdann wann ſie in dem Krebs und bey dem

Tropico cancri iſt in denen Ländern/ welche (wann man von dem æquatore anfähet zu zehlen) gegen Mitternacht zu wohnen/ den längſten/ in denen aber/ welche gegen Mittag zu wohnen/ den kürtzten Tag/ das Widerſpiel gegen ſolchen Orten thut ſie/ wann ſie in dem Steinbock iſt/ da macht ſie daſelbſt den längſten: bey uns aber und andern ſo gegen Mitternacht wohnen/ den kürtzeſten Tag. Iſt ſie denn in dem Wider oder Wag (in der erſten Figur mit K und L und mit den himmliſchen Zeichen Wider und Wag gezeichnet/ ſo macht ſie in der gantzen Welt Tag und Nacht gleich; Alſo/ daß auch in denen Orten/ welche unter den polis, das iſt unter den punctis P und Q (P wird genennet polus Arcticus, Q Polus Antarcticus, und die kleine circelli dabey O bey P, polaris Arcticus, R bey Q polaris Antarcticus) wohnen/ und ein halb Jahr Tag und ein halb Jahr Nacht haben/ namentlich denen/ ſo gegen Mitternacht wohnen/ den Tag/ wann die Sonn in den Wider kommt/ und Frühling iſt/ den andern aber/ wann ſie in die Wag kommt/ und Herbſt iſt/ anbricht/ und ein halb Jahr in der einen Hälfft der Erden Tag/ ein halb Jahr Nacht iſt. Indeſſen gehet der Himmel täglich mit allem Geſtirn geringsweis um die gantze Erdkugel herum/ nicht anderſt/ als wann er an der Stangen oder Aext PQ gienge.

Die circuli, welche durch die polos (das iſt/ Wendungs-Puncten zu Ende der Aext PQ) und vorgemeldte puncta K und L, item H und I gehen/ werden genandt Coluri, nemlich PHQI, Colurus Solſtitiorum, PKQL Colurus æquinoctiorum, weil das Solſtitium (da die Sonne an ihrem höchſten Ort ſtillſtehen ſcheint) K das Æquinoium, da Tag und

Nacht

Nacht gleich iſt/weiſet/welches ich zu Erklärung der Figur zugleich mit melden wollen. Wiewol dieſe zween circuli auf der Erden nichts ſonders gebraucht werden. Dieſes ſind die fürnehmſten Termini oder Kunſt-Wörter/ deren Dingen/ welche in dieſer Sach an dem Himmel zu wiſſen vonnöthen.

PROBLEMA II.

Die circulos deß Himmels/ ſo hiezu vonnöthen/ auf die Erde zu appliciren.

Solches geſchihet/ als wie fig. 3. dieſes folii WW zu ſehen. Da bedeutet der äuſſere etwas groſſe Circul den Himmel und die daran gezeichnete Buchſtaben eben die circulos, welche ſie fig. 1. bedeutet haben. Der innere/ſo etwas kleiner (oben dem globulo Trespondirend/ doch mit Fleiß gröſſer als er oben iſt; damit man alles/ ſo vonnöthen/darauf zeichnen können/ denn wann man gleich die eigentliche proportion deß Himmels gegen der Erden in Acht nehmen wolte/wäre ſolche doch auf kein Papier/ ja nicht wol auf einen Morgen Ackers zu bringen.) Solch innerer kleiner Circul nun bedeutet die Erdkugel/und die kleine Buchſtaben darauf bedeuten eben die circulos auf Erden/ welche ihres gleichen Gröſſe an dem Himmel bedeuten. Nemlich/ gleichwie FG an dem Himmel Æquator iſt/ alſo iſt fg auf Erden Æquator, h i Ecliptica, m Tropicus Cancri, n Tropicus Capricorni, o polaris Arcticus, r polaris Antarcticus. Meridianus und Horizon haben fig. 2. keinen beſtändigen Ort/denn ein

ein jedes Ort auf Erden/ über deſſen Haupt⸗Punct man ein ſonderbare Lini durch die polos ziehen kan/ hat ſeinen eigenen Meridianum und Horizontem. Alſo daß/ wann ein Ort auf Erden iſt in f, g, h, oder i, ſo iſt der Circul f g h i ſein Meridianus. Iſt er in n oder m, ſo iſt der Circul p m n q ſein Meridianus. Item den Horizont betreffend/ iſt der Ort auf Erden in f, ſo iſt ſein Horizont Q P, und trifft ein mit der Art an welcher der Himmel herum gehet/ und wird ſolche Stellung Sphæra Recta genandt/ darum weil der æquator f g oder F G mit dem Horizont Q P (deſſen diameter mit der Axi mundi ein Lini iſt) einen Angulum Rectum, einen geraden Winckel macht/ und iſt F ſein punctum verticale mit einem Arabiſchen Wort Zenith (oder vielmehr Semith) und G das gegen über ſtehet Nadir genennt. Iſt der Ort in h, ſo iſt ſein Horizont V W, und ſein vertical-Punct H, und wird ſolche Stellung ſphæra obliqua genennt/ darum daß der Æquator fg oder FG mit ſolchem Horizonte V W einen Angulum obliquum macht. Iſt ein Ort auf Erden in p, ſo fällt ſein Horizont in den Æquatorem FG oder fg, und wird ſolche Stellung ſphæra parallela genandt/ darum daß der Æquator und Horizon parallel ſind/ und ſein verical oder Haupt⸗Punct iſt der polus.

Auch wird die Erd durch die Circulos Tropicos polares, und den Æquatorem in fünff Zonas (wie ſie es nennen/ zu Teutſch möchte mans geben Gürtein) getheilt. Die mittlere zwiſchen den Tropicis h m x und i n y begriffen/ wird genennt Zona torrida, darum weil die heiſſeſten Länder/ als Egypten/ Morenland und dergleichen darinne liegen. Zwo Zonæ, eine

zwiſchen den Tropico hmx und dem polari Arcti-co o. Die andere zwiſchen dem Tropico iny und dem polari r, begriffen / werden genennt temperatæ, weil die Ort daſelbſt mit der Wärm und Kält temperirt / und nicht gar zu heiß / oder gar zu kalt ſind. Endlich ſind die Zonæ und ein Theil der Erden zwiſchen den polaribus r und t, frigidæ, kalt genennt / weil es unter demſelben ſehr und faſt unleidentlich kalt iſt.

PROBLEMA III.

Von Läng und Breite der Erdkugel / wie ſolche zu verſtehen und zu finden.

In Geographiſcher Abmeſſung der Oerter der Erden iſt in Acht zu nehmen ihre Longitudo zu teutſch die Läng und ihre Latitudo, die Breite. Es wird aber ſolche Läng und Breite nicht genommen in den Städten oder dergleichen Orten ſelbſten (wie lang und breit etwa dieſelbe an ſich ſelbſt ſeyn mögen) ſondern an der Erdkugel / in reſpect gegen dem Himmel / und wird die Läng genommen von Abend gegen Morgen / die Breite von dem æquatore fg als der Mittel-Lini der Erdkugel (wie ſie denn von den Schiffleuten bloß die Lini genennt wird) fg, entweder gegen Mitternacht als p, das wird genennt latitudo Septentrionalis oder Borealis, oder gegen Mittag q, das wird genennt latitudo Meridionalis oder Auſtralis.

Die Longitudinem betreffend / damit man in derſelben auch einen Anfang habe / von welchem die Meſſung zu nehmen. Iſts erſtlich an deme / daß Ptolomæus und andere Alte ſolchen Anfang genommen haben

in den Inſulis Fortunatis oder Canariis, denn weiter gegen Abend war ihnen damals der Erdboden unbekandt. Heut zu Tage aber nehmen ſie ſolchen in den Inſulis Corvo und Flores, da ſprechen ſie/ ſtehe das Mangnetzünglein deß Compaß gerad auf der Mittag-Lini/ da es bey und etwa davon abweichet/ und ſey der erſte Meridianus, als wann es in unſerer fig. 2. der Circul q y f h p &c. wäre/ ligt aber nun ein Ort unter dem Meridiano q n o m p, ſo iſt ſein longitudo das Bogenſtück deß Æquatoris f o. Item iſt ſolches Ort unter dem Æquatore ſelbſten f o g, ſo ſpricht man/ es habe keinen latitudinem, iſts aber in m, ſo iſt ſein latitudo o m, und zwar ſeptentrionalis, iſts in n, ſo iſt ſeine latitudo Meridionalis o n. Es iſt aber zu wiſſen/ daß latitudo und Elevatio poli zwar unterſchiedliche Ding/ doch in der Gröſſe einander gleich ſind.

Zum Exempel/ wann fig. 1. dieſes Blats eines Orts auf Erden vertical-Punct iſt in C, ſo iſt ſeine latitudo DF (das iſt die diſtantz von dem Æquatore EG) und ſein elevatio poli (das iſt/ wie hoch ihme von dem Horizont der Punct ſtehet/ um welchen ſich das Geſtirn in dem täglichen Lauff herum wendet) einander gleich. Daher wann man eines Orts Elevationem poli hat/ ſo hat man ſeine latitudinem.

Es wird aber die Elevatio poli eines Orts auf zweyerley Weis erforſchet: Die erſte iſt/ daß man deß äuſſerſten Sterns an dem Schwantz deß kleinen Bärns polar-Sterns genandt/ Höhe/ mit dem quadranten oder dergleichen Inſtrument nehme/ wann er am höchſten/ und wiederum wann er am niedrigſten iſt/ deren beydes in einer Nacht geſchehen kan in dem Novembri. Denn da iſt er bald nach der Sonnen

nen Untergang am höchſten und vor derſelben Aufgang am niedrigſten/das Mittel zwiſchen ſolchen zweyen Höhen iſt die Höhe deß poli.

Die andere Manier iſt dieſe: Man nehme die Mittags-Höhe der Sonnen / wann ſie am höchſten iſt/ nemlich den 11 oder 12. Julii, addir, wegen der parallax der Sonnen ein Minuten dazu / ziehe hingegen 23 Grad 30 Minuten davon ab/ der Uberreſt iſt die Höhe deß Æquatoris, deſſen complement iſt Elevatio poli.

Die Longitudinem aber kan man am beſten erfahren durch die Mondsfinſternis. Als wann die gröſſeſte Verfinſterung deß Monds geſchihet an einem Ort Nachts um 8 Uhr/an einem andern um 9 Uhr/ſo ſind ſolche zwey Ort in ihrer Longitudine eine Stund voneinander/welche an dem Himmel 15 Grad deß Æquatoris thut.

Und wann das erſte Ort dieſer zweyen unter dem erſten Meridiano ligt / und alſo keine Longitudinem hat/ ſo iſt die Longitudo deß andern eine Stund oder 15 Grad. Iſt aber die Longitudo deß erſten eine Stund oder 15 Grad von dem erſten Meridiano, ſo iſt die Longitudo deß andern 30 grad der zwo Stund und alſo iſt es auch in andern.

PROBLEMA IV.

Wie die diſtantz zweyer weitentlegener Ort/ ſo durch das gemeine Land- und Feldmeſſen nicht zu haben/ dem Himmel nach auszurechnen.

Hiezu muß man beyder ſolcher Ort Longitudinem und Latitudinem wiſſen/ daß gibt einen Triangel/

gel/ deſſen beyde latera ſind Stück zweyer Meridianorum, unter welchem ſolche Oerter liegen / und ſind/ wann die Latitudo in beyden einerley iſt (Septentrionalis oder Meridionalis) ſolcher Latitudinis complementa. Sind aber die Latitudines unterſchiedlich/ an dem einen Septentrionalis, an dem andern Meridionalis, ſo iſt das eine Latus complementum Latitudinis, das andere hält in ſich einen quadranten cum exceſſu, welcher die Latitudo ſelbſt iſt. Der Winckel / welchen ſie begreiffen / hält ſo viel Grad an dem Æquatore, ſo groß ihre differentia Longitudinum iſt / und die Hypotenuſa, das iſt der Bogen/ ſo ſolchem Angulo differentiæ Longitudinis unterzogen/iſt die diſtantz beyder ſolcher Ort / davon gefragt und durch Rechnung geſucht wird.

Es ſind aber hier unterſchiedliche Fäll.

Entweder haben ſolche zwey Ort unterſchiedliche Longitudines, aber ihre Latitudo iſt einerley. Oder ſie haben unterſchiedliche Latitudines und eine Longitudinem, oder haben beyde Longitudines und Latitudines unterſchieden / und zwar alſo / daß ſolche unterſchiedliche Latitudines entweder einen Namen haben / daß nemlich beyde Septentrionales oder beyde Meridionales ſind/ oder iſt die eine Septentrionalis, die andere Meridionalis. Auch iſt in der differentia Longitudinum dieſer Unterſcheid zu beobachten / daß entweder ſolche gerad einen halben Circul thut / oder drüber/ oder (welches am alleröfftesten geſchihet) drunter. Wann ſie drüber thut / ſo nimmt man dafür ihr complement zu 180 Graden und procedirt damit als wann ſie darunter thät/mit den andern hält ſich die Rechnung alſo / wie in folgenden præceptis begriffen.

I. Das

I. Haben zwey Ort keine Latitudinem, wann ſie nemlich beyde unter dem Æquatore ligen / ſo multiplicir die differentz ihrer Longitudinum mit 15 / und wann minuta daran hangen / ſo dividir ſolche mit 4 / ſo kommt heraus / wie viel teutſche Meilen ſolche von einander ſind / und zwar (demnach ſolche an unterſchiedlichen Orten unterſchiedlich) nach Varenii Meinung ſolche Meilen / deren eine 1900 zwölffer oder 2280 zehner Ruhten eines Rheinländiſchen Fuſſes / ſo fol. W. abgeriſſen iſt / thun.

II. Haben zwey Ort keinen Unterſchied der Longitudinum, ſondern ſind unter einem Meridiano, ſo multiplicir die differentz ihrer Latitudinum abermals mit 15 / und die vielleicht daran hangende minuta dividir mit 4 / ſo wird abermals ihre diſtäntz an teutſchen Meilen herauskommen.

III. Haben zwey Ort einerley Latitudines, aber unterſchiedliche Longitudines, ſo ſprich:

ſinus totus gibt	ihrer differentiæ Longitudinis ſinum	was gibt deß complementi Latitudinis ſolcher Ort ſinus.

Die gradus, ſo ſolchem facit als einem ſinui correſpondiren / multiplicir abermals mit 15 / und wann minuta dran hangen / ſo dividir ſolche mit 4 / was heraus kommt / iſt derſelben diſtantia an Meilen.

IV. Haben zwey Ort unterſchiedliche Longitudines und Latitudines, doch daß die Latitudines eines Nahmens ſind / beyde Septentrional oder beyde Meridional, welcher caſus am öffteſten fürkomt, ſo gibts ein Exempel caſus 4. Regulæ XIII. Addit. V. nemlich

 ein

ein Triangulum, an welchem entweder 2 latera kürtzer ſind als Quadranten / oder das längere nicht länger als ein quadrant, welche kürtzer ſind als quadranten ſind die complementa ihrer Latitudinum und die differentz ihrer Longitudinum iſt der Winckel / welchen ſie begreiffen.

Zum Exempel / begehre ich zu wiſſen / wie weit von Nürnberg nach Conſtantinopel ſey. Da nimm ich beyder ſolcher Städt Longitudines und Latitudines. Der Stadt Nürnberg Longitudo iſt 35°. 45'. latitudo 49°. 26'. dieſer compl. 40°. 34'. der Stadt Conſtantinopel Longitudo 58° / Latitudo 43°. dieſer compl. 47°. Dieſer 2 complementa nimm ich für die 2 bekandt gegebene latera. Der Winckel / den ſie begreiffen / iſt die differentz ihrer Longitudinum. Subtrahir derowegen die Nürnbergiſche Longitudinem 35°. 95. von der Conſtantinopolitaniſchen 58 / reſt 23° 15'. Darauf ſtehet die Rechnung alſo / und iſt gericht auf fig. 1. fol. XX auf das triangulum ABC (fol. YY iſt es das triangulum Exe) wie probl. VI. folgen wird.

Latera AB	40°. 34'.	idem 40°. 34'	
AC	47	compl. 43.	
	87. 34	83. 34	ſinus 99370
Compl.	2. 26		ejus ſinus 4285
			eo ſubtracto reſt. 95085
			ſemis. 47543

Anguli BAC	22. 15
compl.	87 45
ſinus	92554
à ſinu toto	100000
reſtat ſinus verſus	7446

Sprich

Sprich:

ſinus totus gibt 47543 alſo ſinus verſus gibt 3540
Anguli ABC von 99370
7446

reſt 95830
ſinus graduum 73°. 24'
complement 16. 36 die
geſuchte diſtantz an gradibus deß Æquatoris.

Multiplicirt nun 16 mit 15 / und dividirt 36 mit 4/ kommen heraus 249 teutſche Meilen/ ſo weit iſt Conſtantinopel von Nürnberg.

V. Haben aber zwey Ort latitudines unterſchiedlicher Namen/ ſo procedire ich nach Caſû V. Regulæ XIII. angezogener Additionis V.

Als zum Exempel: Ich begehre zu wiſſen / wieweit von Nürnberg ſey auf caput bonæ ſpei in Africa oder der an deſſen äuſſern Spitz an dem Meer?

Solchen Orts Longitudo iſt 54 Grad. Ihre Latitudo Auſtralis 35 Grad / die Nürnbergiſche Longitudo, wie vorgemeldt / iſt 35°. 45'/ Latitudo 40°. 26'. dieſer complement 40°. 34'. Das gibt ein triangulum wie ABD fig. 2. fol. XX (auf fol. YY iſt es ExM) Addir die 35 gradus Latitudinis Auſtralis capitis Bonæ ſpei zu 90 / ſo kommt AB 125. ſubtrahir Longitudinem Noribergenſem 35°. 45' von 54° reſt der Winckel BAD 24°. 15'. wird gefragt von der diſtantz BD. Hie ſencke ich von dem Winckel D herunter auf m deß gröſſern lateris A B eine perpendicular D m, welche ſolche Latus in zwey Theil theile/ und ſprich:

Erſtlich/

ſinus totus gibt AB compl. alſo ang. BAD gibt 26709
100000 mentiLatit. 24°. 15'. ſinuiDE 15°. 30'
Notib. ſinui ſinus 41071
65033

Ferner/

Anguli DAE 24°. 15' gibt ſinum totum
Tang. 45046 100000
oder Anguli DAE 24°. 51'
ſinus totus gibt complementi 65, 45
ſecantem 13175
100000 Tangentem 221991
alſo lateris DE 15°. 30' gibt 61552
Tangens 27732 ſinum 38°. 0'
ſubtr. von AB 125

reſt BE 87

Darauf könte ich ferner ſagen:

BE gibt ſinum totum, alſo DE gibt Tang. Anguli DBE

Und endlich/

Anguli ABE gibt BE alſo ſinus totus gibt BD
ſinus ſinum die begehrte diſtanſtiam.

Kan aber kürtzer davon kommen folgender Geſtalt:

BE 870 compl. 3, 0
DE 1530 id. 15. 30

102 30 18 30
Exceſs 12 30 31730
Add. 21643

53373
ſemis 26687

Nun

Nun ſolte ich ferner ſagen:
ſinus totus gibt 26687 alſo anguli BED gibt ꝛc.
Dieweil aber der Winckel DEB ein gerader Winckel/ und derowegen ſein ſinus verſus eben ſo groß iſt / als der ſinus totus, als iſt die Zahl 26687 eben diejenige ſo herauskommen ſoll/ ſubtrahir derowegen ſolche von 31730/ ſo reſtirt 5043 ſinus 2° 53' 30". ſo das complement iſt der diſtantz BD, daher ſolche diſtantia 87°. 6'. 30". die Grad abermals multiplicirt mit 15/ die minuta prima dividirt mit 4 / thut 1306 Meiln / was überbleibt / wird nicht geachtet/ denn an tauſend Meilen kan man einem wol eine halbe ſchencken. Wolte man aber ja wiſſen / wie viel die übrige 2' und 30" thäten/ ſo ſagte ich/ die 2 prima thäten eine halbe / und die 30". thäten ⅛ einer Meilen. Dieſes wäre die gerade Geographiſche diſtantz dahin / wie ſolche auf dem Papier aufgeriſſen werden möchte. Die diſtantia itineraria aber wann man reiſſen ſolte / würde viel weiter treffen/denn man müſte entweder theils über das Mittel-Meer / hernach über Berg und Thal durch gantz Africam hindurch / oder von dem Mittel-Meer durch den Gaditaniſchen Furth um halb Africam herum / oder auf den teutſchen oceanum, und darauf um Franckreich / Spanien / und abermal halb Africam, wie auf einem Irdiſchen Globo oder Univerſal-Landtafel leicht zu zeigen / welches aber jetzo die Gelegenheit nicht leidet.

PROBLEMA V.

Die diſtantz zweyer Oerter / deren Longitudines und Latitudines bekandt / mit dem Circul ohne Rechnung zu finden.

Hieher gehört abermal das Kupfferblat XX. Da ſetze ich erſtlich figura 3. die differentz ihrer Longitudinum ſey weniger als ein halber Circul / daß zeichne ich mit dem Bogen AB, alſo daß der eine Ort bedeutet werde durch den Punct A, der andere durch den Punct B. Man ziehe die zween diametros AC, BD, Die latitudo deß Orts A ſey der Bogen AF, deß Orts B der Bogen BG. Man ziehe perpendicular - Linien eine auf den diametrum AC, die ſey FH, und eine auf den diametrum BD, die ſey GI. Man ziehe auch eine Lini von I auf H, und von den punctis I und H ſolche lineas, welche mit der Lini IH gerade Winckeln machen in I und H, und gleich ſeyen den lineis HF und GI, und ſolche ad easdem partes, oder auf eine plagam, es ſey Mittag oder Mitternacht / wann beyde Oerter gegen einer plaga zuligen / wie die Linien IL, HK, ligt aber das eine Ort gegen Mitternacht / das andere gegen Mittag / ſo ſeyen ſolche Linien IL, und HM, (ſchadet nicht / wann gleich eine oder beede über den Circul hinaus reichen) ziehe hernach in den erſten Fall (wann beyde gegen einer plaga zuligen) die puncta L und K, in dem andern die puncta L und M mit geraden Linien zuſammen / ſolcher Linien Läng mit dem Circul gefaſſt / und auf den äuſſern Bogen / (ſo aufs wenigſte an einem quadranten oder Viertel in ſeine

gradus

gradus getheilt werden kan) getragen/ wird daſelbſt weiſen/ wie viel Grad ſolche zwey Oerter voneinander ligen. Alſo kan man umgehen mit Orten/ deren Longitudo weniger iſt / als ein halber Circul. Iſt aber zweyer fürgenommener Oerter differentia Longitudinis mehr als ein halber Circul / nemlich fig. 4. der Bogen AD von A durch die puncta B und D gezehlt/ſo ziehe man abermals zween diametros AC, BD. Die latitudo deß Orts A ſey der Bogen AF, deß Orts B der Bogen DG. Man ziehe abermals perpendiculares, von F auf den diametrum AC, die ſey FH, und von G auf den diametrum BD, die ſey GI, ziehe auch H und I durch eine gerade Lini zuſammen / und von den punctis H und I abermal ſolche Linien / welche mit der Lini HI gerade Winckel machen / in Läng der Linien FH und GI, gegen einer plaga zu / wann ſie beyde gegen einer plaga hinligen / und ſeyen abermal IL, KH. Die eine aber gegen Mittag / die andere gegen Mitternacht / wann das eine Ort gegen Mitternacht / das andere gegen Mittag von dem Æquatore lig/ und die ſeyen IL und HO. Ziehe die puncta L und K oder L und O zuſammen / die KL oder LO iſt abermal die chorda ihrer diſtanß voneinander / welche an dem äuſſern circulo die gradus, wann er in ſolche getheilt / geben wird / und ſind ſolche diſtanß-Linien zum Unterſcheid gegen den andern mit Düpffeln gemacht.

PRO-

PROBLEMA VI.

Wie die Univerſal-Land-Taffeln und Wappen zu machen/ und alle Ort/ ſo begehrt werden/ darauf zu bringen.

Dieſes lehren nächſt deme / ſo bisher gezeigt worden/ die Kupfferblätlein YY und ZZ. Jenes die Univerſales, dieſes die particulares. Zwar haben die Alten in dem Univerſal-Tafeln etwas ein andere Manier gehabt / welche diß Orts fürſtellen ich ohne Noht erachtet / wer aber ſolche zu ſehen begehrt / bey Ptolomæo, Mercatore, Münſtero und andern ſuchen mag. Da ſie nemlich alle Oerter auf einer einigen ſuperficie fürzuſtellen ſich unterſtanden/ weil man aber mit der Zeit / ſonderlich da mehr Oerter bekandt worden / ſolche Abtheilung deß Erdbodens nicht allerdings füglich befunden/ iſt diejenige/ welche fol. YY zu ſehen erfunden worden. Da muß man ſich einbilden / daß die zween circuli ſeyen zween halbe globi, durch welche die gantze Erdkugel in zween gleiche Theil getheilt/ und ligen mit dem Durchſchnitt auf einer Ebne vor uns / und wenden das kuglichte Theil zween ausgehölte halbe globi, welche hernach auf eine erhabene ſuperficiem des globi aufzudrücken / da die diſtantien je weiter ſie von dem Geſicht kommen / nemlich um die Mitte / je kleiner ſcheinen. Iſt alſo eben eines / man bilde ihm gleich hole oder ausgefüllte globos dabey ein/ doch daß die hole des ausgefüllten Muſter ſeyen.

Ob nun aber wol dieſe zween circuli ABCD und CEFG wann der globus noch gantz wäre einen Circul geben/ ſo haben ſie doch jetzo nach geſchehener Theilung unterſchiedliche Namen. GCE iſt der erſte Meridianus, von welcher an aller Länder und Städt Longitudines auf dem Æquatore ACF, vermittels deſſen Graduum gezehlt werden/ nicht allein von C bis in F da wir uns den Orient einbilden/ ſondern auch von F oder A (als wann ſolch F und A ein Punct wäre/ wie ſie denn wären/ wenn der globus gantz wäre) bis wiederum in das C, das ſind 360 Grad/ wie die beygeſetzte Zahlen anzeigen.

Es werden aber die Univerſal-Mappen alſo zugerichtet/ wie das Fundament auf dem circulo ABC zeiget/ der iſt erſtlich getheilt Creutzweis durch die zween diametros, AC, BD, ſo einander durchſchneiden/ und deren A C ein Stück deß Æquatoris B D der mittler Meridianus iſt. Hie ſahe ich erſtlich an von A oder von welchem mir beliebt/ unter den vier Puncten (A, B, C, D) und theil ſolche quadranten in ihre gewöhnliche Theil oder Grad nemlich in 90/ auf Art und Weiſe/ wie oben Addit. IV. von dem Abriß der Figuren bey Theilung deß circuli und ſonderlich der Transportur gezeigt worden. Doch hab ich weil die Figur klein/ an Statt der 90 graduum Quadrantis nur 9 (deren alſo jeder 10 gradus hält und bedeutet) genommen.

Wann nun ſolche Theilung geſchehen/ ſo hat man zwar Nachricht/ wo die paralleli durch die Meridianos A B C D und C E F G gehen/ und möchte man daher meinen/ wenn man nur ſolche Puncten durch gerade

Linien wie AC und CF und auf fol. W W fig. 2. fg hx, y i zuſammen zöge/ ſo wären auch die paralleli gezogen. Dieweil aber die Linien AC, CF, BD, EG, eben ſo wol halbe Circuli ſind ABC, ADC, &c. und eben ſo groſſer intervalla zeigen müſſen / als dieſe/ und doch kürtzer ins Geſicht fallen/ daß ſonderlich gegen den polis zu / nichts in rechter proportion der diſtantz aufzubringen ſeyn würde/ als hat man eine andere Manier ſuchen müſſen zu zeigen / wie die paralleli Æquatoris ſo wol auch die Meridiani inner der Kugel aufzubringen / nemlich alſo:

Wann der quadrant AB in ſeine Theil (hier 9/ ſonſt wann die Figur gröſſer wäre in 90) getheilt / ſo nehme man den polum D als einen Aug-Punct/ und ziehe von den Theilungs-Puncten A, H, K, &c. deß Bogens AB gerade Linien auf ſolches punctum zu/ nemlich H D, KD, &c. Wo nun ſolche Linien durch den diametrum AC gehen/ da werden ſie an denſelben weiſen/ wo die Meridiani aller unter ſolchen Puncten ligenden Oerter durch den Æquatorem und ihre paralleli durch den mittlern Meridianum BD, wann man ſolche folgender maſſen dahin trägt/ gehen. Setze derowegen einen Circul mit dem einen Fuß in M, den andern ſtrecke aus auf die Puncten / da die Linien HD, KD und andere dergleichen durchgehen/ nemlich auf N, O, &c. und trag ſolche herum auf die andere ſemidiametros B M, CM, DM.

Wann man nun einen Parallelum beſchreiben will / zum Exempel HPI, oder einen Meridianum, BND, ſo nehme man ſolche drey puncta H, P, I, o- der

der B, N, D, und bringe die in einen Circul / wie oben Addit. IV. probl. XVI. gezeigt worden. Gleich-wie nun die Puncten H und I an dem Circul ABCD zehen grad thun / um welche ſie von dem Æquatore AMC abſtehen / alſo müſſen alle Oerter / deren latitudo zehen gerad hält / unter ſolchen parallelum HPN kommen. Und gleich wie der Punct N von dem Punct A zehen grad abſtehet / wie die Lini HND, ſo von dem Punct H, welcher zehen grad von A ſtehet / auf D gezogen / zeiget ; Alſo müſſen alle Oerter / deren Longitudo von A 10 grad iſt / es mag gleich ihre Latitudo ſeyn wie ſie will / unter den Meridianum BND kommen. Und alſo iſt es auch mit andern Orten / es kommen gleich ſolche auf dieſe parallelos ſelbſten / oder zwiſchen dieſelbe. Das wollen wir zeigen an denen Orten / deren diſtantiæ zuvor probl. IV. gerechnet ſind / und zwar in dem circulo oder halben globo CEFG, nicht allein weil ſie in dem globo oder einer Univerſal-Mappa, wann wir ſolche machen wolten / ohne das dahin kommen müſten / ſondern auch confuſion auf dem circulo ABCD, da der Grund der Abtheilung gewieſen / zu vermeiden.

So ſey nun für das erſte Exempel die Stadt Nürnberg / deren latitudo iſt / wie vor gemeldt / der gemeinen Meinung nach 49°. 26'. Das wird an dem Circul GCE treffen auf den Punct q, den trage ich auch hinüber auf den Bogen E F in r. Auf der Lini EQ aber triffts in s, gehet alſo der Nürnbergiſche parallelus auf oben gemeldte Weiſe gezogen durch die Puncten q s r. Ihre Longitudo iſt 25°. 45' die muß gleichfalls an den Bogen DE erſtlich genom-

nommen werden/da trifft ſie in v. Von dannen ziehe ich eine gerade Lini auf 6/ die wird den Æquatorem durchſchneiden in W. Bringe die drey puncta EW G in einen Circul/ das iſt der Nürnbergiſche Meridianus. Wo nun dieſer Meridianus EWG den parallellum q t r durchſchneidet/nemlich in x, da iſt der Stadt Nürnberg eigentlicher Ort auf dem globo, wann derſelbe in plano fürzuſtellen.

Zum andern iſt oben fürkommen die Stadt Conſtantinopel/ deren latitudo wie daſelbſt gedacht/ iſt 43°. das trifft auf dem Bogen C E in y, das trage ich auch hinüber in Z. Auf der Lini QE aber trifft es auf a. Gehet alſo der Conſtantinopolitaniſche parallelus durch die Puncten yaZ. Ihr longitudo iſt 58/ puncto b, deß Bogens CE, davon gezogen die Lini b G, weiſet auf der Lini CF den Puncten d, dadurch komme ihr Meridianus EdG, und durchſchneidet ihren parallelum in e, das iſt der Ort der Stadt Conſtantinopel/ und ihr diſtantz von Nürnberg/ die Lini e x.

Endlich das Caput Bonæ ſpei auch auffzubringen / iſt deſſen Latitudo 35. grad gegen Mittag / trifft auf g, das trage ich auch hinüber auf h, auf QG aber trifft es auf i, daß alſo ſein pararllelus iſt g h i. Sein Longitudo iſt 54 Grad / die treffen auf dem Bogen CG auf das Punct K, ziehe eine Lini von E (dem polo Septentrionali, zuvor da die Ort gegen dem Septentrione gelegen / hat man ſolche von dem polo Auſtrali D gezogen) auf k die weiſet / auf der Lini C F den Punct L. Iſt alſo Capitis Bonæ ſpei Meridianus

nus ELG, und durchſchneidet deſſen parallelum in M das iſt der Ort Capitis Bonæ ſpei, und die Lini Mx deſſen diſtantz von Nürnberg.

Wenn man nun alſo mit allen nahmhafften Orten der Erden thut / daß man nemlich ihre Longitudines und Latitudines erkündiget / es geſchehe gleich durch eigene obſervation, wie oben gewieſen / oder aus den Tabulis, und ſolche jetztgehörter Maſſen aufbringt / ſo wird die gantze Mappa Univerſalis beſchrieben ſeyn.

Damit aber die Tirones dieſer Kunſt Anlaß und Gelegenheit haben / ferner ſo wol in Rechnung der diſtantien / als in Geometriſcher und Geographiſcher Einzeichnung ſich zu üben/habe ich folgenden Catalogum nur der berühmteſten Oerter hieher ſetzen wollen.

CATALOGUS,

oder

Verzeichniß

der

Fürnehmſten Oerter auf Erden/

Nach deren Longitudinibus und Latitudinibus:

das iſt:

Nach Länge und Breite der Erd-Kugel.

Zur Ubung in deren Ausrechnung und Einzeichnung.

A.	Latitudo	Longitudo
Alcmair in Holland	52°. 36'	27.45
Altenburg	51. 0	36.50
Alcair oder Alexandria Egypten	30.58	60.30
Amberg	49.32	36.14
Amiens in Franckreich	49.20	24.40
Amſterdam in Holland	52.20	29.30
Antorff in Braband	51.12	28.54
Augſpurg	48.22	35.45
B.		
Babylon in Chaldäa	35.0	73.0
Baden	48.52	32.45
Bamberg	49.57	35.30
Baſel	47.54	32.15

Bern

	Latitudo	Longitudo
Bern in der Schweitz	46. 50	32.0
Bernburg im Fůſtenthum Anhalt	52.40	32.40
Berlin	52.34	38.15
Bethlehem	31.50	65.45
Bononien in Welſchland	43.49	35.0
Bremen	53.12	33.15
Briſach	48. 4	32.15
Brůnn in Måhren	48.8	41.0
Braunſchweig	52.16	34.45
Bautzen	51.9	38.30
C.		
Calecut in Indien	11.30 (gegen Mittag)	111.45
Caſſel in Heſſen	51.19	33.25
Coburg	50.20	35.30
Colberg in Pommern	53'45	40.40
Cöln	50.56	31.15
Compoſtell in Spanien	43.0	14.45
Conſtantinopel	43.0	58.0
Copenhagen	55.43	32.30
Coſtantz	47.37	33.30
Cracau in Polen	49.57	44.30
Culmbach in Francken	50.8	35.40
D.		
Dantzig	54.23	43.45
Dreßden	51.6	38 0
E.		
Elſenburg in Dennemarck	56.3	36.45
Erphord	51.3	35.0

Dd ij Franck-

F.	Latitudo	Longitudo
Franckfurth am Mayn	50. 2	32.30
Franckfurth an der Oder	52.20	38.45
G.		
Glatz in der Schleſi	50.25	40.45
Granata in Spanien	37.30	18.15
Grypswald	53.54	38. 0
Guſtrow in Mechelnburg	53.42	36.35
H.		
Hall in Sachſen	51.38	36. 0
Halberſtadt	52. 8	35. 0
Hamburg	53.42	34.15
Heidelberg	49.36	33.15
Helmſtadt	52.23	35.25
Hertzogenbuſch.	51.31	28.30
J.		
Jena	51. 0	35.45
Jeruſalem	32.10	70.45
Jngolſtadt	48.42	36.15
Jnspruck	47. 5	36. 0
Jßland	65.44	14.45
K.		
Kitzing	49.43	34.15
Königsberg in Preuſſen.	54.43	46.30
L.		
Lawingen	48.39	35.15
Leipzig	51.24	36.45
Lintz	48.16	39.15
Liſabona	38 45	14.15
Londen in Engelland	51.32	24.20
Lübeck	53.57	34.50
Lüneburg	53.36	34.45

Magde-

M.	Latitudo	Longitudo
Magdeburg	52.15	36.0
Mansfeld	51.40	38.30
Mantua	44.33	35.15
Marpurg in Heſſen	50.48	32.35
Metz in Lothringen	49.10	30.30
Mörsburg in Meiſſen	51.23	36.25
Münſter in Weſtphalen	51.54	31.10
N.		
Neapolis	40.42	38.45
Neugart in der Moſcau	58.54	59.30
Nürnberg	49.26	35.45
O.		
Orliens	47.40	26.30
Ofen in Hungarn	47.8	34.45
Oſnabruck	52.27	31.15
P.		
Padeborn	51.49	13.0
Paris in Franckreich	48.50	26.45
Pilſen	49.54	37.30
Prag	50.6	38.15
Preßburg in Hungarn	48.25	41.45
Q.		
Quinſai in China.	40.0	151.45
R.		
Regenſpurg	49.9	36.25
Riga in Liefland	56.45	49.45
Rom	42.2	36.30
Roſtock	55.5	35.30
S		
Saltzburg	47.42	37.50
Speyer	49.24	33.0

	Latitudo	Longitudo
Schleßwig in Holſtein	54. 45	33. 45
Schweinfurth	50. 3	34. 20
Stetin in Pommern	53. 30	38. 45
Stockholm in Schweden	58. 50	39. 30
Straßburg	48. 27	32. 30
Stralſund	54. 30	37. 45
Stutgart	48. 49	33. 45
Suſa in Perſen	34. 15	80. 30
T.		
Thorn in Preuſſen	32. 34	44. 0
Torgau	51. 33	37. 30
Trier	49. 50	30. 45
Tůbingen	48. 34	33. 45
V.		
Venedig	45. 15	36. 15
Villach	45. 22	38. 30
Ulm	48. 44	34. 45
W.		
Warſchau in Polen	52. 20	46. 15
Weimar	51. 8	35. 40
Wien	48. 22	40. 45
Wißmar	53. 54	35. 40
Wittenberg	51. 52	37. 15
Wolffenbůttel.	52. 23	34. 55
Worms	50. 25	31. 30
Wůrtzburg	49. 44	34. 15
Z		
Zeitz	51. 0	36. 20
Zerbſt	52. 0	36. 35
Zůrch	47. 22	33. 15

PRO-

PROBLEMA VII.

Wie die particular - Land-Tafeln auf abſonderliche Länder zu machen.

Wenn ein particular-Land-Tafel auf ein gewiſſes Land und Gebiet zu machen / ſo kan man ihm alſo thun.

Man nehme die Longitudinem und Latitudinem der äuſſerſten Oerter / gegen Mittag / Mitternacht / Morgen und Abend / wie viel grad deß Himmels / oder (wenn es kleine Länder ſind / deren diſtantz gegen den Himmels-Circuln keine merckliche proportion hat) wie viel Meil-Wegs das weiteſte / ſo wol von Abend gegen Morgen als von Mittag gegen Mitternacht iſt / und ſo weit ſie von Mittag gegen Mitternacht iſt / ſo breit oder ſo hoch / und ſo weit ſie gegen Abend oder Morgen voneinander ſind / ſo lang muß die Land-Charte werden. Sinds nur Meilen / ſo werden ſolche Theil der Läng und Breiten einerley Gröſſe haben. Sinds aber gradus Longitudinis und Latitudinis, ſo ſind zwar die Theil oder grad von Mittag gegen Mitternacht auch jedesmal einerley Gröſſe. Aber die Theil zwiſchen Morgen und Abend ſind nicht einerley. Sondern je weiter man von Mittag gegen Mitternacht kommt / je kleiner werden ſie. Damit ich derowegen die proportion ſolcher graduum ſo wol gegen den gradibus der Latitudinis, als gegeneinander ſelbſt erforſche / ſo theile ich der graduum Latitudinis wie die aufgeriſſen / einen in 15 gleiche Theil (und die gebühren auch dem Æquatori ſowol als dem Meridiano, und ſollen die Maßſtab und ſcala milliarium ſeyn) Darauf ſprich ich durch die Regulam detri:

ſinus totus gibt 15 Theil eines wieviel gibt das
gradus latitudinis oder deß Æquatoris
complementum latitudinis derjenigen Oerter/ ſo auf fürgenommener Land-Tafel dem Æquatori am nächſten ſind.

So viel Theil nun herauskommen/ ſo viel nimm ich von voriger Theilung mit dem Circul/ und ſo viel aſſignire ich einem Grad/ und ſchneide deren von der unterſten Lini der Mappen ſo viel ab/ ſo viel ſie gibt und ich bedarff für die diſtantz der Oerter/ ſo von Abend gegen Morgen am weiteſten voneinander ſind. Darnach faſſe ich wiederum die gradus latitudinis in ihrer Gröſſe/ und trage deren ſo viel auf die zwo Seiten-Linien/ ſo viel Grad der Ort/ ſo von dem æquatore gegen Mitternacht am weiteſten iſt/ von demjenigen/ der demſelben am näheſten iſt/ abſtehet/ wenn ich dahin komme/ ſo reiſſe ich eine Zwerch-Lini/ ſo hab ich die Breite der Mappen.

Darnach reiſſe ich von F dem mittlern Punct der unterſten Zwerch-Lini aufwarts eine Lini zu geraden Winckeln bis zu der oberſten in G/ und ſprich abermal durch die Regulam detri:

ſinus totus gibt 15 was gibt complementum latitudinis deer/ welche zu äuſſerſt gegen dem polo kommen ſollen?

So viel heraus kommen/ ſo viel faſſe ich auf dem Maß-ſtab CD, und ſetze ſie in der oberſten Zwerch-Lini für einen grad/ und ſo viel ſolcher graduum unten in ſolcher Grund-Lini gegen jeder Seiten ſind/ ſo viel nimm ich auch oben in der Zwerch-Lini BGH, von G gegen B und H, und bezeichne ſolche Theil mit Zahlen wie unten/

ten/hernach nimm ich diejenige Oerter für mich / deren Longitudo und Latitudo gegen dem Himmel bewuſt / und fahe von denſelben an die Einzeichnung. Wenn dieſes geſchehen / ſo kan man hernach die kleinere diſtantias von dieſen / nach Anleitung folii FF meſſen und auch einbringen / ſo wird endlich die gantze Land-Tafel fertig ſeyn.

Zum Exempel / ich will eine Land-Tafel machen/da die Longitudo deß äuſſerſten Orts gegen Abend ſoll ſeyn 30 grad / die Latitudo deß äuſſerſten Orts an der Tafel gegen Mitternacht ſey 43 grad / deſſen complement iſt 47 / und deß unterſten Orts gegen Mittag ſey 40 deſſen complement 50. Iſt alſo die Breiten der Land-Tafel / welche die Lini FB zu verſtehen gibt (wenn man 40 von 43 oder 47 von 50 abzeucht) 3 grad. Von dieſen Graden nimm ich einen unten beſonders auf der Lini CD. und theile ihn in 15 Theil / das ſind 15 Meilen. Die Läng betreffend / ſprich ich erſtlich:

ſinus totus gibt 15 was gibt complementi latitudinis 40 ſinus zu 50 Graden 76604?

facit $11\frac{1}{2}$

Dieſe $11\frac{1}{2}$ Theil faſſe ich mit dem Circul als einen grad/und trage deren auf die untere Lini AE ſo viel ich bedarff/nemlich diß Orts 6 / das ſind gradus longitudinis auf dem parallelo, welcher 40 Grad von dem Æquatore abſtehet. Darnach ziehe ich von dem mittlern Punct / der Grund-Lini I F eine Lini FG auf die oberſte BGH, ſprich abermal durch die Regulam detri:

ſinus totus gibt 15 was gibt der ſinus complementi deß 43 gradus latitudinis nemlich 73635?

facit $10\frac{9}{10}$

Faſſe ſolches intervallum, oder / wenn die grad, klein genommen / daß man die zehende Theil nicht diſtinctè haben kan / dem Augen-Maß nach etwas weniger als 11 Theil der Lini CD mit dem Circul / und trag deren ſo viel gegen B und H ſo viel unten ſind / nemlich zu beyden Seiten 3.

Jetzo ſetze ich / ich ſoll in dieſe Tafel ein Ort einbringen / deſſen Longitudo ſey 33 grad 30 Minuten / die Latitudo 42 grad 20 Minuten / das iſt $\frac{1}{2}$ miß unten auf der Lini AE von A gegen E, bis auf die Helfft über 33 in I. Deßgleichen thue auch oben von 43 gegen H in K, und ziehe die Lini IK, darnach zehle die latitudinem von unten auf / nemlich $\frac{1}{2}$ über den 42 grad in L, davon ziehe eine Lini / welche die Lini IK durchſchneide in M. Das iſt der Punct deß Orts / deſſen Longitudo 33 grad 30 Minuten / und die Latitudo 42 grad und 20 Minuten iſt.

Alſo iſt es mit Meſſung / Ausrechnung / Auftragung und anderer Zugehör / wenn man Land-Tafeln machen will. Bey welchen zu guter letzt nicht zu übergehen die praxis der Schiffleut / deren ſie ſich in Abmeſſung der diſtantien auf dem Meer gebrauchen. Die theilen den Horizont ihres Compaß fig. 2. fol. ZZ wie bewuſt in 32 Theil / als ſo viel Wind / (wenn anderſt ſo viel Winde wehen / wiewol bewuſt / daß ſie ſich

ſich offt mit viel weniger als mit halben Wind behelf-ſen müſſen/ doch muß die Theilung ſeyn / damit man wiſſe / wo man in der Welt iſt.) Die von dem centro ſolchen Inſtruments hinaus über das Waſſer gezo-gene oder eingebildete Linien wie AB, nennen die Spanier Rhumbos (etliche nennen ſie Rhombos, als wenn es ein Griechiſches / oder daher gebrachtes La-teiniſches Wort wäre) geſetzt nun / man ſey gefahren von A dem centro bis auf B, auf dem Rhumbo 2. die differentia latitudinis B von der latitudine A oder C ſey 10 grad/ welches durch obſervation der Höhe deß poli, ſo wol in A als in B kan erlernet werden; ſo ſiehe ich in der beygeſetzen Tabell, was für Zahlen der grad und Minuten bey dem Rhumbo 2 ſtehen / nemlich 1. 4. 56. damit multipli-cire ich die 10 grad / was heraus komt / nemlich 10°. 49′. 20″ das iſt die diſtantz/ welche man gefahren iſt von A auf B. Multiplicir die 10 mit 15 / und die 49 di-dir mit 4 (oder welches vielleicht kürtzer / halbir ſol-che Zahl / und ſetze die Helffte dazu) ſo kommt heraus/ wie viel es teutſche Meilen thut/ nemlich 162.

Rhumbi	Gr.	1	2
1	1	1	10
2	1	4	56
3	1	12	9
4	1	24	51
5	1	47	59
6	2	36	47
7	5	7	32

Das Trigonometriſche Fudament (deſſen ſich vielleicht die Schiffleut darum nicht gebrauchen/ weil es nicht eines jeden Gelegenheit / mit den Tabulis ſi-nuum umzugehen) beſtehet auf dieſem / daß die Zah-len der Rhumborum weiſen die proportion der ſe-cantium gegen den tangentibus. Nemlich bey dem erſten Rhumbo hält ſich (laut der Tabularum ſi-

nuum)

nuum) der ſecans AB gegen dem tangente BC wie 1. 1°. 10² gegen 1. 0. und alſo ferner. Wenn ich derowegen jetztgemeldtes Exempel nach der Trigonometria rechnen ſolt / ſo rechnete ich es alſo: Der Winckel BAD hält $\frac{2}{8}$ das iſt $\frac{1}{4}$ eines quadranten / nemlich 22°. 30'. Sein gleich iſt ABC und ſein complement BAC 67°. 30'. Sprich:

ſinus totus gibt	10° das iſt 150 Meilen	was gibt AB ſecans 108239.	facit Meilen $162\frac{5}{10}$

Und eben aus dieſem fundamento, kan man auch differentiam longitudinis haben von dem Ort / von welchem man ausgefahren / daß man nemlich ſagt:

ſinus totus gibt	BC differentiam latitudinis	alſo tangens Anguli ABC	gibt tangentem differentiæ longitudinis AC,

Wofern AC ein Stuck deß Æquatoris iſt / und man von demſelben ausgefahren. Wo nicht / ſo muß ich wiſſen / die latitudinem oder diſtantz deß Puncten A (von welchem man ausgefahren) von dem æquatore, deſſen complement iſt ſeine diſtantia von dem polo. Sprich alsdenn:

Wie ſich hält das complementum altitudinis poli deß Puncts A	gegen AC ſo jetzt gefunden	alſo hält ſich ſinus totus	gegen der warhaften differentia longitudinis der zweyen Ort B oder C und A

Wie

Wie man dergleichen nach der alten Manier ohne die Tabulas ſinuum rechnen könne/ lehrt Herr Böckler in ſeiner Arithmetica militari, welche er ohne Zweifel darum gebraucht/ weil nicht eines jeden derjenigen/ ſo mit dieſen Sachen umgehen/ Gelegenheit leidet/ der Tabularum ſinuum ſich zu gebrauchen.

Und ſo viel wird verhoffentlich genug ſeyn/ ſo wol vom Geometriſchen oder Geodætiſchen/ als Geographiſchen Meſſen zu Land und Waſſer/ und alſo auch von dieſer IX. Addition.

ADDITIO X.

Etliche Problemata Epipedometrica oder wie mans nennt Planimetrica und Stereometrica, das iſt/ Fläch und Cörpermeß/ ſo in dem gemeinen Leben vor andern fürkommen.

Von dieſen beyden ex profeſſo und ausführlich zu handeln/ iſt zwar dieſes Orts meines intents nicht. Sonderlich weil der Author deß erſten Haupt-Theils von den meiſten Arten der flachen Figuren zur Genüge gehandelt. Doch weil mich noch eines und das andere zu melden füglich gedäucht/ hab ich folgende Problemata anhängen wollen.

I. Erſtlich habe ich auf dem Kupfferblat AAA ſummariter fürſtellen wollen/ auf wie vielerley Weiſe insgemein der Inhalt einer in geraden Linien verfaſſten flachen Figur auszurechnen.

Erſtlich/ nemlich wie fig. 1, daß man ſolche in triangula

gula reſolvire, von den öbern der äuſſern Winckeln perpendiculares herunter auf ihre Baſes ſencke/ und halbirt in dieſelbe multiplicire, und zwar / wenn anderſt die Figur nicht nach Ausrechnung deß Inhalts auch zu theilen/da man denn gemeiniglich eines jeden trianguli Inhalt abſonderlich wiſſen muß / jedesmal zwo ſolche perpendiculares auf eine Baſin gegeneinander ziehe/ als von den Winckeln a b c und a d c auf a c und deren puncta k und l von a d c und a f e auf a e (heraus gezogen auf m, da man hernach zur Ausrechnung einen weg als den andern nur a e nimmt) von e f g und a h g auf a g, in n und o. Wäre die Zahl ſolcher triangulorum und Baſium ungerad/ (wie auch in dieſer Figur wäre / wenn das triangulum a b h auch dazu gehörte) ſo müſte ein ſolches triangulum abſonderlich ausgerechnet werden / daß man nemlich die perpendicular a i auf b h ſenckte/ ſo hätte man die aream der gantzen Figur. Wie man aber ſolche perpendiculares (wenn man ſie nicht mechanice auf dem Feld mit der Meßruhten / auf dem Papyr aber mit dem Circal meſſen will) durch Rechnung finden mögen/ iſt Additione V. zur Gnüg gelehrt worden.

2. Die andere Manier eine flache Figur auszurechnen / iſt / daß man ein prallelogrammum æquangulum um dieſelbe beſchreibe / wie fig. 2 da man die lineas a b und a c miſſt / und ineinander multiplicirt, hernach die äuſſerliche Triangula und Trapezia abſonderlich ausrechnet / und von dem zuvor gefundenen Inhalt ſubtrahirt. Da denn die Tirones zu erinnern / daß die Trapezia c d e f und g h i k (gleich wie auch andere/ welche zwo Seiten/ ob ſolche wol ungleich ſind / parallel haben) ſolcher Geſtalt gerechnet wer-

werden müſſen/ daß man die zwo Längen c d und e f, item g h und i k (welche einander parallel, voneinander ſubtrahire, die Helfft der differentz von der gröſſern ſubtrahire / oder der kleinern zülege/ und hernach deren Breiten c f, und g k in ſolche multiplicire. Dieſe zwo Manieren hat der Author deß Erſten Haupt-Theils in ſeinem Andern Theil auch gewieſen / haben doch wegen der connexion nicht gar übergangen werden können.

3. Die dritte Manier auf gemeldtem Kupfferblat AAA fürgebildet iſt/ daß man ein parallelogrammum oder auch ein Trapezium (doch welches zwey latera parallel habe) in die Figur einzeichne / und ausrechne/ wie bey den zweyen Trapeziis c e, und g i fig. 2. gedacht / hernach die äuſſere triangula gleichfalls vorgedachter maſſen ausgerechnet / dazu addire.

4. Zum vierdten / darnach die Ausrechnung eines Feldes/man nicht die Erde für Saffran verkaufft/und deßwegen nicht allezeit ſo genau auf eintzige Ruhten / viel weniger auf Schuch gehet; Könte man eine ſolche Figur auch ſolcher Geſtalt ausrechnen / daß man dieſelbe zum theil in ein parallelogrammum einfaſſete/ zum theil über daſſelbe heraus reichen lieſſe. Als fig. 4. ſind in dem parallelogrammo AB verfaſſet die zwey triangula CDE und FGH, welche nicht hinein gehören. Hergegen bleiben heraus IKL und MNC, welche um ſo viel nicht gröſſer / als diejenige / ſo darinnen bleiben / daß es eine Baurenzech austrüge / den Hader/ ſo darüber entſtehen möchte/zu vertragen. Alſo iſt es auch mit den Triangulis EN g und PQR, item STH welche auch heraus bleiben / hingegen IAM, OVP, RBS, STH, YZL, welche auch kein merck-

merckliches gröſſer oder kleiner als die vorige / hinein kommen / ſo viel von den figuris deß Kupfferblats AAA.

II. Zum Andern / die Gröſſe und proportion der Regular-flachen Figuren behend zu finden / iſt hier eine Tabula derſelben / von 3 Seiten bis auf 12 ausgerechnet fürgeſtellt worden / und hat dieſe Meinung damit / daß / wenn einem eine Seite einer Regular-figur in gewiſſen Zahlen fürkommt / man ſolche in dieſelbe multipliciren möge / ſo hat man aus ſolcher Tafel / wie viel der gantze flache Inhalt ſolcher Figur in ſich begreiffe / ausgenommen / wenn es eine Seite eines quadrats iſt / die bedarff nicht / daß man ſie in dieſer Tabula ſuche / ſondern daß man allein ſolche in ſich ſelbſten multiplicire. Insgemein aber hält ſich die Sach mit den flachen Figuren von dreyſeitigen an (zwo Seiten allein ſchlieſſen keine Figur wie Euclides lehrt l. 1. A X. 14) bis auf 12 / alſo.

Tafel

Tafel der flachen Regular-Figuren.

Zahl der Seiten	Inhalt der areæ oder Fläche
3	$0\frac{1875000}{4330127}$
4	1
5	$1\frac{8469719}{11775706}$
6	$2\frac{2990381}{5000000}$
7	$3\frac{5507221}{8677674}$
8	$4\frac{1585127}{1913417}$
9	$6\frac{1243755}{6840402}$
10	$7\frac{858089}{1236068}$
11	$9\frac{517050}{1408663}$
12	$11\frac{84614}{\ }$

Zu mercken: Wann man dieſe Brűche gerne in Decimal-Zahlen hätte / ſo ſetze man eines zwey oder

mehr nullen, nachdeme man es genau haben will / zu dem Numeratore, und dividir ſolche mit dem Denominatore. Zum Exempel in der Figur mit dreyen Seiten oder Trigono, ſetze ich 000 zu dem Numeratore 1875000 / daß er werde 1875000000 / und dividire es mit 4330127 / ſo kommt $4\frac{21}{1000}$ das iſt / wie wir ſolche Zahl bisher geſchrieben und ausgeſprochen 421' vier minuta prima (Schuch / wann das gantze Ruhten ſind / zehener Zöll / wann das gantze Schuch ſind) 2 ſecunda, tertium.

Ja es iſt auch nicht vonnöthen / daß man die gantzen Brüch nehme / wann man nicht auch ſo viel nullen nehmen will / als ſolcher Bruch in dem Denominatore Zahlen hat. Als in dieſem Exempel / wären eben ſo wol die $4\frac{51}{1000}$ heraus kommen / wann ich nur $\frac{187}{433}$ zu den 000 genommmen hätte.

III. Die ſectiones conicæ, das iſt / die flache Figuren / welche aus den unterſchiedlichen durchſchnitten eines Kegels kommen / doch weil derſelben oben bey dem Abriß der Figuren gedacht / und gleichwol zur Wiſſenſchafft Geometriæ insgemein gehören / wollen wir ſolche auch hier ein wenig berühren.

1. Einer Ellipſeos oder ablangen Rundung wie fig. 1. fol. BBB flache Inhalt wird gefunden / wann man zwiſchen der Lini der Läng AB und der Lini der Breite CD die mittel proportional EF ſuchet / um dieſelbe einen Circul reiſſet / und ſolches circuli Inhalt nach gemeiner Lehr / ſo auch bey dem Authore deß erſten Haupt-Theils in ſeinem andern Theil zu finden / ausrechnet.

Es wird aber die Mittel proportional gefunden / wie oben in dem Capite, vom Abriß der Figuren /

fol.

fol. X fig. 5. und 6. gezeigt worden. Allwo fig. 5. die Lini FI die mittel proportional die zwiſchen EF und EH, und fig. 6. KN die Mittel proportional zwiſchen KL und KM, item OP zwiſchen KL und KO.

2. Einer paraboles, wie fig. 2. fol BBB flacher Inhalt wird alſo gefunden. Man theile die Baſin AB in drey gleiche Theil / punctis d e, und hänge noch ein ſolch drittes Theil hinan/nemlich BC, und in die gantze AC multiplicire man die Helfft der Höhe / DE, nemlich DF, was heraus kommt/ iſt der flache Inhalt ſolcher paraboles.

3. Eben auf ſolche Weis wird auch einer Hyperboles area oder Fläch gefunden.

4. Wie viel eine jede flache Figur gröſſer ſey oder mehr in ſich halte / als ein andere / die ebenmäſſiges Forms iſt (als ein Circul gegen einem Circul/ein quadrat gegen einem quadrat) erfährt man gleichfalls durch die mittel proportional folgender maſſen.

Zum Exempel/ich begehre zu wiſſen / wie fig. 3. fol. BBB der Circul B mehr hat / als der Circul A, lege C den diametrum deß circuli A auf EF den diametrum deß circuli B, und ſey daſelbſt Fd, reiſſe darüber ein Circul/ wenn er nicht vorhin geriſſen iſt/nemlich FDF, und richte auf die perpendicular d G, und ziehe F G, das iſt die mittel proportional zwiſchen den diametris C d und EF der beyden Circul A und B. Was dieſe an der Länge mehr hat als CD (nach dem verjüngten Maßſtäblein fol. W abmeſſen) ſo viel hält die gröſſere Rundung mehr als die kleine / oder ſo viel ſie weniger hat/als EF, ſo viel hält die kleinere Rundung weniger/ als die groſſe.

Wann du keinen ſubtil getheilten Maßſtab bey dir

 haſt/

haſt/ſo lege nur den kleinern diametrum auf den groſſen/den Uberſchuß deß groſſen/wieder über den kleinen/ den Uberſchuß deß kleinern/wieder über den Uberſchuß deß groſſen / und ſo fort an/ bis dich beduncket / der reſtirende Uberſchuß den diametris commenſurabel, das iſt / er habe ein ſolche proportion gegen beyden diametris, daß wann man ihn mit dem Circul nehme / man beyde damit gegeneinander ausmeſſen könte. Miſſe ſie derowegen beyde / und multiplicire ſie ineinander / und aus dem producto extrahire radicem quadratam, die wird ſo viel Theil geben der Linien CD und EF, ſo viel derſelben die Lini EG hat / und alſo den Inhalt der gröſſern Fläche.

V. Auch weil in voriger Addition der Waſſerleitung gedacht / hab ich hier etwas von Viſierung der Waſſerröhren fürſtellen wollen. Sonderlich weil die Mechanici, ſo damit umgehen / ſolches für ein arcanum halten und hoch æſtimiren / wann ſie einem etwas davon offenbaren. Obwol allem Anſehen nach der wenigſte Theil den Grund ſolcher Viſierung recht verſtehet.

Diß Orts kan der Leſer fig. 4 BBB beſehen / fig. 4. welche aus meinem vor dieſem publicirten ingenieur-Stab genommen/und zeiget den diametrum einer Röhren/ wie groß derſelbe ſeyn müſſe / wann die Röhre in einer Stund ſo und ſo viel Aimer von 1 bis auf 100 geben ſoll. Ein Nürnbergiſche hat mir ein guter Freund communicirt / nicht von der Waſſerkunſt auf dem Thurn / unweit von dem Frauenthor / ſondern von einem andern Brunnen auſſer der Stadt/ ſo vielleicht nicht jederman bewuſt / noch ſeyn ſoll. Die Altdorffiſche / hab ich ſelbſten vermittels einer rectificirten

cirten

cirten Uhr an einer Röhren unſers Brunnens in dem Collegio obſervirt / und aus dieſem beyden habe ich ſolche beyde ſcalas fig. 4. deducirt.

Es iſt aber aus dem groſſen Unterſcheid ſolcher zweyen Viſierungen zu ſehen / daß es mit der Gröſſe ſolcher Eych kein univerſal und durchgehendes Werck iſt/und keiner ſich einzubilden/wann er ſolche an einem Ort wiſſe/ daß ihm ſolche an allen andern Orten werde zutreffen. Wie ich ſolches auch in gemeldtem meinem Ingenieur-Stab mit folgenden Worten zu verſtehen gegeben/ ſo ich / weil wenig exemplaria deſſelben mehr vorhanden / hieherſetzen wollen : Nemlich/ daß ich vermeine / der Unterſcheid (daß ein Altdorffiſche Röhren / wann ſie in ebenmäſſiger Zeit ſo viel geben ſoll/als ein Nürnbergiſche/um ſo viel weiter ſeyn müſſe)komme daher/daß unſer Waſſer zu Altdorff ſehr genöthigt wird. Als welches nicht allein hart trägt / tieff fällt / und wieder hoch ſteigen muß/ bis es herein komt ſondern auch unlängſt bey der Quelle ſelbſt ſich geſteckt/ und daſelbſt geſchwellt werden müſſen. Mag auch wol der Ausgang / aus deſſen Röhren einer ich die Viſier genommen / ſtärcker ſeyn / als der Zugang. Cardani Einfäll die er hat lib. I. cap. 6. de rer. varietate, daher man meinen möchte / daß ſolche differentz zu ziehen / wollen wir nicht eingehen / ja werden mehr dadurch widerlegt als confirmirt.

VI. Wie viel ein Faß mehr halte als ein anders/deſſen Eych bekandt / kan man ohne eine beſondere zu dem viſieren gemachte Viſier-Ruthen nur mit einem nach fol. W getheilten Maßſtäblein alſo erfahren: Man vergleiche an beyden ihre Tieffen wie in viſieren gebräuchlich / nemlich wann die Böden ungleich ſind /

welches zwar ſelten geſchiehet/ ſo addire man den halben Uberſchuß deß gröſſern Bodens zu den kleinern/ ſo ſind die ungleiche Böden verglichen. Ebener maſſen müſſen die Boden mit der Tieffe bey dem Spund verglichen werden/ daß man nemlich den Uberſchuß ſolcher Tieffe bey dem Spund auch halbiere/ und ſolche Helfft dem diametro deß verglichenen Bodens zulege (ſo iſt alsdann die Tieffe recht verglichen. Darnach meſſe man auch gegeneinander/ die in einem jeden verglichene diametros oder Böden/ wie Probl. IV. gezeigt worden. Darnich nimm auch die Läng für dich/ und ſey die Länge deß Faſſes/ deſſen Eych dir bewuſt/ dein principal, wie ſie reden/ (alles vermittels deß ſubtil getheilten Maßſtabs) und zihe davon die Dicken deß Bodens (welche man erfahren kan bey dem Zapffen, oder Harenloch. Darff man aber da nicht öffnen/ weil etwa das Faß voll köſtlichen Getrancks/ oder was die Urſach ſeyn möchte/ ſo nehme man die Dickte der fürgehenden Gargeln an Statt der Dickte der Böden) denn daß etliche ſagen/ man könne die Dickte der Böden wol dabey laſſen/ nur daß es alleweg geſchehe/ das gehet mir nicht ein. Denn ja die Dickte deß Bodens an einem kleinern Fäßlein gröſſere proportion hat gegen ſeiner Läng/ als eines gröſſern gegen der ſeinigen/ wann gleich ſolcher an einem gröſſern Faß etwas dickter. Wann man nun erfahren/ wie viel ein Bode gröſſer ſey als der andere/ ſo meſſe man auch die Länge/ und multiplicir eines jeden Boden in ſeine Läng. So viel nun das facit deß gröſſern Faß mehr gibt/ als das facit deß kleinern/ ſo viel hält es mehr. Das kan man hernach aufeinander reducirn folgender Geſtalt/ daß man ſpreche durch die Regulam detri:

Wie ſich hält die Zahl deß jetzgefundenen facit deß kleinen	gegen der gefundenen Zahl deß gröſſen	alſo hält ſich die Zahl der Maſſen/ welche das kleine Faß hält	gegen den Maſſen deß groſſen

Zum Exempel ich hab ein Fäßlein / das hält corrigirter Tieffe 1166^{2} und corrigirter Läng 133^{2} und in Nürnbergiſcher Eych hält es 1 Aimer und 2 Viertel / das wäre 72 Maß. Nun ſetze ich/ ich habe ein anders / deſſen corrigirte Tieffe / halte ſich im diametro gegen ſolchem Fäßlein / wie EF gegen CD, nemlich 19315^{4} und ſeine Länge ſey 225^{2} / fragt ſich / wie viel dieſes letzere halte?

Suche erſtlch Mediam proportionalem zwiſchen 1166^{2} und 19315^{4} die iſt 129^{2}. Sprich:

1166^{2} die Tieffe deß kleinern Fäßleins	gibt 72 Maß	was gibt 139^{3}	facit 110 Maß

So viel hielte das gröſſere / wann ſie in einer Läng wären. Dieweil ſie aber nicht in einer Läng ſind / ſo multiplicir 1166^{2} in 133^{2} gibt 155078^{5} und dann 179^{2} in 225^{2} gibt 40275^{4}. Sprich:

155078^{5} geben 72 Maß was geben 40275^{4}

facit $187\frac{1}{2}$ Maß das iſt
2 Aimer 51 Maß

So viel hält das gröſſere Faß / wann das kleinere 72 hält.

Ich hab aber nicht unterlaſſen wollen/ (weil kurtz zuvor meines vor dieſen publicirten Ingenieur-Stabs gedacht worden) zu melden/ daß ich daſelbſt den Nürnbergiſchen Stadt-Schuch aus dem Rivio genommen. Welchem ich auch etliche andere Ingenieur-Stäbe na-

mentlich in der Kugel⸗Viſier nachgemacht befinde. Welcher aber um $\frac{16}{100}$ Theil eines zwölffer Zolls / das iſt mehr als $\frac{13}{100}$ eines zehener Zolls kürtzer iſt / als derjenige/ welchen ich oben fol. W aufgeriſſen / und hier nachgangen/ und wie dazumal gemeldt/von einem gemeinen Zimmermans⸗Circul/ wie ſie hier zu Land ins gemein im Brauch/genommen hab. Wann man aber den Werckſchuch aus Rivio, oder meinem vor dieſem publicirten Ingenieur-Stab nehmen wolte / würden etwas mehr ſelbiger Puncten auf einen Aimer kommen/ als hier heraus kommen ſind/ welches zu melden ich nicht unterlaſſen wollen.

VII. Dieweil aber dieſe Manier zwar gewiß und genau zutrifft / aber bey ſo vielfältigem rechnen etwas langſam hergehet / kan man ſich zu Abmeſſung deß flachen / wie auch deß Cörperlichen Inhalts / deren auf dem Kupfferblat C C C geſetzten Stäblein fig. 1. und 2. gebrauchen / fig. 1. zwar zu dem ſuperficial oder Fläch⸗Mäß/ fig. 2. zu dem Cörper⸗Mäß. Dieſer nehme man / erſtlich von dem Fläch⸗ oder ſuperficial⸗Mäß ein Stück AB fig. 3. zur Seiten/ ſinds Cörper⸗Maß/ ſo nehme man wie fig. 4. ein Stück AF, bringe die differentz ihrer diametrorum auf die Lini AC, und hange ſolche durch einen Winckel an dem Stäblein AB, oder AF (ich habe wegen engen ſpacii ſpitzige Winckel nehmen müſſen/ iſt ſonſt beſſer mittelmäſſige) und ſey AD die kleinere/und AE die gröſſere. Iſt nun die gröſſere Quantität bewuſt / ſo ziehe von E eine Lini auf die Zahl ihrer Quantität als fig. 4. auf 4. Iſt aber die kleiner bewuſt/ ſo ziehe aus dem andern Punct auch eine Lini auf den Maßſtab zu / welche der erſtgezogenen parallel ſey. Was dieſe letztere für eine Zahl

trifft/

trifft/ und was proportion ſie hat gegen der erſten Zahl/ ſolche proportion haben fig. 3. die Flächen/und fig. 4. die Cörper gegeneinander. Als fig. 3. hält ſich AB gegen AE, wie 1 gegen 6/ und fig. 4. wie 2. gegen 4.

Wann die andere Lini nicht eigentlich auf eine Zahl deß Stäbleins fällt/ ſo nimm der bewuſten multiplication/ und ziehe die Lini darauf zu/ ſo wird die andere/ wo ſie nicht eigentlich auf einen Punct fällt/ doch näher einem kommen als zuvor. Denn je mehr der Theil werden/ je näher kommen ſie zuſamm/und wird aus dem näheſten Intervallo dabey leicht zu æſtimiren ſeyn/ wie viel es drüber oder drunter mache. Muß es aber genau ſeyn/ ſo nehme man das ſpacium der zweyen Zahlen voneinander/ zwiſchen welche die andere Lini gefallen mit dem kleinen Maßſtäblein/ wie auch das ſpacium, um welches der gefallene Punct von der nächſten Zahl kommen iſt/zwiſchen dieſen ſuche Mediam proportionalem, das iſt/ multiplicir ſie ineinander/ und aus dem producto extrahir radicem quadratam, was heraus komt/ ſo viel Theil deß ſpacii ſolches interſtitii hat/ die zuvor unbewuſte ſuperficies über die kleinere Zahl der gantzen/ das iſt zum Exempel über 4/ wann es zwiſchen 4 und 5 gefallen wäre. In Cörpern muß man zwo proportionales ſuchen/ welches wie es Arithmeticè geſchehe/ zu zeigen dieſes Orts nicht iſt. Geometrica ratio aber (weil ſonderlich auf demſelben die Bereitung der gantzen Stäblein beruhet) wird jetzo gezeigt werden.

VIII. Das Fundament ſolcher beyden Stäblein kürtzlich zu weiſen/ beruhet daſſelbe Arithmeticè auf der extractione radicis Quadratæ in dem Flächmeß / und cubicæ in dem cubic - oder Cörpermeß. Damit man aber in extrahirung / ſo durch Rechnung geſchiehet/eine Mühe erſparen könne/ hab ich zwo Tafeln/ eine quadrat, bis auf 100 ſigno ☞ / und darauf eine Cubic - Tafel bis auf 125 hieher ſetzen wollen. Wer ſolche weiter haben will/ kan ſolche weiter extrahiren / oder bey Autoribus, die ſolche ex profeſſo gemacht/derſelben ſich bedienen.

Folgen die Tabellen.

Täfelein zur Bereitung deß Superficial-Maßſtäbleins.

☞

1	1	1	000	5	28	5	291	7	55	7	416
	2	1	414		29	5	385		56	7	483
	3	1	732		30	5	477		57	7	550
2	4	2	000		31	5	567		58	7	616
	5	2	236		32	5	657		59	7	681
	6	2	449		33	5	744		60	7	746
	7	2	645		34	5	831		61	7	810
	8	2	828		35	5	916		62	7	874
3	9	3	000	6	36	6	000		63	7	937
	10	3	162		37	6	802	8	64	8	000
	11	3	316		38	6	164		65	8	062
	12	3	464		39	6	245		66	8	124
	13	3	605		40	6	324		67	8	185
	14	3	741		41	6	403		68	8	245
	15	3	873		42	6	480		69	8	307
4	16	4	000		43	6	557		70	8	366
	17	4	123		44	6	633		71	8	422
	18	4	242		45	6	708		72	8	485
	19	4	359		46	6	782		73	8	544
	20	4	472		47	6	855		74	8	502
	21	4	582		48	6	928		75	8	660
	22	4	690	7	49	7	000		76	8	718
	23	4	790		50	7	071		77	8	775
	24	4	898		51	7	141		78	8	831
5	25	5	000		52	7	211		79	8	888
	26	5	099		53	7	280		80	8	944
	27	5	166		54	7	348	9	81	8	000

82	9	055	88	9	381	94	9	695
83	9	110	89	9	434	95	9	746
84	9	165	90	9	487	96	9	798
85	9	219	91	9	539	97	9	849
86	9	274	92	9	592	98	9	899
87	9	327	93	9	643	99	9	949
						10 100	10	000

Tåfelein zur Bereitung deß Cubic-Maßſtåbleins.

	1	1	000	29	3	72		57	3	848
	2	1	259	30	3	107		58	3	870
	3	1	442	31	3	141		59	3	892
	4	1	587	32	3	174		60	3	914
	5	1	709	33	3	207		61	3	936
	6	1	817	34	3	239		62	3	957
	7	1	912	35	3	271		63	3	979
2	8	1	000	36	3	301	4	64	4	000
	9	2	80	37	3	332		65	4	20
	10	2	154	38	3	361		66	4	41
	11	2	223	39	3	391		67	4	61
	12	2	289	40	3	419		68	4	81
	13	2	351	41	3	448		69	4	101
	14	2	410	42	3	476		70	4	121
	15	2	466	43	3	503		71	4	140
	16	2	519	44	3	530		72	4	160
	17	2	571	45	3	556		73	4	179
	18	2	620	46	3	583		74	4	198
	19	2	668	47	3	608		75	4	217
	20	2	714	48	3	634		76	4	235
	21	2	758	49	3	659		77	4	254
	22	2	802	50	3	683		78	4	272
	23	2	843	51	3	788		79	4	290
	24	2	884	52	3	732		80	4	308
	25	2	924	53	3	756		81	4	326
	26	2	962	54	3	779		82	4	344
3	27	3	000	55	3	802		83	4	362
	28	3	36	56	3	825		84	4	379

4	85	4	396
	86	4	413
	87	4	430
	88	4	447
	89	4	464
	90	4	481
	91	4	497
	92	4	514
	93	4	530
	94	4	546
	95	4	562
	96	4	578
	97	4	594
	98	4	610
4	99	4	626
	100	4	642
	101	4	657
	102	4	672
	103	4	687
	104	4	702
	105	4	717
	106	4	732
	107	4	747
	108	4	762
	109	4	776
	110	4	791
	111	4	805
	112	4	820
4	113	4	834
	114	4	847
	115	4	862
	116	4	877
	117	4	890
	118	4	904
	119	4	918
	120	4	931
	121	4	946
	122	4	959
	123	4	973
	124	4	986
5	125	4	000

Dieſe Tabellen kanſt du zu Formierung eines ſolchen Stäbleins wie fol. CCC iſt alſo gebrauchen. Nimm dir auf einem Meſſing oder hübſchen glatten Holtz wie birnbäumen oder eben Holtz ein ſpacium ſo groß eins ſeyn ſoll/ (es ſey gleich in Viſierung der Geſchirr ein Seidlein/ oder Maß in dem ſuperficial-Mäß/oder ein Pfund in dem Cörper oder Cubic Mäß oder was es iſt (in Gröſſe ungefehr eines Zolls/das ſey fol. CCC und fig. 1. das ſpacium FG und fig. 3. KL (es ſey ein zehener oder zwölffer Zoll oder was es iſt/ mich dunckt/ es ſey am beſten/ ein zehener Zoll deß Nürnberger Stadtſchuchs/ zu dem ſuperficial-Maß und zween ſolche Zöll/ oder einen Zoll deß Nürnbergiſchen Ingenieur-Schuchs zu dem Cörper- oder Cubic-Maß) ein ſolch ſpacium nun/ welches eins bedeutet/ nimm und theile es auf ein abſonderlichen Stäblein/als zu ſehen iſt fol. W in 1000 Theil/wann du den Tabellen eigentlich wilt nachgehen/ oder nur 100. Setze erſtlich/ es halte 1/1000 ſo hat 2 ſolcher Theil in dem ſuperficial-Maß 1414/ in dem Cubic-Maß 1249 und ſo fort an/wie die Tabellen ausweiſen. Wann aber eines von F bis G nur 100 ſolcher Theil hat/ (wie mich dunckt genug und am beſten ſeyn) ſo laß die letzte Zahl aus/ doch alſo daß wann ſolche letzte Zahl unter 5 iſt/ ſo laß ſie fahren/ als an Statt 1414/ iſt genug/ wann du ſetzeſt 141/ iſt ſie aber über 5/ wie 1259/ſo laſſe ſie zwar auch fahren/aber an Statt 1259 ſetze 126/ und alſo thue in folgenden/ ſo werden die Stäblein ſo wol zu dem ſuperficial- als Cörper-Mäß fertig ſeyn.

Das fundamentum Geometricum aber worauf es beruhe/ iſt was ſuperficial-Mäß betrifft/ (wie neme

nehmlich zwiſchen zweyen Linien eine Mittel propor- tional zu ſuchen) aus deme / ſo von præcepto IV. bis- her/ ſonderlich bey fig. 3. fol. BBB geſagt/ gut abzuneh- men. Was aber das Cörper-Maß betrifft/ iſt ſolches auf dieſem fol. C C C fig. 5. fürgeſtellt / und iſt alſo. Nemlich man muß zwiſchen zweyen diametris oder dergleichen lateribus homologis zwo medias pro- portionales ſuchen / folgender Geſtalt. Ich ſetze in gemeldter fig. 5. ſey AB ein diameter einer Kugel/ (oder was es für ein corpus und deſſen latus einem an- dern Corpori ſimili homologum iſt) nun wolle man gerne eine haben/ welche ſo viel ſchwerer wäre/ ſo viel AC länger iſt als AB der zuvor bewuſten Kugel diameter. Oder der bewuſten Kugel diameter ſey AC, ſoll ein andere ſo viel leichter werden / als AB kürtzer iſt denn AC.

Es ſey welches da wolle / ſo bringe ich ſolche zwo Li- nien AB, AC, in ein Parallelogramum, das ſey A B C D, und deſſen Centrum E. Ziehe die Lini AC aufwarts gegen F, und C D fürterwarts gegen G, ſetze deß Circuls einen Fuß in E, den andern ſtrecke hin- aus gegen F oder G; und reiß einen ſolchen Circul-Bo- gen / daß/ wann man eine Lini zöge von deſſen oberſten Ende gegen F, dieſelbe das unterſte Ende gegen G be- rühre / und weil es ſchwerlich das erſtemal gerathen wird / ſo probire es erſtlich mit dem Circul-Bogen hi, ziehe eine Lini von h durch B, die wird treffen nicht auf i (wie es billig ſeyn ſolte / auch ſeyn würde / wann wir den rechten Bogen gezogen hätten) ſon- dern auf K. Iſt alſo der Bogen h i zu eng geriſſen. Reiſſe derowegen einen andern / nemlich von k auf l. Ziehe ich nun eine Lini von l durch B fort bis auf die un-

tere

tere Lini CDG, ſo wird ſie treffen auf i / theil h l oder i k in zwey gleiche Theil in o, und ziehe den Circul-Bogen n o, ſo ſind n und o die zwey Puncta / ſo geſucht worden / und die zwo Linien A n, und D o, die zwo mittel proportional, zwiſchen A B und A C, daß / wie ſich hält A B gegen A n, alſo hält ſich D o gegen AC. Und wiederum / wie ſich hält A C gegen D o, alſo hält ſich A n gegen A B. Wenn ich derowegen ein Kugel oder dergleichen corpus, deſſen diameter iſt AB vergröſſern ſoll / in ſolcher proportion, wie A C iſt gegen A B, ſo muß ſolchen gröſſern corporis diameter werden / ſo lang als A n, hab ich aber ein corpus, deſſen diameter iſt A C, und ſoll ein anders dergleichen ſo viel kleiner werden / ſo viel A B kleiner iſt als AC, ſo muß ſolchen kleinen corporis diameter ſo lang ſeyn als DO.

IX. Die Ausrechnung der regulirten Cörper (insgemein aller / ſie mögen in globos beſchrieben werden oder nicht) ſummariter hieher zu ſetzen / hält ſich dieſelbige alſo.

1. In einem priſmate miſſet man die Aream oder Fläche der Baſeos, (wie ein andere fläche vielſeitige Figur) und multiplicirt ſolche in die Höhe oder Läng. Will man aber nur die äuſſere Aream derſelben haben / kan man ſolche / ſo viel ſie Seiten hat / deren jede Aream abſonderlich ausrechnen / und dieſelbe zuſamm addiren. Oder man meſſe nur die latera der Baſeos, ſo viel derſelben ſind addire ſolche zuſammen / und multiplicire das Aggregatum in die Höhe.

2. In einem cylindro wird gleichfalls die Baſis als eines circuli ausgerechnet / und in die Höhe multiplicirt. Iſts gleichfalls nur um den äuſſern Inhalt zu thun / ſo multiplicirt man nur den Umkreis der Baſeos in ſolcher Höhe.

3. In einem Cono oder pyramide multiplicirt man die Aream der Baſeos in das dritte Theil der Höhe.

4. In einem cubo, oder Würffel multiplicirt man erſtlich ein latus in ſich ſelbſten/ſo kommt der Inhalt einer gerechten Vierung / und in dieſem Inhalt multiplicirt man wiederum das latus.

5. Die andere corpora regularia beſtehen aus ſo vielen pyramidibus, ſo viel ſie Baſes haben. Wenn man derohalben den Inhalt einer ſolchen pyramidis hat/und mit der Zahl der Baſeon multiplicirt/ ſo hat man den Inhalt deß gantzen corporis.

Weil nun zuvor gehöret / daß zu Abmeſſung einer pyramidis die flache Baſis und die Höhe muß bekannt ſeyn/ſo explorire ich ſolche alſo. Die proportion deß lateris eines ſolchen Cörpers gegen dem halben diametro deß globi, in welchem es beſchrieben / iſt zu ſehen fol. k fig. 6. um die Baſin beſchreibe ich einen Circul / wie in ſelbiger Addition gelehrt worden / und miß mit dem ſubtil getheilten Maßſtäblein deſſen halben diametrum a b, wie auch (wenn es nicht vorhin bekannt)das latus Baſeos, und deß Cörpers deſſen baſis ſie iſt / auch die perpendicular b d (ſo zwar auch aus Trigonometriſcher ſolution deß Trianguli a b d genommen werden konte. Dieſe halbire ich und multiplicire ſie in das latus a c, aus welchem die latera a b, und a d, ſamt dem Angulo recto a d b bekannt gegeben worden/gefunden werden.Die ſummum multiplicire ich in einem Octaëdro und Icoſaëdro mit 3, in einem Dodecaëdro mit 5/ ſo habe ich den flachen Inhalt der Baſeos.

Die Höhe einer ſolchen pyramidis kan alſo erforſchet werden/ daß ich ſprich: Wie

Wie ſich hält	gegen dem	alſo hält ſich	gegen dem
der halbe diameter deß circuli	ſinu toto	der halbe diameter Baſeos	ſinu a e b deſſen complement iſt c a b

Sprich ferner:

ſinus totus	gibt a b den halben diametrum Baſeos	alſo tangens Anguli e a b	die Höhe der pyramidis e b

Deren drittes Theil multiplicirt in den flachen Inhalt/und deſſen facit multiplicirt, in einem Octaëdro mit 8 / in einem Icoſaëdro mit 20 / in einem Dodecaëdro mit 12 / gibt den Inhalt deß gantzen corporis.

6. Ein globus wird alſo gemeſſen / hat man deſſen diametrum, welcher alſo kan gemeſſen werden / wie fig. 8. fol. BBB zu ſehen / ſo ſprich ich:

7 gibt 22	alſo gibt der geſundene diameter a b	die circumferentz

Weiß ich aber die circumferentz / welche ich mit einer Schnur exploriren kan / ſo ſage ich:

22 gibt 7	was gibt die gemeſſene circumferentz	facit den diametrum

Den flachen Inhalt eines globi, wenn derſelbe ſolte in der Mitte voneinander geſchnitten werden / gibt der halbe diameter in die halbe circumferentz multiplicirt.

Den runden ſuperficial-Inhalt deß globi, gibt gemelte area mit 4 multiplicirt.

Der gantze cörperliche Inhalt deß globi wird gefunden / wenn man den obgedachten flachen Inhalt der areæ deß globi, wenn derſelbe voneinander ge-

ſchnitten/ in deſſen diametrum multiplicirt/ und die ſummam mit 3 dividirt/ und ſolche zwey dritte Theil zuſammen addirt. Zum Exempel die Erdkugel hält (wie in voriger addition gehört) in ihrem Bezirck/ 360 grad/und jeder grad 15 teutſche Meilen / multiplicirt ineinander / thut der Umkreis der Erden 5400 Meilen. Dieſe multiplicirt mit 7 das product dividirt mit 22/thut der diameter $1718\frac{2}{11}$ Meilen/ die Helffte als der halbe diameter $859\frac{1}{11}$ dafür wird insgemein genommen 860 Meilen. Dieſe multiplicirt in den halben Umkreis / thut der Durchſchnitt durchs centrum 2322000 Meiln. Dieſes multiplicirt mit 4/ thut 9288000 Meilen/ das iſt der runde ſuperficial-Inhalt deß gantzen globi multiplicirt den Durchſchnit deß gröſſeſten circuli in den diametrum, kommt (den Bruch negligirt) 3989960000/ hievon zwey dritte Theil thut den gantzen cörperlichen Inhalt der gantzen Erdkugel 2669464000. Daraus erſcheinet / daß ein Berg / welcher eine gantze Meil hielte / gegen der gantzen Erdkugel nicht ſo groß ſey / als ein Wartzel gegen einem Apffel / und iſt doch wiederum die gantze Erdkugel gegen dem Himmel noch viel kleiner / nemlich nur wie ein Pünctlein.

So viel verhoffentlich genug von deme / ſo ich vom Land-und Feldmeſſen / und andern nützlichen dergleichen Aufgaben anzuhängen / für füglich geachtet.

Von Abtheilung der Felder / ſo ich ſonſt auch diß Orts gehandelt / iſt meines Beduncken genug bey dem Authore deß Erſten Haupt-Theils zu finden.

Von Verwandlung aber der Figuren in unterſchiedliche Formen / ſoll in folgender letzter Additione Exempelsweiſe folgen.

ADDITIO XI.

Exempla etlicher Figuren / wie die allhie zu Altdorff mit etlichen Herrn Studioſis auf dem Felde practicirt worden.

I. Das erſte Exempel mit dem Tiſchlein.

Eine ſolche Figur iſt auf dem Kupfferblat DDD, wie ſie in dem Meſſen auf dem Felde gefallen / und ohne obſervation der graduum in Angulis und daher rührender Ausrechnung der diagonalium und perpendicularium bloß mit dem Circul abgemeſſen worden.

Es ſind aber in dem Meſſen mit dem Tiſchlein zween Stånd genommen worden/ auf Art und Weis/ wie fol. EE fürgebildet / alſo daß der Buchſtab A dieſer Figur/ daſelbſt dem Buchſtaben a, und M, und hier der Buchſtab B daſelbſt dem Buchſtaben b, und R correſpondirt. Die Lini AB nachdem die Ecken A, B, C, D, E mit Ståben beſteckt auf dem Feld gemeſſen / und befunden worden 15 Ruhten / und aufgetragen auf die Lini AF, und da ſie ſich geendet / ein Punct gemacht und mit B gezeichnet / darauf die Linien nach Anzeig der Regul / wo die auf die Puncten gerichtet / gezogen / und alſo die Figur nachgeriſſen / und nach den Theilen der Lini AB auch die andere Linien gemeſſen. Die perpendicular - Linien

AG, DH, CK von den punctis ADC nach Erweiſung Probl. II Additionis IV. aus Prop. 12. lib. 1. Eucl. gezogen / ebener Maſſen mit dem Circul abgemeſſen worden / und befunden / wie bezeichnet.

Im übrigen was die Aream anlangt / iſt die Rechnung eben der Art / wie in dem folgenden / nemlich die halbe perpendiculares in die gantze Bſin, (oder die gantze perpendiculares in die halbe Baſin, oder die gantze perpendiculares in die gantze Baſin und die Summ halbirt) multiplicirt / wie in folgendem typo calculi zu ſehen.

perpendiculares	deren Helfft			
DH 126^{1}	63^{1}	Summa	multipl. in	226^{1}.
AG 85^{1}	425^{2}			
CI 75^{1}	375^{2}	1055^{2}	BE	1055^{2}
Multipl. in				1130
BD	211^{1}			1130
				2260
	375			
	375		Area ABDE	238430^{3}
	730		Adde BCD	79125
Area BCD	79125^{3}	Summa		317555^{3}

Die 317 Ruhten 5 Schuch (denn die übrige 55^{3} werden nicht gerechnet. Ja wenn es etliche Morgen wären/ und hienaen nur 17 Ruhten daran/ würden auch dieſe nicht groß geachtet/ dividirt mit 200 / kommt 1 Morgen / 117 Ruhten/ das iſt $1\frac{1}{2}$ Morgen 17 Ruhten 5 Schuch.

Wenn nemlich die Schuch das iſt ¹ diß Orts / Ingenieur-

genieur - Schuch wären / deren 10 ein Ingenieur-Ruhten / dieſer aber eine 16 Nürnberger Schuch thut. Dieweil aber dieſes nicht iſt / ſondern nur 10 Nürnbergiſche Stadt-Schuch für eine Ruhte genommen / ſo muß ein Reductio geſchehen / wie in der erſten Additione bey der Regula detri gemeldet / nemlich alſo / daß man ſpreche:

10 gibt 3175' was geben 16?

Operirt per Regulam detri converſam, ſo kommen 1985'. das wären 11 Schuch weniger / als ein Morgen / welcher 200 Ruhten hält.

Und auf dieſe Weiſe / wie hie die Area gerechnet / wird auch die Rechnung in folgenden exemplis ſeyn. Die latera aber der Triangulorum werden ins künfftig durch die Trigonometricam geſucht werden. Denn ob es wol in dem Circul / wenn mit demſelben ſolche geſucht / geſchwinder zugehet / ſo iſt es doch an dem:

Erſtlich / daß in demſelben bald etwas eingemeſſen / ſonderlich wenn die Anguli entweder gar zu ſpitzig / oder gar zu obtus fallen.

Für das andere / iſt einem Tironi dieſer Kunſt in Trigonometriſcher Erforſchung ſich zu üben / auch der Urſachen wegen mehr zu rathen / weil ſolches ſie näher auf das Fundament führet / welches / ſo man recht erlernet / man hernach leichtlich aus Erfahrung ſehen wird / was einem und dem andern am rechteſten thue.

Zum dritten / iſt auch die Stellung mit einem Tiſchlein müheſamer / bringt auch leichtlichere und gröſſere Fehler / wenn ſolches nicht recht und eigentlich geſtellet wird. Da es hergegen mit der Transportur

faſt nichts bedarff/ alſo daß das Centrum, an welchem die Regul gehet / gerad über dem Punct ſtehe / da der Stab eingeſteckt.

II. Exempel einer gemeſſenen diſtantiæ, BC, von zweyen Ständen / A, B in die Höhe / auch der Höhe CD ſelbſten / durch eine transportur, auch auf dieſelben geriſſene ſcalam altimetram.

Auf dem hinterſten Stande fig. 2. fol. ZZ iſt gefallen DAC an gradibus 10°. 30'. tangens 18533 in partibus umbræ rectæ, da das gantze latus 50 partes hat auf den 9 partem. Auf dem fördern DBC an gradibus 11°. 45' tangens 20000 in partibus umbræ rectæ 10. Unterſchied der Stände 5 Ruhten. Will man nun ohne Rechnung ſolches finden / wie Addit. VIII. Probl. 2. gewieſen/ ſo ziehe man eine Lini AC, und mache an einem Punct derſelben A einen angulum auf 20°. 30'. ſchneide ab 5 Theile (als 5 Ruhten) bis gen B, da mache man einen Winckel / DBC 110°. 45 oder ' ziehe hernach die lineas A und B fort / bis ſie einander berühren in D, da ſencke man eine perpendicular herab DC, und meſſe nach der diſtantia BA, oder einem fünff Theil derſelben / die latera BC oder AC, CD &c. Allein wird ſich finden/ daß das Auftragen hier ſchwer hergehet / weil der Winckel bey D gar ſpitzig fället / und derohalben ſchwer zu diſcerniren / wo eben die perpendicular herab zu laſſen. Iſt zwar auch dieſe Meſſung der diſtantiarum gegen der Höhe viel ungewiſſer/ als die vorige gegen der Seiten/

wegen vieler Zufälle/die ſich begeben können/als wenn einer nicht einmal præcisè ſo hoch ſtehet / als das andere mal / das Inſtrument nicht exactiſſimè Bley⸗recht ſtehet/ ꝛc. Ja man kan auch nicht ſo leichtlich eine Spitzen eines Dinges obſerviren / als eine gantze Stangen / oder eingebildeten Mittel⸗Strich eines Baumes/ ꝛc. ſonſt wenn alles recht obſerviret/ iſt das Fundament an ſich ſelbſt richtig / und die Rechnung alſo:

Differentia Tangentium	Differentia Stationum AB	Tangens minor	BC
2267	5	18533	40 Ruhten
Umbrarum		Umbra minor	$40\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{9}$		9	

Ferner

Sinus totus	BC	ſinus CBD	CD
100000	40	20800	8 Ruhten
Umbra tota	$40\frac{1}{2}$	Umbra	$8\frac{1}{5}$
50		10	

NB. Durch die Umbras komts ein wenig anderſt als durch Tangentes, weil es daſelbſt / ſonderlich wo die ſcala klein / und nicht ſubtil abgetheilet / ſo genau nicht kan zugehen

III. Exempel einer auf dem Felde durch die transportur gemeſſenen Figur.

1. Application deſſen/ ſo von dem Abriß und Abſteckung der Figuren oben gelehret worden.

1. Iſt an dieſer Figur die Lini AB zu zweyen Ständen in A und B abgeſtecket/ und aus ſolchen zweyen Ständen die figura abgeriſſen worden. Wenn ich nur einen Stand hätte nehmen und hinaus meſſen wollen/ hätte ich ſolchen nehmen können in A, und hinaus meſſen auf die puncta B, C, D, E, F, und mit in Achtnehmung der angulorum die Länge auf das Papyr bringen/ wäre die Figur eben alſo heraus kommen. Wolte man auch das 2. 3. 4. 5. und ſiebende Problema Additionis VII. practiciren/ könte es folgender Maſſen geſchehen: Geſetzt/ ich ſtünde mit dem Tiſchlein in A, darauf die Regul in B gerad über dem Feld-Punct B geheffter/ und würden mir fürgeben die puncta A, E, F, in einen Circul zu bringen/ und noch mehr darnach abzuſtecken/ ſo richtete ich die Regul darauf/ ſähe durch die abſehen/ und wohin ſie zeigeten/ thäte ich einen Strich/ mäſſe/ wie weit dahin wäre/ und ſolche Länge trüge ich auf/ wo das Ende wäre/ machete ich die puncta A, E, F, und brächte ſolche auf dem Tiſchlein in einen Circul A, F, G, E, Wolte ich nun mehr puncta, zum Exempel/ auch das punctum G auf dem Felde abſtecken/ zöge ich dar-

darauf eine Lini/wie lang ſie träffe / meſſe ſolche erſtlich auf dem Tiſchlein mit dem verjüngten Maßſtabe/ und auf dem Felde mit der Ketten.

Geſetzt/ich wolte (ohne oder durch das Tiſchlein/ oder transportur) ein oder das andere triangulum, zum Exempel/ABC, anderſt wohin abſtecken. Hätte ich dazu die Anleitung deß III. IV. und V. Proplematis, und könte/ſonderlich wenn ich weder Tiſchlein oder transportur zur Hand hätte/ oder gebrauchen könnte/ auf dem Felde gewiſſe diſtantias, als AH, AI, HI, mercken durch die Ketten/aus Probl. III. meſſen/ und wieder ausſtecken/ hernach nur fort gemeſſen / ſo lang als AB und AC hier geweſen / gebe das triangulum ABC, und alſo in andern / bis endlich die gantze Figur heraus käme.

Item / man könte ſich ſtellen mit dem Tiſchlein auf I, als um die Mitte der Figur/wie fol. DD fig. 2. in H, und hinaus meſſen auf B, C, D, E, F, wie die Linien und Winckel weiſen / ſo käme die Figur auch heraus. Wolte man die Sache durch Rechnung verrichten / müſte man mit der transportur die Winckel obſerviren/oder alle latera meſſen. Summa/in einem jeden triangulo auf das wenigſte zween Winckel und ein latus, oder ein latus und zween Winckel/oder alle drey latera bekant haben / und an einem andern Orte / da ſolche Figur ausſtecken / weder meſſen / und in Acht nehmen.

Von welcher Ausrechnung (weil ohne das dis Stuck vom Abriß mehr auf dem Augenſchein und Handgriff / als ſchrifftlicher Inſtruction beſtehet) wir jetzo ſagen wollen.

2. Von

2. Von Abmeſſung und Ausrechnung dieſer Figur.

Erſtlich/iſt in dieſer Figur die diſtantz zweyer Stände A und B. (nicht ſelbſt genommen/ da eine runde Zahl (10/20/100) in der Rechnung leichter worden wäre/ ſondern wie ſie an ihr ſelbſt war) mit der Ketten abgemeſſen/ und befunden worden 12 Ruhten/ 9 Schuch/ darauf die anguli ſowol mechanicè mit dem Tiſchlein/als an gradibus der transportur, alſo/ wie in jedem verzeichnet/ in Acht genommen worden/ (ausgenommen die äuſſeren zwey triangula ABF und AEF, da wegen Kürtze der Zeit/ und um eines und das andere/ ſo noch zu weiſen/ allein mechanica dimenſio fürgegangen) und iſt AF befunden worden 12 Ruhten/ 2 Schuch/ FE 35 Ruhten. (NB. Durch Schuch verſtehe ich hier/ wie auch oben in dem Tractätlein/ ſelbſt-zehende Theil der Ruhten/ und durch die Zölle zehende Theil deß Schuchs/ und ſind alſo das gantze hie zehner Ruhten.) Werden alſo zu folgender Rechnung bekannt gegeben/wie folgen:

Im triangulo ABC

latus AB 129ʳ R. Anguli BAC 26°. ABC 138°. 12ʳ

Im triangulo ABD

latus AB 129ʳ R. Anguli ABD 78°. BAD 70°

Im triangulo ABE

latus AB 129ʳ R. Anguli ABE 34°. 36ʳ. BAE 121°. 48ʳ

Im triangulo AEF

latus AF 122ʳ R. FE 25 R. AE wird ſich aus Rechnung der vorhergehenden finden.

Im triangulo ABF

latus AB 129ʳ AEF 122ʳ. und der angulus BAF, der

ſich

ſich aus Rechnung der vorhergehenden finden wird.

NB. Triangulum BAF, und deſſen baſis BF, gehöret zwar nicht dazu/ denn es eigentlich eine eingebogene Figur iſt/ ABCDEF, wie ſie auch vor dieſem in der Austheilung/ deſto mehr caſus daran zu weiſen/ genommen worden/ hier habe ichs wollen dazu rechnen/ einen caſum trigonometricum deſto mehr/ daneben auch das zu weiſen/ wie eine Figur komme/ wenn ein Stand innerhalb genommen wird/ hätte auch die Figur anderſt reſolviret werden können. Allein/ hätte doch dieſe Rechnung vorgehen/ oder die Stände anfangs anderſt genommen werden müſſen

Folget die Rechnung ſelbſten trianguli ABC.

Summa angulorum ABC 26°

ABC 138 12'

164 12

Compl. ad 2 rectos 180°

Angulus BAC. 15·48

ABC	AB	BAC	BC
15·48'	126' R.	26	2070²
ſinus 27228		ſinus 43837	
ACA	AB		
15·48'	129'	CBA 138°. 12'	AC
ſinus 17228		ℵ 41 48	499'
		66635	

Trianguli ABD

Summa angulorum ABD 78

BAD 70

148 à duobus rectis 180/32

An-

Angelus BAD

BDA	AB	ABD	
32°	129	78	DA 2381^{2}
		ſinus 97814 facit	
		BAD	
		70	facit BD 2287^{2}
		93969	

ABE

Summa angulorum ABE 34.36
BAE 121 48

156 24 à 2 rectis 180

			BEA 23 36
BEA $23^{0}.36^{1}$	AB EBA		EA 187^{1}
ſinus 40034	129^{1} $34^{0}.36^{1}$		
	ſinus 56784	facit	
	BAE $121^{0}.48^{1}$		
	58.12^{1}		
	84989		EB 2663^{2}

Trianguli AEF

Zum triangulo AEF ſind oben alle latera bekannt gegeben worden/ auſſer E A, welches jetzo geſunden 1872^{1} AF war/ wie gemeldet 122^{1} FE 25°

Iſt derowegen zur Rechnung der Areæ nichts mehr übrig als die perpendicular, wie zwar auch an dem obigen. Und wenn man dieſe hat/ kan man auch

auch die angulos haben / die wir zwar / wie gemeldet / zur area nicht bedürffen. Weil wir aber zu Ausrechnung deß folgenden trianguli den angulum F A E bedörffen werden / wollen wir nächſt dem perpendicularibus auch die angulos ſuchen.

Die perpendicular A K finde ich alſo. Nach der andern Manier der 8 Regul, Addit V. (die erſte Manier ſoll an den vorigen triangulis practiciret werden / gehet hier nicht an / weil kein angulus bekannt.)

EF Laterum AE 187' Differentia
25° AF 122 65' EL

Summa 309' facit 80' 3²
von FE 25
abgezogen 803

bleibt FL 1897 halbiret FK 948² □ 898704⁴
AF 122' □ 1488'4²
Subtr. minus
à majori
fit □ A K 589296⁴
Radix ∾ perpendicularis AK 76 7'

Wenn ich nun die perpendicular habe / ſo habe ich auch die angulos AKE und AKF, als rectos, und kan auch die beyde / E A K, FAK (welche ich zur Ausrechnung deß folgenden trianguli bedörffen werde) wie auch alle andere folgender Geſtalt finden.

AF

FA	ſin. tot.	FK	ſin. anguli
122'	100000	94'	FAK
			77049
			50°. 24'
EA	ſin tot.	KE	ſin. anguli
187'	100000	156'	EAK
			83439
			56°. 33'

Alſo hätte man auch nach Belieben die angulos AEK und AFK finden können. Jetzo aber/ nachdem die beyde gefunden/ finden ſich dieſe/ als ihre complementa durch Abzuge derſelben von 90 graden/ und iſt AFK 39°. 36'. AEK 33°. 27'.

Trianguli AFB

An dieſem ſind oben bekannt gegeben worden zwey latera, AB und AF, und aus bisherigen Ausrechnungen findet ſich auch der angulus B A F alſo:

Angulorum	BAE	121°	48
	KAE	56	33
	KAF	50	24
Summa		228	45

abgezogen vom gantzen Circul 360

228.41

Reſt. der Winckel BAF 131°. 15'

von	180	
abgezogen	131	15
	48	46 Summa angulorum ABF, AFB
die Helffte	24.	23

Dan

Darauf ſpreche ich alſo:

Sum̃a laterum AB 129	Differentia	Dimidium ſummæ	
AF 122	7'	24 23	44'
	251	Tangens	
		45326	1299

Adde 24 23
& aufer 44

25 7 Angulus ABF
23 39 Angulus AFB

Jetzo will ich latus BF haben / ſo ſprich ich / wie oben in dem andern:

Sinus Anguli BFA	AB	Sinus Anguli BAF	CF
23.39	129	121°.48'	2733^{2}
40114		ℵ58. 12	
		84989	

Alſo ſind die latera an allen triangulis ausgerechnet / dabey aber zu mercken/daß nicht eben nöthig geweſen alle auszurechnen/ ſondern genug geweſen wäre (die aream künfftig zu finden) wann wir nach gegebenem latere communi AB, und deſſen anſtehenden angulis nur die latera AC, AD, AE, oder BC, BD, BE, und darauf (wie jetzo folgen wird) die darauf fallende perpendiculares geſuchet hätten. Gleichwie wir auch CD, DE zur Ausrechnung der areæ nicht bedürffen/ was aber geſchehen / iſt exercitii gratiâ geſchehen.

Die perpendiculares ſelbſten betreffend/ können zwar ſolche unterſchiedlicher Weiſe genommen werden. Dieweil die Zahl der triangulorum, wenn man B A F dazu nimmt/ungerad/und ohne das einer überbleibet/ daß nicht zween und zween auf einer baſi durch und durch ausgerechnet werden können/ wollen wir das triangulum AEF, als an deme die perpendicular AK allbereit gefunden/ und wenn ein anders dazu ſolte genommen werden/anderſt müſte geſuchet werden/überbleiben laſſen/ und die triangula folgender Maſſen zuſammen nehmen.

Baſis communis der triangulorum ABF und ABC ſolle ſeyn AB fortgezogen in G und M, darauf werden fallen perpendiculares FN, CO. Baſis communis triangulorum ADC und ADE ſolle ſeyn AD, darauf ſollen fallen die perpendiculares CP, EQ. Solche nun zu finden/ ſage ich alſo:

ſinus totus 100000 gibt	BF 2733^2	alſo ſinus anguli	FBA $25^\circ.7^1$ 42446	gibt die perpendicular	FN 116^1	dieſe halbirt	58^1
	AC 499^1		GAO 20° 20243		CO 17		85^1
	AD 2381^2		CAD 44° 69465		CP 165^1		825^2
	187^1		DAE $51^\circ.48^1$ 78585		EO 146^1		73^1

Item in dem triangulo AEF iſt zuvor gefunden die perpendicular AK 767^2 deren Helffte 3835^3

Zu

Zu finden die Aream

Die halbe per- { FN 58^{1}
pendiculares { CO 85^{1}

Summa 143^{1} Multiplicirt in AB 129^{1}
Facit aream triangulorum ABC, ABF, id eſt, Trapezii AFBC 18447^{2}

Die halbe per- { CP 825^{2}
pendiculares { EO 73^{1}

Summa 1555^{2} Multipl. in AD 2381^{2}
geben aream Trapezii ABCDE 3702455^{4}

Die halbe perpendicular 3835^{3} Multiplicirt in EF 25
gibt aream trianguli AEF 95875^{3}

Summa arearum	18447^{2}	Dividiret mit 200
Trapeziorum &	3702455^{4}	Ruhten gibt 3275.
Trianguli	95875^{3}	das iſt / 3 Morgen / 2
	―――――	Ruthen 7 Schuch
	6506505^{4}	5 Zoll.

Und alſo kan man ihme thun / wenn es allein um den Inhalt deß Feldes zu thun. Wenn man aber ſolches auch theilen / oder etwas davon hinweg ſchneiden ſolle / ſo iſt es füglicher / daß man ein jedes triangulum abſonderlich ausrechne / nemlich alſo:

Die halbe perpendiculares	58^{1}	jede abſonderlich in	7482^{2}
	85^{1}	129 thun	10965^{2}
	825^{2}	jede abſonderlich in	$196431 5^{4}$
	73^{1}	2381^{2} thun	173813^{4}
	$38^{0}.35^{3}$	in 25 thut	958755

Summa wie oben 6505905^{4} das iſt/ wie gemeldt mit 200 dividirt, 3 Morgen/ 2 Ruhten/ 7 Schuch/ 5 Zoll.

Wenn man aber das triangulum ABF obgemeldeter Urſach hinweg thut / ſo kommet die Area der Figur ABCDEF, ſo bey A eingebogen $554715 5^{4}$ das iſt/ 1 Morgen/ 7 Ruthen/ 7 Schuch/ 5½ Zoll.

Nach ſolchem habe ich auch vor dieſem aus meiner Geodæſia Univerſali die Abtheilung dieſer Figur den Herren Studioſis gezeiget. Aber weil der Author deß Erſten Haupt-Theils dieſes Stuck alſo handelt / daß es keiner addition hievon bedarff/ auch exempla genug hat/ habe ich den Leſer nicht aufs neue damit beſchweren / ſondern abermal lediglich auf den Authorem deß Erſten Haupt-Theils gewieſen haben wollen.

3. Von Verwandlung dieſer Figur in andere.

1. Geſetzt / ich ſolte ein triangulum oder eine ablange Vierung auf dem Inhalt dieſer Figur 6505905⁴ machen/ in Länge 60 Ruhten / ſo dividirete ich mit 60 Ruhtẽ die aream, was heraus käme/nemlich $108431 7^{5}$ wäre

wäre die halbe Höhe des trianguli, und die gantze Höhe der Vierung. Derohalben die Zahl dupliret/und nach ſolcher Länge ein perpendicular in gemeldter Höhe aufgerichtet/und von beyden extremis rectas lineas darauf abgeſtecket / gäbe ein triangulum gleiches Inhalts/ und zwar ein Iſoſceles, wenn die perpendicular mitten darauf ſtünde / ein ſcalenum obliquangulum, wenn ſie nicht gar mitten/ rectangulum, wenn ſie auf dem einen extremo ſtünde. Aber alle eines Inhalts.

2. Wolte man ein Quadrat daraus machen/ und wiſſen/ wie lang ein latus wäre / müſte man radicem quadratam extrahiren/ die käme 2320^2/und in ſolcher Länge und Breite müſte ein quadrat ausgeſteckt werden.

3. Wolte man einen circulum daraus machen/ ſo nehme man erſtlich ein quadrat, wie zuvor / theile das latus quadrati in 11 Theile/ thät 211^2/multiplicirte ein ſolches erſtes Theil in 14/ thut 2954^2 zwiſchen ſolchem product und dem latere quadrati media proportionalis geſuchet/ das iſt eines in das andere multiplicirt/ und aus dem producto radix quadrata extrahiret / gäbe den Diametrum eines circuli, deſſen area dieſer areæ gleich wäre / nemlich 2017^2 / ſo oben aus dem 2. Probl. Addit. VII. auszuſtecken

IV. Ein Exempel einer Figur / zu welcher man mit den Inſtrumentis nicht gehen/ doch von ferne die Winckel ſehen können / durch die transporteur obſerviret.

Die fürgegebene Figur iſt CDEF fol. FFF, die Stände / aus welcher ſolche von fernen abgemeſſen A

und B, der Unterſchied ſolcher Stände AB 40 Ruthen/ der Winckel CAB iſt gefallen 107° DAB 70° 45' EAB 57° 45' FAB 33°.45'. Auf der Seiten bey B. ABC 49°. 30'. ABD 54. ABE 3° ABF 110.30'

Durch Abzug finden ſich auch folgende Winckel.

CAB 107 ABC 49 30' —— ſinus 156130	Abgezogen von 180 gibt	ACB 23°. 30'	Hieraus muß ich erſtlich per regulam proportionum finden folgende lineas, entweder AC, AD, AF, oder BF, BE, BD, BC. Die Rechnung iſt einerley. Wir wollen die erſt vier nehmen.
DAB 70.45' DBE 54 —— EAB 124.45'		ADB 55°.15'	
EAB 57.45' ABE 83 —— 140. 45'		AEB 39°.15'	
FAB 33.45 ABF 110. 30 —— 144. 15		AFB 35°.45'	

ACB	AB	CBA	AC
23°.30'		49. 30'	
ſinus 39874	40	ſinus 76040	768'
		CAB 107	BC
		ſinus 95630	959'
ADB 55°. 15'	AB	ABD	AD
		54°	
ſinu 82164	40	ſinus 80901	393'
AEB 39°. 15'	AB	ABE 83°.	AE
ſinus 63270		ſinus 99234	624'
AFB	AB	ABF	AF
35.45'	40	69. 30'	645'
ſinus 58424		ſinus 93677	Fe

Ferner muß ich haben folgende angulos, die ich durch Abzug finde:

	Dieſer abgezogen von 180 läſt über ſummam angulorum	Dieſer Helffte
70°.45' abgez. von 107° läſt CAD 36°.15'	ACB, CBA 143°.15'	71°.52'
57°.45' abgz. von 10°.7' läſt CAE 50.15'	ACE, AEC 129.45'	64°.52'
33.45 abgez. võ 70°.45' läſt DAF 37°.	ADE, AFD 143	71°.30'
33.45 abgez. võ 57°.45' läſt EAF 24	AEF, AFE 156	78°.0
33.45 abgez. von 107° läſt CAF 37.15'.	ACF, AFC 106.45'	53°.22'

Sind alſo an den triangulis, CAD, CAE, DAF, EAF, bekannt die latera AC, AD, AE, AF, und die anguli CAD, CAF, DAF, EAF, darauf finde ich deren hypotenuſas, ſo die fürgegebene Figur ſchlieſſen / und in ihre triangula theilen / wie folget:

Summa laterum AC 768 Diff. 375 Tang. Tang. 44° 51
AD 393 71°.52 99489
305348
1161

abgez. von 71.52
44.51.

bleibt 27 1 ACD

Darauf ſprich ich ferner:

ACB 27°. 1'.	AD	CAD	CD
Sinus 45424	393	36. 15.	
		59130	511'
	Differentia	Tangens	Tang.
Summa laterum CA 768'	144	64. 52'	12. 26'
	624	213315	22068
	1392		

von 64. 52.
abgez. 12. 26
bleibet 52 26 ACE

ACE 52°. 26'	AE	CAE	CE
79264	624'	50. 15'	605'
	Differ.	Tangens	Tang.
Summa AF 641	17	78	3°. 37'
laterum AE 624		470463	
1265			

von 78
abgez. 3 37
reſt 74. 23 AEF

AEF 74. 23'	AE	EAF	EF
	624	24°	263'
ſinus 96308		ſinus 40673	
	Differ.	Tang.	Tang.
Summa AF 641'	258	71°. 30'	36. 42'
laterum AD 393		298868	74572
1034			

von 71. 30
abgez. 36 42
reſt 54 45 AFD

AFD

AFD	AD	DAF	DF
34.48	393	37°	414
57071		60181	

Alſo habe ich die 4 latera, ſo die Figur ſchlieſſen / nemlich CD, CE, DF, EF. Ebener maſſen finde ich auch CF, baſin communem zweyer triangulorum darein die Figur getheilet.

	Differ.	Tang.	Tang.
Summa AC 768	127	53.22	6°.55'
laterum AF 641		134486	12136
1409		von 53.22	
		abgez.	
		bleibet 46.27 ACF	

Darauf ferner

ACF 46°.27'	AF	CAF	CF
72477	641	73°.15'	846
		95757	

Die perpendiculares DG, EH finde ich alſo:

		Differ.	
CF ſumma laterum	CD 511	97	CI
846	DF 414		105
	925		

von 846
abgez. 105 FD 414^{1} deſſen □ 171396^{2}

bleibet 741 IF, deſſen Helfte FG 3705^{2} deſſē □ 13727025^{4}

abgezogen reſt □ DG 3412575
deſſen radix DG 1839^{2}

Differ.

CF ſumma laterum CE 605^{1} 342 CK

EF 263 350^{1}

868

von 846

abgez. 350 EF 263 deſſen □ 68169^{0}

bleibet 496 KF, die Helffte FH 248 deſſen □ 61505^{1}

abgezogen reſt □ EH 6665

deſſen radix EH 81^{1}

Und DG 1832^{2}

dazu EH 81^{1}

2649

die Helffte 13245^{1}

mult. mit 846

79470

52980

105960

11205270^{4} Area CDEF

Die Ruhten 1120 dividirt mit 200 Ruhten 5 Morgen/ und 120 Ruhten/ wenn die Schuch 10 für ein Ruhten gerechnet / Ingenieur - Schuch wären. Dieweil es aber gemeine Nürnbergiſche Stadtſchuch ſind/muß gleichfalls wie oben bey dem erſten Exempel eine Reduction angeſtellt werden. Nemlich alſo:

10 gibt 1120 was gibt 16 facit 700 dividirt mit 200

(nach operation durch die umgekehrte Regulam detri)

thut 3 Morgen/ und 100 Ruhten das iſt vierdthalben Morgen

Das

C
D
E
G
B
A
F
H
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
100. Ruthen.
1000 Ruth

Das V. Exempel.

Gegen Mitternacht von Altdorff aus liegt ein Berg/ der Herrn-Berg genandt / von welchem ich gerne (exercitii gratia, als wann man Altdorff befeſtigen ſolte) wiſſen möchte/ ob auch in einer Belägerung von demſelben der Stadt ein Schad mit Schieſſen zugefügt werden möchte oder nicht / oder da er etwas nahe gelegen / ob mit Auſſenwercken ohne unerträgliche Unkoſten / dahin zu gelangen. Dieſes hab ich in folgender maſſen explorirt.

Auſſen vor dem Graben vor der unterſten Ecken gegen Morgen / allwo dazumaln ein Wachhäuslein geſtanden / habe ich gemeſſen AB gegen der Spitze eines Hopffengartens 12 Ketten/die vier Ruhten hält/ und 2 Ruthen 3½ Schuch / das iſt 50 Ruthen (die Schuch will ich leichter Rechnung wägen / und weil ſie zu unſerm intent nichts mercklichs austragen/ beyſetzen.

[NB. In dem Abriß ſtehet zwar der Hopffengarten weit von B, welches den Stand daſelbſt bedeuten ſoll. Das macht ich hab den Berg nicht in plano und in dem Geometriſchen Grund können fürſtellen / da doch der Hopffengarten alſo ſtehet/ ſondern wie er in das Geſicht gefallen / und hätt doch gerne die lineas dahin alſo aufgeriſſen / daß ſie mit dem Maßſtäblein FH nachgemeſſen werden können.]

Ich hab aber gemeſſen / und das Inſtrument gerichtet auf den Brunn daſelbſten. Erſtlich auf den Baum C, da der Berg am höchſten / für das andere auf einen in der Mitte/ (ein ziemliches niedriger/weil ich in der Höhe daſelbſt keinen geſehen/ welcher vor andern

dern etwas heraus geſchienen / und gewiß faſſen geweſen) in puncto D, den dritten an dem Ende / da der Wald daran ſtöſſt in E. Der Unterſcheid der Stände iſt AB 50 Ruhten/ wie gemeldt/ auf der Lini ABC. Die Winckel ſind gefallen/wie folgt:

GBC 25°		GBC oder CAB 42261
GBD 35. 50'	Ihre ſinus,	GBD oder DBA 58542
GBE 61. 40	deren ich	GBE oder EBA 88020
BAC 23	bedürfftig	
BAD 32. 20		
BAE 58. 30		

Der äuſſere Winckel/zum Exempel/GBC iſt ſo groß als die zween innere GAC und GCA, laut pr. 32.l.1. Eucl. Ergò wenn ich der innern einen von dem äuſſern abziehe/ſo hab ich den andern. Und der ſinus GBC iſt auch der ſinus CBA, denn er iſt ſein complement zu zweyen Rect s, und alſo in andern.

Derhalben

von GBC 25°	von GBD 35°. 50'	von GBE 61 40
ziehe ab BAC 23	BAD 32. 20	BAE 58.30
Reſt. BCA 2	BAD 3. 20	BEA 3. 10.
ſinus 3489	ſinus 5814	ſinus 5524

Sprich endlich durch die Regulam detri:

BCA ſinus 3489	gibt BA 50 alſo	CBA ſinus 42261	gibt	AC 6054'
BDA ſinus 5814		DBA ſinus 58542		AD 4795'
BEA ſinus 5524		FBA ſinus 88020		AE 7967'

Nun rechnet man dritthalbe Schuch / deren 16 eine Ru-

ne Ruthen thun / für einen Büchſenmeiſter-Schritt / und eine Charthaune hält man dafür / daß ſie in höchſter elevation (da ſie am weiteſten gehet / erreicht 5968 Schritt / welches zwar wol naher Altdorff / ja drüber hinaus reicht. Allein es iſt ein Bogenſchuß / durch welchen nur ein Punct und zwar nicht gerad zu / ſondern von oben her getroffen wird / hätte alſo keine Krafft / wenn man eine Breche ſchieſſen wolte. In gemeinen Viſier aber erreicht eine Chartaune mehr nicht / als 1000 und in der Wage nur 500. Schritt. Multiplicir allenthalben die Ruthen / wiederum mit 10 / das iſt / laß die heraus kommende Zahlen zehenfach geben / ſo kommt für AC, 6054 / für AD 4795 / für AE 7967 Schuch. Dieſe duplirt / daß es halbe Schuch werden / deren 5 einen Schritt thun / thut AC 12100 / AD 9580 / AE 25920. Dividir jede mit 5 / thut AC 2400. AD 958. AE 3184. Schritt.

Weil nun ein Stück zwar in höchſter Elevation, da es aber / wie gemeldt / keine Krafft hat zum Mauerbrechen dieſe diſtantiam übertrifft / in der Wag aber und gemeiner Elevation nicht erreichet (oder ja ſchwerlich denn AD 42 Schritt unter der gemeinen Viſier iſt) als iſt zu ſchlieſſen / daß von dieſem Ort die Stadt zwar nicht allerdings geſichert / doch derſelben vor andern Orten (da man auch auf freyer Ebne der Bogenſchüß nicht geſichert) mit Geſchützen kein ſolcher Schad zugefügt werden könne / daß eine Breche in die Mauer zu machen. Und ſind doch zu weit / daß ſie in Auſſenwerck ſolten gefaſſt werden können / welche über 60 Ruthen nicht von einer Stadt ſeyn dörffen / damit ſie aus derſelben defendirt werden können. Da man ſie aber in ſolchem intervallo von der Stadt ſetzte / kön-

ten

ten ſie von dem Berg angefochten werden / und we[nn]
ſie occupirt, gäben ſie dem Feind erſt rechten Vo[r]
ſchub/ der Stadt ſich zu bemächtigen. GOTT
gebe ſein Gnade/ daß wir dergleichen
nicht bedürffen.

ENDE.

Neuer Anhang/

In welchem / wie das Feldmeſſen nach einigen heut zu Tag gebräuchlichen Methoden am beſten und richtigſten vorzunehmen ſeye/ mit wenigen angewieſen wird.

I.

Unter denjenigen Theilen der Mathematique, die in dem gemeinen Leben groſſen Nutzen ſchaffen/ mag man mit allen Recht dieſer Wiſſenſchafft/ welche alle Gröſſen kunſtmäſſig zu æſtimiren lehret/ den Vorzug laſſen/ ſo man zumalen in genäuere Betrachtung ziehet/ wie durch ſolche bey dem Meſſen und Abtheilen des Landes einem jeden das Seinige/ wie es ſich gehöret/ zugeeignet wird: von dieſem Unternehmen/ als einer gar nöthigen Sache hat unſere Wiſſenſchafft ihren Urſprung und Namen bekommen/ da nemlich die alten Egyptier/ indeme der Fluß Nilus bey jährlicher Überſchwemmung ihres Landes alle Gräntzen unrichtig gemacht/ und

demnach viele Unordnungen verurſachet/dieſe Kunſt/ wie einem jeden das Seinige alsdann wieder behörig möge zugemeſſen werden/ auszufinden und fleiſſig auszuüben ſich haben genöthiget befunden/ und alſo die Geometrie oder Erdmeß-Kunſt benennet/ nachdeme aber ſolche nützliche Ausfindung in denen folgenden Zeiten Anlaß gegeben/ daß bey Betrachtung verſchiedener Figuren und Riſſe/ noch andere nützliche Sachen/ ſchöne und wunderbare Eigenſchafften/ die in dieſen verborgen geweſen/ an das Liecht gebracht worden/ dergleichen auch immer zum Vorſchein kommen/ ſo mag man nun billich die Geometrie in einer generalern Signification, als eine Wiſſenſchafft aller Gröſſen/ von welcher das Feldmeſſen nur ein Theil iſt/ betrachten/ dardurch ſich dann auch ihr Objectum, nemlich jede Gröſſe/ in dreyerleyen Speciebus um deſto mehr diſtinguiret/ bey dern erſten eine Länge ohne Breite/ nemlich die Linie/ bey der zweyten eine Länge und Breite zugleich/ nemlich eine Fläche/ bey der dritten aber eine Länge/ Breite und Tieffe/ oder auch Höhe/ nachdeme man den Terminum à quo nimmt/ als ein Corpus zu conſideriren vorkommt. Nach dieſen dreyerleyen Arten der Gröſſen wird nun auch die Geometrie in drey Theile abgetheilet/ welche/ ſo man die Gröſſen in abſtracto betrachtet/ die Geometriam puram oder effectivam, ſo aber die Application auf was materiales geſchiehet/die Geometriam applicatam ausmachen/ dieſe Geometriam puram und applicatam pflegen gar viele mit einem Wort zum Unterſchied/ der Geometriæ theoreticæ, practicam zu nennen/ſolche Benennung führet auch gegenwärtiger

tiger Tractat, als in welchem was ſo wohl in der pura als applicata Geometria hat ehedeſſen kürtzlich gelehret werden mögen / zu finden / indeme aber bey gegenwärtigen Zeiten / noch eine und andere Methoden / die zu mehrern Aufnahm dieſer Kunſt dienen / an das Liecht gebracht worden / ſo hat man nicht ermangelt / wie ſolche nach der neueſten Manier gantz accurat vorzuſtellen / bey der neuen Auflag dieſes Wercks dem geneigten Leſer zu communiciren / gleichwie dieſes im folgenden zum Anhang in beliebter Kürtze vorgetragen werden ſoll.

II. Wir haben bey dem Feldmeſſen abſonderlich drey Stücke zu betrachten / erſtlich / wie man eine jede vorgegebene Fläche / es ſeye gleich ein Acker / Wieſen ꝛc. oder ein gantzes Gebiethe / in Grund legen / zum zweyten / dern Inhalt ausrechnen / und zum dritten / ſolche in verſchiedene verlangte Theile theilen möge. Alle dieſe Stücke erfordern zu ihrem Grund das Abmeſſen / ſo iſt demnach vonnöthen / daß man zuförderſt das Mäß / das zu ſolchen Flächen gebraucht werden ſoll / bekannt habe / dieſes iſt nichts anders / als was man insgemein eine Ruthen / nemlich / eine nach einer gewieſen Anzahl in Schuhe und Zolle getheilte Länge zu benennen pfleget: gleichwie aber die Schuhe / wie die Erfahrung lehret / faſt in einem jeden Territorio der Länge nach unterſchieden / alſo iſt leicht zu erachten / daß auch die Ruthen / wann ſie gleich an der Zahl der Schuhe nicht voneinander different ſind / von verſchiedener Gröſſe ſeyn / ja deſto gröſſern Unterſchied machen müſſen / wann eine / wie Z. E. die Rheinländiſche von 12. dergleichen Schuhen / ei-

ne andere / wie die Nürnbergiſche / von 16 Nürnbergiſchen Schuhen / ſich befindet / es iſt aber an ſolchen unterſchiedlichen Längen nichts gelegen / indeme man allezeit diejenige zu ſeiner Operation annimmt / die ſelbiger Orten im Gebrauch iſt / hingegen hat dieſes ein weit mehrers auf ſich / daß man nicht gleich zu Anfang eine jede Ruthen in 10 Theil / einen ſolchen wieder in 10 und ſo fort eingetheilet / wobey man weit kürtzer und geſchwinder in Berechnung des Inhalts von einer jeden Flächen / als bey der Theilung in 12 oder andere Theile hätte procediren können / dieweilen aber dieſes nicht mehr zu ändern / haben die Geometræ jene Theilung vor ſich zu ſolcher Beyhülffe angenommen / da ſie die Ruthen / wie ſie ihnen vorgegeben werden / nach ihrer Länge behalten / die Theilung aber jederzeit in 10 Theile und ſo weiter machen / aus dern erſten / die ſo von ihnen benannte Geometriſche Schuhe / aus der zweyten die Geometriſche Zolle / und aus der dritten die Geometriſchen Linien entſtehen. Bey ſolcher Reduction iſt eben nicht nöthig / daß man die Geometriſche Theilung auf einer Ruthen würcklich vorſtelle / welches ſich zum öfftern nicht wol thun läſſet / ſondern man kan die ordentliche und gemeine Eintheilung bey dem Abmeſſen nur behalten / und dann erſt zur Geometriſchen bringen: Es ſeyen zum Exempel 5 Schuh / 4 Zoll / und 6. Linien zu Geometriſcher Maaſe zu reduciren / ſo machet man folgenden Schluß: gleichwie ſich 12. gemeine Schuhe oder 1728 Linien verhalten gegen 10 Geometriſchen Schuhen oder 1000 Linien / ſo verhalten ſich 5 Schuh 4 Zoll 6 Linien / oder 774 Linien der gemei-

nen

nen Eintheilung / gegen 4 Schuhen / 4 Zollen / 8 Linien von der Geometriſchen / oder wann die Ruthen in 16 Theil / wie die Nürnbergiſche getheilet wird / ſo ſagt man / gleichwie ſich 16 Schuh oder 2304 Linien verhalten gegen 10 Geometriſchen Schuhen / oder 1000 Linien / ſo verhalten ſich 5 Schuh / 4 Zoll 6 Linien oder 774 gemeine Linien gegen 3 Schuhen / 3 Zollen / 6 Linien / welche dann das verlangte geben. Durch dieſe Reduction bringet man nun zu wegen / daß man alle ſolche Zahlen / ob ſie ſchon auf was materiales appliciret ſind / nicht anders als lauter pure Zahlen / weil ſie ebenfalls nach der Proportione decupla gehen / tractiren möge / daß demnach derjenige / der mit den bloſſen Zahlen nach denen Speciebus umzugehen weiß / jene auf eben die Art nur zu behandeln hat / da man im Gegentheil bey der Theilung in 12 ein mehrers in der Berechnung zu thun findet. Ob nun aber wol offt beſagte Reduction auch einige Mühe in dern Ausfindung geben mag / kan man ſolcher leicht überhoben ſeyn / wann man nemlich eine jede gemeine Linie von der erſten biß auf die letzte / die in einer Ruthen begriffen / zum voraus zu Geometriſchen reduciret / und in der Ordnung in eine Tabell bringet / ſo wird man dann in ſolcher jede vorgegebene Theile nach ihrer Reduction ohne Mühe finden können. Dieſe Geometriſche Theile pflegte man ehedeſſen / wie der Anfang dieſes Wercks bezeuget / ſcrupula prima, ſecunda, tertia zu benennen / und mit kleinen Zahlen von 1. 2. 3. oberhalbs zu bezeichnen / allein es iſt weder ſolche Benennung noch die Bezeichnung mehr in Gebrauch / da jenes nun viel beſſer

durch die Geometriſche Schuhe/Zolle und Linien/ dieſes aber durch die kleine Zwergſtrichlein um die Unrichtigkeit in den Zahlen zu vermeiden/ determiniret wird. Endlich iſt noch allhier zu notiren/ daß aus der Multiplication einer Ruthen-Länge mit ſich ſelbſten ein anderes Mås vor die Flächen/ nemlich eine Quadrat oder Creutz-Ruthe/ das iſt/ ein Spatium, ſo eine Ruthen lang und breit iſt/ entſtehe/ welche nach der Geometriſchen Theilung 100 Quadrat-Schuh/ nach der gemeinen/ wann die Ruthe 12 Schuh lang iſt/ 144 Quadrat-Schuh/ nach der Nürnbergiſchen 256 Quadrat-Schuh in ſich begreiffet/ von jener macht jeder Schuh wieder 100 Quadrat-Zoll/ jeder Zoll 100 Quadrat-Linien/ von dieſen aber giebt ein Schuh 144 Quadrat-Zoll/ ein Quadrat-Zoll/ 144 Quadrat-Linien. Die Cubiſche Ruthe entſpringet aus der Multiplication ihrer Zahl/ aus welcher die Quadrat-Ruthen entſtanden/ mit der Zahl der Fläche/ und hält 10/ 12 und mehrmal ſo viel kleine Cubos in ſich/ als auf derſelben Flächen ſtehen können/ welche in der Stereometrie ihren Nutzen hat/ und hier nicht/ wie die zwey vorhergehende Arten der Ruthen/ zu unſern Gebrauch dienet.

III. Nachdeme dasjenige/ was die Måſe zum Feldmeſſen anlangt/ mit wenigen zum Fundament vorgeſtellet worden/ ſo folget nun in Ordnung von derſelben obbemeldten Theilen in ſpecie, und zwar von dem erſten eines und das andere abzuhandeln/ in dieſem wird gelehret/ wie man eine jede vorgegebene Fläche in Grund legen/ das iſt/ ihre Figur mit Beyhülff eines verjüngten Maasſtabes/ wann vorhero

einige Linien / auch zuweilen einige Winckel auf dem Felde abgemeſſen werden / zu Papier bringen ſoll: Es laſſen ſich aber dieſe Operationes nicht auf einerley Manier anſtellen / indeme die Flächen von verſchiedener Beſchaffenheit ſind / dann es giebet einige / die entweder überall / wie insgemein eine Wieſen / oder nur zum Theil wie ein Stuck Feld / auf welchem viele Bäume und Gebäue ſtehen / zugänglich ſind und überſehen werden können / oder man findet einige / die zwar gantz überſehen / aber in ihrer Area nicht betretten werden mögen / als zum Exempel / ein Teich / oder da man keines von beeden haben kan / wie eine Fläche / die mit einem Wald verſehen iſt / dahero auch verſchiedene Applicationes beyzubringen ſind / wie ſolche nach der heut zu Tag üblichſten Methoden vorkommen.

IV. Bey den Flächen von der erſten Gattung kommt die Methode, nach welcher man ſolche auf dem Feld in lauter Triangul eintheilet / und zugleich alle Seiten abmiſſt am beſten zu ſtatten / wobey ſelbige auch gar leicht auf das Papier zu bringen. Es ſeye zum Exempel in der 1. Figur eine Wieſen / A. B. C. D. E. F, in dieſer miſſet man erſtlich ſo wol die Umfangs-Linien AB, BC, CD &c. die durch die Stäbe bey A. B. C. D. E. F. angedeutet werden / als auch die Linien AC, AD und DF, durch welche die Figur in 4 Triangula eingetheilet wird / mit einer Ketten oder Meß-Ruthen ab / entwirfft ſolche / wie ſie aneinander ſtehen / nur ungefehr auf ein Papier / und ſchreibet die gefundene Längen zu den gefundenen Linien / alsdann ſetzet man ſolche Triangula auf einen beſondern Bogen / mit Zuziehung einer Scalæ,

dergleichen eine in der 4ten Figur zu finden / aneinander / indeme man erſtlich auf die Linie AC den Triangul ABC und ACD, ferner auf AB den Triangul ABF und auf DF den Triangul DFE nach ihren abgemeſſenen Längen ſtellet / ſo wird endlich die verlangte Figur / wie ſich ſelbige auf dem Feld befindet / auf dem Papier richtig vorgeſtellet ſeyn.

V. Bey den Flächen / die zum Theil wegen eines Gehöltzes oder andern Hinderniſſen weder betretten noch überſehen werden können / gehet die bloſe Abmeſſung mit der Ruthen / wie in dem vorhergehenden Caſu, nicht überall an / ſondern man muß noch dabey ein Feldmeß-Inſtrument / und zwar eines von den gebräuchlichſten / nemlich / entweder das Prætorianiſche Meßtiſchlein / oder das Grad-Inſtrument / das man insgemein / wiewol nicht gar recht / ein Aſtrolabium benennet / zu Hülffe nehmen / gleichwie in der zweyten Figur anjetzo gezeiget werden ſoll. Es ſeye in dieſer Figur ein Stuck Landes A. B. C. D. E. das einen ziemlichen Theil mit Holtz bewachſen / und demnach nicht überall zugänglich iſt / in dieſem Fall muß man nun / ſo beſagtes Tiſchlein dazu gebraucht wird / ſelbiges an einen Winckel / Z. E. in D ſtellen / den Winckel CDE darauf ziehen / die Länge der Linien CD und ED, die dieſen Winckel machen / abmeſſen / und aus einem verjüngten Maasſtab beede Linien auftragen / ſo wird man alsdann die Gröſſe der Linie EC, ſo ſie auf eben der Scala gemeſſen wird / ausfinden: wolte man aber vielmehr ſolche Linie EC durch die Berechnung determiniren / ſo miſſet man mit dem Grad-Inſtrument

den Winckel in D ſamt beſagten Linien / von welchen jener 14°6. 43′. die Linie ED 24°. 9′. 4″. CD aber 13°. 4′. 5″. groß befunden wird / findet hernach in dem Triangul CDE nach Trigonometriſcher Berechnung die Winckel CED und ECD, mit ſolchen aber die dritte Seite EC, aus / die auf dem Feld nicht abgemeſſen werden kan; die Winckel CED und ECD werden nach folgender Analogie bekandt / ſo man ſchlieſſet / gleichwie ſie die Summa der vorgegebenen zweyen Seiten von 38°. 3′. 9″. verhält gegen ihrer Differenz von 11°. 4′. 9″. ſo verhält ſich der Tangens der halben Summâ der geſuchten Winckel von 1°6. 3′. 8½″. gegen dem Tangenten ihrer halben Differenz die 5°. 7′. ausmachet / welche zu der halben Summa der geſuchten Winckel addiret / den gröſſern Winckel DCE von 21°. 45′. von ſolcher aber ſubtrahiret / den kleinen Winckel CED von 11°. 32′. giebet. Endlich wird die Linie EC, wie folget / ausgefunden / indeme man den Schluß machet: Gleichwie ſich der Winckel DCE 21°. 45′. verhält gegen ſeiner gegen-überſtehenden Seiten ED, von 24°. 9′. 4″. oder gleichwie ſich der Winckel DEC 11°. 32′. verhält gegen der correſpondirenden Seiten CD 13°. 4′. 5″. ſo verhält ſich der Winckel CDE 14°6. 43′. an deſſen Stelle man das Complement, nemlich 15°. 17′. nimmt / gegen der verlangten Seiten EC, 36°. 9′. 3″. ſo überkommt man endlich in dem Triangul CDE alle drey Seiten / die man immittelſt auf einem Papier nur ungefehr ziehen / zu ſolchen aber ihre Längen ſchreiben muß. Ferner ſetzet man das Tiſchlein in C, determiniret auf ſelbi-

gen den Winckel BCD, wie auch aus voriger Scala die gemeſſene Linie BC, und miſſet alsdann die Linie EB, ſo wird gleichfalls der Triangul BEC ſeine Richtigkeit haben; wolte man aber die beſagte Linie EB lieber durch die Trigonometriſche Rechnung ausfinden/ muß man vor allen examiniren/ was ſo wol von den Seiten als Winckeln in dem Triangul BCE bekannt ſeyn möge/ wir finden in ſolchem aus der Abmeſſung die Seite BC, die Seite CE aus der obigen Berechnung nur bekannt/ es iſt aber dieſes nicht genug/ dann es muß noch ein Stuck/ und zwar hier zum wenigſten ein Winckel dabey ſeyn/ um die Seite BE, die wegen der Hinderung nicht gemeſſen werden kan/ zu erfahren/ nun iſt aber weder der Winckel BCE in C, noch der Winckel EBC in B, weil man den Stab in E nicht ſehen kan/ mit dem Inſtrument abzumeſſen/ ſo muß man demnach/ um den Winckel BCE zu erlangen auf ein anderes Mittel bedacht ſeyn/ welches auf folgende Art geſchehen kan/ man ſtellet das Grad-Inſtrument in C, miſſt den Winckel BCD, der 90°. 47′. macht/ und ziehet den oben gefundenen Winckel ECD 21°. 45′. davon ab/ ſo wird der verlangte Winckel BCE vorhanden ſeyn/ weil nun endlich die Seiten BC und CE ſamt dem darzwiſchen ſich befindenden Winckel BCE bekannt ſind/ ſo kan man/ wie bey dem vorhergehenden Triangul CDE gelehret worden/ erſtlich die Winckel BEC und EBC, alsdann die Linie EB nach ihrer Gröſſe vorſtellig machen/ nach dieſer Anweiſung wird der Winckel BEC 21°. 11′. EBC 89°. 47′. und die Linie EB 33°. 9′. 1″. groß befunden/ dieſe

dieſe Länge ſetzet man an die correſpondirende Linie des Trianguls BCE, der auf dem obbemeldten Papier nur ungefehr an den Triangul CDE gezogen worden / die Linie BC aber an BC, damit man hernach den zweyten Triangul BCE auch accurat verfertigen möge. Endlich iſt noch der Triangul ABE übrig / welcher noch viel leichter als die zwey vorhergehende auszufinden / dann man hat nichts weiters zu thun / als daß man nur die Seiten AB und AE abmiſſt / und die geſundene Längen zu AB und AE auf dem aparten Riſſe anſetzet / ſo hat man alsdann / was zu einer accuraten Verzeichnung der vorgegebenen Flächen wird vonnöthen ſeyn / in Bereitſchafft: dieſe Beſchreibung verrichtet man wie folget / man nimmt aus einer Scala von beliebiger Gröſſe die Länge der Linie EC ſetzet ſolche auf einen groſſen Bogen Papier in einem behörigen Stand / und ſtellet ſo wol den Triangul EDC als EBC darauf / auf EB aber den Triangul EAB, ſo wird ſich die verlangte Figur gantz accurat zeigen.

VI. Die Flächen / die zwar gantz überſehen / aber in ihrer Area nicht betretten werden können / erfordern eben diejenige Operation, die in dem vorhergehenden Satz gezeiget worden; bey dieſen hat man noch einigen Vortheil mehr / daß man nemlich nicht erſt / wie oben / die Winckel ECD, DEC, BEC und EBC durch die Berechnung ausſinden darff / ſondern ſolche gleich auf dem Feld in den Ständen E. C. D. mit dem Grad-Inſtrumente abmeſſen kan. Wir wollen ſetzen / daß die zweyte Figur ein Teich ſeye / bey ſolchen miſſet man mit beſagten Inſtrument Z. E. in

D den

D den Winckel EDC, in E. den Winckel CED in C den Winckel DCE, und mit der Ruthen die Linien ED und DC, ſo wird man alsdann durch die Berechnung die Linie EC überkommen/ und demnach alle Linien in dem Triangul CDE haben. Ferner miſſet man in C den Winckel ECB und in E den Winckel BEC nebſt der Linie BC, ſo wird man wiederum/ wie vor/ die Linie EB und alſo den Triangul BEC erlangen; bey dem Triangul AEB hat man nur die Linien AB und AE zu meſſen/ und ſolche auf die Linie EB zu ſtellen/ ſo wird die gantze Figur richtig ſeyn. In dieſer Operation kan man einige Mühe erſpahren/ wann man nemlich in E den Winckel CED und BEC, in C den Winckel DCE und ECB auf einmal nimmt/ damit man das Inſtrument nicht ſo offt hin und her tragen darff.

VII. Die Flächen/ die weder überſehen noch unverhindert durchwandelt werden mögen/ laſſen ſich ebenfalls bey der vorigen Operation des V. Satzes am beſten in Grund legen/ man hat aber dabey noch dieſes zu obſerviren/ daß ſo fern noch mehrere Triangul, als in der zweyten Figur vorhanden/ vorgeſtellet werden ſollen/ man ſich bey den übrigen/ eben ſo/ wie bey dem Triangul BCE, weilen man wegen der beſtändigen Verhinderung/ wie zum Exempel bey einem Wald/ keinen Triangul gantz abmeſſen kan/ zu verhalten habe/ ſo wird man die verlangte Figur auch gar accurat/ wie die obigen/ zu Papier bringen können.

VIII. Wann man ein Gebiethe oder kleine Herrſchafft in einem Grund-Riß vorzuſtellen verlanget/ ſo

ſo kan man ſolche gleichfalls in lauter Triangul eintheilen / indeme eine und andere erhabene Oerter / als Kirchthürne / groſſe Gebäue / hohe Bäume / Windmühlen ꝛc. aus welchen die Triangul zu formiren ſind / dazu auserſehen werden. Es ſeyen zum Exempel verſchiedene erhabene Objecta in A. B. C. D. E. der dritten Figur / welche die äuſſerſten Gräntzen des vorgegebenen Diſtrictes præſentiren / dieſe kan man / nachdeme alle Winckel in den formirten Trianguln abgemeſſen werden / ohne daß man eine Seiten davon zu wiſſen vonnöthen hat / in ihrer gehörigen Situation ausfinden / man ziehet nemlich auf einen groſſen Bogen Papier / eine Linie ad (vid. Fig. 5.) ſo groß als es beliebig / und der Platz zuläſſet / welche die Linie AD andeutet / ſtellet auf a den Winckel ead und dac, die den gemeſſenen Winckel EAD und DAC gleich ſind / auf d aber den Winckel ade und adc, die eben ſo groß als die Winckel ADE und ADC gezogen werden / ſo wird aus der Interſection der Linien der Triangul ade, der dem groſſen Triangul ADE gleich / entſtehen. Endlich ſtellet man auf a den Winckel bac, ſo viel der Winckel BAC, und auf c den Winckel acb, ſo viel auch der Winckel ACB ſeiner Gröſſe nach / Grad und Minuten giebet / ſo wird der dritte Triangul abc, der dem groſſen ABC gleich iſt / und demnach die gantze äuſſere Figur a. b. c. d. e, wie im Felde die Figur A. B. C. D. E. auf dem Papier ſich befinden / ſo fern man alle Winckel vorhero mit dem Inſtrument auf das accurateſte abgemeſſen / welches ſich um deſto richtiger zeiget / ſo bey Addition dreyer Winckel in einem jeden Triangul,

gul, ſolche jederzeit accurat 180 Grad ausmachen. Wolte man nun die innere Objecta auch in ihrem behörigen Stand finden / ſo kan man dieſe ebenfalls durch die Triangul determiniren: Es ſeye zum Exempel in F ein Objectum, das man ſo wol in B als C ſehen kan / man miſſt den Winckel FCB und FBC und macht in c den Winckel fcb jenem / in b aber den Winckel fbc dieſem gleich / ſo wird die Interſection in F den verlangten Ort geben / und ſo weiter. Ubrigens iſt noch zu erinnern / daß / weilen man insgemein eine Scalam einem Grund-Riſſe / um die Weiten den Oerter voneinander zu wiſſen / beyzufügen pfleget / man zum wenigſten nur die Länge von einer Seiten eines gegebenen Trianguls ausfinden müſſe / nach welcher eine Scala alsdann gar leicht verfertiget werden kan / gleich wie folgende Operation zeigen wird. Man ſuchet zwiſchen zweyen äuſſern Puncten einen Platz aus / ſo hübſch eben iſt / welcher Z. E. zwiſchen A nnd D ſeye um die Länge der Linie AD auszufinden / zwiſchen ſolchen A und D miſſet man aus E biß in G eine zimlich lange Linie / um die Weite AD deſto accurater zu überkommen / jedoch daß man auch aus G ſo wol A als D erſehen könne / ferner formiret man ſich in Gedancken zwey Triangul, als EGA und EGD, und miſſet auf der Baſi EG, die Winckel EGA, GEA, EGD und DEG mit ihren dritten / ſo es ſeyn kan / um zu probiren / ob die drey Winckel in einem jeden Triangul accurat 180 Grad ausmachen / weil nun die Baſis EG, die beeden Trianguln gemein / bekannt iſt / ſo kan man durch die Trigonometriſche Berechnung / die Seiten

AG und DG finden / weil nun auch der darzwiſchen liegende Winckel AGD, der dem gemeſſenen Winckel EGA und DGE gleich iſt / leicht zu haben / ſo mag dann endlich / wie oben in dem V. Satz gelehret worden / aus denen zweyen gefundenen Seiten AG und GD und dem darzwiſchen liegenden Winckel DGA die verlangte Seiten AD nach der Berechnung ausgefunden werden. Wann nun die Linie AD nach ihrer Länge bekannt / ſo theilet man auf dem Papier die Linie ad der 5ten Figur / in eben ſo viele Theile als AD hat / nimmt 100 oder 1000 Ruthen / nachdeme die Linie groß iſt / davon / und macht eine Scalam daraus / ſo wird man alsdann die Gröſſe der übrigen Linien aus dieſer ebenfalls abmeſſen können / wolte man aber vielmehr beſagte Gröſſen / ſo man zumalen den Inhalt des gantzen Diſtrictes auch zu wiſſen verlanget / durch die Berechnung determiniren / und die Triangul nach der Methode, wie oben im V. Satz gelehret worden / zu Papier bringen / ſo muß man die Operation um AD zu finden / zum erſten vornehmen / und dann die übrigen Längen nach der Trigonometrie ſuchen / iſt es aber nur bloß auf die Figur angeſehen / ſo iſt die erſt angewieſene Operation durch die bloſſe Winckel / ſchon richtig genug.

IX. Endlich / ſo man ein groſſes Land in einem Abriß darzuſtellen willens iſt / läſſet ſich ſolches keines Wegs / wie bißhero geſchehen / wegen des gar zu groſſen Spatii mit Feldmeß-Inſtrumente zu Wege bringen / ſondern man muß bey denen vornehmſten Oertern die Aſtronomie zu Hülffe nehmen / indeme man aus der Polus Höhe die Geographiſche Latitudinem,

aus

aus denen Finſterniſſen und Occultationen die Differenz der Zeit / und daraus die Differenz der Longitudinis ausfindet / und ſolche auf dem Papier behörig determiniret / von welchen an man dann die geringere Oerter nach den obigen Methoden in ihrem Stand ausſuchet / wie von jenem mit mehrern in der Geographie gelehret wird.

X. Was nun das zweyte Haupt-Stück vom Feldmeſſen / nemlich die Ausfindung des Inhalts von einer jeden Flächen betrifft / ſo iſt bey ſolchen derjenige der beſte und ſicherſte Weg / daß / weil nach den obigen Methoden die Flächen ſchon in lauter Triangula eingetheilet worden / man auch ein jedes Triangulum davon beſonders ausrechne / und dann alle zuſammen addire, ſo wird der Inhalt bekannt ſeyn / man findet aber den Inhalt eines Trianguls, wann nemlich die Zahl der bey einer Seiten gefundenen Ruthen / Schuhe und Zolle mit der Helffte der aus dem gegenüberſtehenden Winckel auf eben die Linie fallenden Perpendicular-Linie multipliciret wird / weil nun die Perpendicular-Linien zu ſolcher Berechnung abſonderlich vonnöthen / ſo mag man ſo wol dern Stand als Länge / ohne ein Meß-Inſtrument dazu zu gebrauchen / auch nach ſelbiger ausfinden / wie uns die Reſolution der Triangulorum rectilineorum obliquangulorum an die Hand giebet / man multipliciret nemlich die Summam der zweyen Seiten / die den Winckel beſchlieſſen / aus welchem die Perpendicular-Linie gezogen wird / mit der Differenz beſagter Seiten / und dividiret das Productum mit der Baſi, oder der Seiten / auf welche die

Per-

Perpendicular-Linie fället / ſo wird der Quotient eine Zahl geben / die / ſo ſie von der Baſi abgezogen wird / einen Theil übrig läſſet / der in zwey gleiche Theil getheilet / den Punct in der Helffte zeiget / auf welchen die Perpendicular-Linie fallen muß / dieſe Linie theilet jeden Triangul in 2 gradwincklichte / in welchen das Quadratum baſeos von dem Quadrato Hypothenuſæ abgezogen / das Quadratum Perpendiculi übrig läſſet / aus deme Radix quadrata, um die verlangte Perpendicular-Linie zu erlangen / extrahiret wird. Wir wollen zum Exempel und mehrern Erklärung des beſagten die erſte Figur vornehmen / bey dieſer zeiget ſich nach ſolcher Operation, daß in dem Triangul ABC der Punct g, wo die Perpendicular-Linie hinfällt / von A um 18°. 3′. 6″. von C aber um 17°. 9′. 9″. entfernet ſeye / und die Perpendicular-Linie Bg, 3°. 7′. 2″. ausmache / in dem Triangul ADF ſtehet der Punct n des Perpendiculi An. von F, 3°. 5′. 6″. von D, 38°. 8′. 6″. ab / die Länge aber dieſes Perpendiculi iſt 9°. 3′. 6″. in dem Triangul DEF befindet ſich der Punct m des Perpendiculi Em, von F, um 21°. 0′. 0″. von D um 21°. 4′. 2″. in ſeinem Abſtand / und die Perpendicular-Linie Em in ſeiner Gröſſe von 5°. 7′. 7″. wann man eine Seiten / die in einem Triangul nicht die gröſte iſt / zur Baſi annimmt / ſo ereignet es ſich / daß die Perpendicular-Linie über die Baſin hinaus fället / dergleichen caſum findet man in dem noch übrigen Triangul ACD der erſten Figur / allwo die Perpendicular-Linie Dh auf die verlängerte Baſin Ch zu gehet / in dieſem Fall muß man nun / wann der Quotient jederzeit gröſſer als der Diviſor wird / dieſen von jenem

abziehen / den Reſt halbiren / ſo wird ſolche Helffte auf der verlängerten Baſi den Punct geben / auf welchen die Perpendicular-Linie fallen muß / alſo iſt in unſern Exempel nach dieſen die Linie Ch 2°. 6′. 5″. Dh aber die Perpendicular-Linie 8°. 7′. 4″. groß. Nachdeme nun alle Perpendicula in den Trianguln der vorgegebenen Figur bekannt / ſo iſt es dann gar leicht derſelben Inhalt zu finden / wann man nemlich entweder die halbe Baſin mit dem ganzen Perpendicul, oder die ganze Baſin mit dem halben Perpendicul multipliciret / ſo werden die Producta in einer Summa zuſammen / den ganzen Inhalt der verlangten Figur geben / bey ſolcher Operation finden wir nun / daß alle Triangul, und zwar in ſpecie ABC 67°. 61′. 10″ / ACD 158°. 84′. 45″ / ADF 198°. 52′. 56″ / DEF 122°. 38′. 17″ / in genere aber 547°. 38′. 28″. alles nach denen Quadrat-Mäſen / ausmachen / welche / ſo die Nürnbergiſche Ruthe nach der Geometriſchen Eintheilung dazu erwählet zu ſeyn ſupponiret wird / weiln in dem Nürnbergiſchen ein Morgen 200 Quadrat-Ruthen in ſich hält / bey nahe 2¾. Nürnbergiſche Morgen / vor die vorgegebene Flächen geben. Nach dieſer Methode kan man den Inhalt aller Figuren / ſo irregulär ſelbige auch vorkommen mögen / am beſten / und am gewiſſeſten ausfinden / ja man kan den Inhalt / ob ſchon die Figur entweder ganz oder nur zum Theil mit krummen Linien terminiret iſt / gar genau auf eben die Art wiſſen / indeme man in ſolcher Figur / wie aus der ſechſten zu erſehen / ſo viel Triangul anſetzet / biß der Uberreſt nicht mehr conſiderable und keinen Triangul mehr giebet / alle dieſe ausrechnet / und dann in eine Summam bringet.

XI. Das

XI. Das dritte und letzte Haupt-Stuck von Feldmeſſen iſt die Theilung der Flächen in verſchiedene vorgegebene Theile / dieſes ereignet ſich zum öffteſten/ wann man z. E. Felder/ Wieſen und anderes mehr unter Perſonen/die einen Zuſpruch dazu haben/nachdeme derſelben Figur in Grund geleget / und der Inhalt nach den vorhergehenden Sätzen berechnet worden/ wie es ſeyn ſoll / würcklich abzutheilen hat / es iſt aber hiebey abſonderlich zu mercken / daß man einem jeden Theilhaber / vornemlich bey den Aeckern / ein bequemes Stück / daß mehr ein Trapezium als einen Triangul ausmacht / zueigne/ würde aber ein und anderer Umſtand dabey ſich zeigen / daß man von einem gewieſen Punct/zu welchen die Beſitzer/ als z. Exempel/ zu einen Brunnen ihren Zugang haben wollen/ die Eintheilung machen ſolte / ſo könte man freylich in ſolchem Fall beſagten Beſitzern nicht ſo bequeme Theile zumeſſen / ſondern ſie müſſten mit irregulären Theilen ſich begnügen laſſen. Wir wollen nun in den Flächen / die 3. 4. und mehrere Linien in ihrem Umfang haben / verſchiedene Caſus vorſtellen / wie ſolche am meinſten bey der Theilung vorkommen / den Anfang aber von der ſchicklichen Theilung/ da die Theilungs-Linien mit einer von dem Umfangs-Linien parallel lauffen/ zuförderſt machen.

XII. Es ſeye ein Acker / der einen Triangul, als die erſte Figur / die mit Linien ſich umſchreiben läſſet/ in der 7ten Figur bey A. B. C. præſentiret / und in drey gleiche Theile zu theilen ſich ergiebet/und zwar ſo/ daß die Theilungs-Linien mit der Baſi BC parallel lauffen / bey dieſem findet man zum erſten / daß / indeme

deme die Baſis BC 20°. 3′. 4″. die Perpendicular-Höhe aber 18°. 7′. 5″. ausmacht / der Inhalt des gantzen Ackers 190°. 68′. 75″. in Quadrat-Mäſen ſeye/ und demnach auf den dritten Theil 63°. 56′. 25″. kommen / darauf miſſet man eine von den übrigen beeden Linien entweder AB oder AC, es ſeye hier AB 19°. 4′. 6″. groß / welche Länge mit ſich ſelbſten multipliciret / ein Quadratum giebet / daß in ſeiner Area 378°. 69′. 16″. ausmacht / von dieſer Quadrat-Zahl nimmt man denjenigen Theil / in ſo viel Theile die vorgegebene Area getheilet werden ſoll / und zwar hier den dritten der 126°. 23′. 05⅓″. austrägt / und ziehet Radicem quadratam daraus / dieſe gefundene Länge vom 11°. 2′. 3½″. ſetzet man auf die gemeſſene Seite AB von A in D, ziehet aus D mit BC eine Parallel-Linie DE, ſo wird der Triangul ADE der dritte Theil von dem Triangul ABC ſeyn. Ferner nimmt man ⅔ von vorbeſagter Quadrat-Zahl / nemlich / 252°. 46′. 11″. und ziehet wiederum Radicem quadratam daraus / alsdann ſetzet man dieſe Länge / als den radicem von 15°. 8′. 8½″. von A in F, und ziehet von F in G eine mit der Baſi BC Parallel-Linie / ſo wird der Triangul AFG noch einmal ſo viel als der vorhergehende ADE in ſeinem Inhalt begreiffen / und demnach das Trapezium DEFG ſo groß als der Triangul ADE ſeyn / dabey auch das andere Trapezium FGCD vor den dritten Theil übrig bleiben. Wann man einen Triangul in 4. 5. und mehrere gleiche Theile auf dergleichen Art zu theilen verlanget / ſo muß man die Theile von dem Quadrato der Seiten / die man gemeſſen / nehmen / Radicem quadratam daraus ziehen/

ſolche

ſolche gefundene Gröſſe aus dem vertice des Trianguls auf die bekandte Linie ſetzen / und durch die Puncten parallele Linien mit der Baſi ziehen / z. E. wann man ein Dreyeck in 5 Theil zu theilen willens iſt / nimmt man erſtlich $\frac{1}{5}$ / alsdann $\frac{2}{5}$ / $\frac{3}{5}$ / $\frac{4}{5}$ / von dem Quadrat einer Seiten / die auf der Baſi ſtehet / extrahiret aus jedem Radicemquadratam, ſetzet jede Gröſſe von denen Radicibus von oben herab / und ziehet / wie gehörig / die Parallel-Linien / ſo wird die Triangular-Figur auch in 5 gleiche Theile getheilet ſeyn.

XIII. Wir wollen einen andern Acker in der Figur eines irregulären Vierecks oder Trapezii als gegeben ſupponiren / welchen man in zwey gleiche Theile doch ſo zu theilen verlanget / daß die Theilungs-Linie FG in der 13 Figur mit der Linie AB parallel lauffe / den Inhalt dieſer Flächen findet man erſtlich nach obiger Anweiſung 365°. 20′. 40″. groß / ſo kommen demnach auf die Helffte und vor einen Theil 182°. 51′. 20″ alsdann ziehet man durch den der Linie AB nächſten Winckel / wie in der Figur / durch den Winckel C, (auch ſo man noch genäuer will /) eine blinde Parallel-Linie EC, und berechnet die Fläche des Vierecks ABCE, die allhier 314°. 80′. 59″. groß / und dann um 132°. 29′. 39″. gröſſer als die Helffte ausmacht / befunden wird / ſo hat man alſo von dieſem Viereck noch ein anderes durch die Linie FG abzuſchneiden / damit das Trapezium ABFG, als die Helffte / accurat übrig bleibe / man muß aber um den Punct F auf der Seiten AC zu finden / die Linien AB, CE und AH, nachdeme aus dem Winckel A auf die Linie CE eine Perpendicular-Linie gezogen

gen worden / meſſen / dern erſte in unſerer Figur 13°. 3′. 4″. die zweyte 19°. 9′. 2″. und die dritte 18°. 9′. 3″. giebet / den halben Inhalt dieſer Flächen / als 182°. 51′. 20″. mit der Länge AH als mit 18°. 9′. 3″. dividiren / den quotum 964 mit der Differenz zwiſchen der Linie AB und CE, nemlich mit 658 Theilen multipliciren / das Productum dupliren / endlich aber dieſes letzte zu dem Quadrato AB addiren / und Radicem quadratam extrahiren / ſo wird der Radix eine Länge von 17°. 4′. 5″. ſeyn / die man von E gegen C in I ſetzet / aus welchem I, die mit BD parallel gezogene Linie BF, in F den verlangten Punct geben muß / aus dem die Linie FG, ſo ſolche mit AB parallel gezogen wird / die Fläche ABCD in zwey gleiche Theile abtheilet.

XIV. Wann ein Feld vorhanden / das 5 ungleiche Seiten hat / und in drey bequeme und nützliche Theile / ſo nemlich die Theilungs-Linien mit einer Umfangs-Linie parallel lauffen / abgetheilet werden ſoll / ſo verfähret man anfänglich wie in den vorhergehenden Satz gelehret worden / als man ſuchet vor das erſte den gantzen Inhalt der vorgegebenen Figur / (vid. Fig. 19.) welche ſich 512°. 66′. und 46″. groß befindet / und vor den dritten Theil 170°. 88′. 82″. giebet / ziehet aus dem nächſten Winckel in E eine blinde Linie EF, die mit AB parallel gehet / und miſſet auf dem Felde die Linie EF, AB, und die aus dem Winckel A auf die Linie EF fallende Perpendicular-Linie AJ, man findet aber / daß EF, 20°. 9′. 4″. AB 15°. 9′. 6″. die Perpendicular-Linie AJ 16°. 8′. 6″. groß ſeye / dieſe Längen dienen um ſo wol den Inhalt

des

des Viereckes ABEF, als den Punct G, aus welchem die mit AB parallel-gezogene Theilung-Linie GH den dritten Theil ABGH von der gantzen Figur accurat abſchneidet / bey dem erſten ergiebet ſich / daß das Viereck ABEF in ſeinem Inhalt 311°.06′.70″. und demnach um 140°. 17′. 88″. mehr als zu dem dritten Theil erfordert wird / austrage / und demnach eine Linie / als GH, um ein merckliches genäuer bey AB, dann EF iſt / ſtehen müſſe / bey den zweyten findet man den Punct G auch mit Beyhülff vorbeſagter Linien / wie oben / man dividiret den dritten Theil mit der Länge AJ, multipliciret den Quotum 1013 mit der Differentz der Seiten AB und EF, nemlich mit 4. 9. 8. dupliret das Productum, das 1008948 giebet / addiret es endlich zu dem Quadrato AB 2541216 und extrahiret aus der Summa 3550164 radicem quadratam, ſo wird dieſe eine Länge / nemlich 18°. 8′. 4′. geben / die man von F in J ſetzet / aus J aber eine Linie mit BC, ſo weit parallel ziehet / biß ſie in G die Linie AE durchſchneidet / aus welchem Punct in G die Linie GH mit AB parallel gezogen werden muß / ſo wird alsdann das Viereck ABGH, den dritten Theil von der gantzen Flächen darſtellen. Wann es möglich iſt / und ſich thun läſſet / daß die Seiten EA und CB ſich hinauswärts verlängern laſſen / und bald in einem Punct / z. E. in M zuſammen lauffen können / ſo iſt es noch leichter auf folgende Art die Linie GH, als nach der vorhergehenden Methode, auszufinden! man ſuchet erſtlich den Inhalt von dem neuen Triangul AMB, addiret zu ſolchen den dritten Theil von der gantzen Fläche / ſo hat man den Triangul GMH, dieſen kan man von dem Triangul EMF, der den Triangul AMB, und

das Viereck ABEF ausmacht / nach der Anweiſung des XII. Satzes leicht abſchneiden / und alſo die Linie GH gar leicht determiniren / es ereignet ſich aber zum öffteſten / daß / wie in unſerm Exempel / die Linien gar zu weit hinaus lauffen / wohin man offt nicht kommen kan / da man ſich dann in dieſem Fall vielmehr der vorigen als dieſer Methode bedienen muß. Was endlich die übrige Eintheilung der fünffſeitigen Figur anlanget / ziehet man aus dem Winckel C eine blinde / und zugleich mit AB parallele Linie CN, ſuchet den Inhalt des Trianguls DCN, wann nun ſolcher gröſſer als der vorgegebene dritte Theil befunden wird / muß man nach Anweiſung des XII. Satzes von dem Triangul DCN noch einige Differentz durch die Theilungs-Linie PQ abſchneiden / alſo / daß ſie gegen D etwas genäuer komme / und dannoch mit AB parallel lauffe / iſt aber der Triangul DCN, wie in unſern Exempel / und zwar hier um 74°. 32′. 61″. kleiner als der dritte Theil von der gantzen Figur ausmacht / muß man ſich wiederum der Regul dieſes Satzes bedienen / um die Linie PQ, die ebenfalls mit AB parallel lauffet / zu finden / durch welche die vierſeitige Figur CMPQ, als die Differentz zwiſchen dem dritten Theil und dem Triangul DCN, nemlich die Summa von 74°. 32′. 61″. abgeſchnitten wird / auf ſolche Weiſe wird man nun die gantze Figur durch die Parallel-Linien GH und PQ in drey gleiche Theile getheilet haben.

XV. Bißhero iſt gelehret worden / wie man durch lauter Parallel-Linien die Felder in nützliche Theile eintheilen könne / nun ſind auch andere Methoden

vorhanden / indeme ſich zuweilen beſondere Caſus ereignen / daß man die Eintheilungen von einem gewieſen Punct / z. E. von einem Brunnen / oder von der Mitten eines Stuck Landes / das nicht zum beſten / an welchen jeder Beſitzer Theil haben ſoll / vorzunehmen hat / wir finden aber bey dergleichen Arten dreyerley Vorſtellungen / erſtlich / da die Theilung aus einem Winckel / zum zweyten aus einem Punct einer Umfangs-Linie / zum dritten aus einen Punct innerhalb der vorgegebenen Fläche geſchehen kan / welche auch in beliebter Kürtze in folgenden dargethan werden ſollen.

XVI. Bey der Triangular-Figur iſt die Theilung aus einem Winckel in gewiſſe Theile gar leicht / es ſeye zum Exempel in der 8ten Figur der Triangul ABC und in A der Winckel / aus welchem die Theilung in drey gleiche Theile anzuſtellen / man miſſet nemlich die gegenüberſtehende Seiten BC, und findet / daß ſolche 20°. 3′. 4″. groß ſeye / dieſe Gröſſe theilet man nun in drey gleiche Theile / ſo werden auf einen Theil 6°. 7′. 8″. kommen / miſſet nach einen ſolchen Theil von B in D, und von D in E und ziehet die Theilungs-Linien von A auf D und E, ſo wird der Triangul in die verlangte gleiche Theile getheilet ſeyn.

XVII. Wann ein Feld von einem irregulären Viereck nach der 14 Figur gegeben / und in zwey gleiche Theile aus dem Winckel A zu theilen verlanget wird / muß man erſtlich deſſen Inhalt berechnen / welcher in beſagter Figur 365°. 02′. und 40″. die Helffte aber davon 182°. 31′. 20″. giebet / man findet aber daß der Triangul ACD, der durch die von A in D ge-

zogene Linie formiret wird / 205°. 55′. 04″. groß ſeye/ und demnach die Helffte um 23°. 47′. 84″. über-treffe/ ſo hat man demnach von dem △ ACD noch einen kleinen Triangul ADE von 23°. 47′. 84″. abzuſchneiden / welcher auf folgende Art determiniret wird / indeme man deſſen Baſin DE nach dieſer Analogia ausfindet; ſchlieſſend: gleichwie ſich der Inhalt des Trianguls ACD 205°. 55′. 04″. verhält gegen der Linie CD 21°. 6′. 2″. ſo verhält ſich der Triangul ADE 23°. 47′. 84″. gegen der Linie DE von 2°. 4′. 6½″. welche Länge man endlich von D in E ſetzet / und von A in E eine Linie ziehet/ ſo wird die vorgegebene Figur aus dem Winckel A in zwey gleiche Theile abgetheilet ſeyn.

XVIII. Die Theilung eines Feldes/ das aus einem irregulären Fünffeck beſtehet/ kan ebenfalls wie bey dem vorhergehenden / aus einem Winckel in die verlangte Theile vorgenommen werden/ es diene Z. E. das obige Fünffeck/ welches aus dem Punct A in drey gleiche Theil zu theilen/ man ziehet erſtlich aus A (vid. Fig. 20.) auf die zwey gegenüberſtehende Winckel C und D zwey blinde Linien/ woraus drey Triangula ABC, ACD und AEB entſtehen/ berechnet dern Inhalt / und findet / daß ABC 177°. 73′. 60″. ACD 254°. 88′. 81″/ AED 80°. 04′. 05″/ und demnach die gantze Area, wie oben in dem XIV. Satz / 512°. 66′. und 46″. ausmache / weilen nun auf den dritten Theil 170°. 88′. 82″. kommen/ ſo folget / daß die Triangul ABC von 177°. 73′. 60″. noch um 6°. 92′. 98″. zu groß / und alſo ein Triangul von dieſem wenigen Inhalt davon abzuſchneiden ſeye/ welches nach der

An-

Anweiſung des vorhergehenden Satzes verrichtet werden muß / da man wieder den Schluß machet: Gleichwie ſich der Triangul ABC 177°. 75′. 60″. verhält gegen der Seiten BC 21°. 8′. 2″ / ſo verhält ſich der Triangul ACF 6°. 92′. 98″. gegen der Baſi CF von 1′. 5″ / auf dieſes F ziehet man nun aus A die Linie AF, ſo wird der Triangul ABF den erſten dritten Theil geben / alsdann addiret man den Triangul ACF zu dem Triangul ACD, ſubtrahiret von dern Summa / die 261°. 81′. 79″. giebet / den obbemeldten dritten Theil / ſo werden noch 90°. 92′. 97″. übrig bleiben / die bey einem Triangul ADG von dem Triangul ACD gegen der Seiten AD nach der vorhergehenden Methode abzuſchneiden ſind / da man wieder nach der obigen Analogie procediret / ſagend: Gleichwie ſich der Triangul ACD 254°. 88′. 81″. verhält gegen der Seiten DC, 17°. 9′. 2″. ſo verhält ſich der Triangul ADG 90°. 92′. 97″. gegen der Seiten DG von 6°. 3′. 9″. auf welches G man wiederum aus A eine Linie ziehet / ſo wird die gantze vorgegebene Figur / nach der Theilung in drey gleiche Theile ihre Richtigkeit haben.

XIX. Wann der Punct auf der Seiten eines Dreyeckes gegeben wird / aus welchem die Eintheilung in gewiſſe Theile / zum Exempel / nach der 9ten Figur aus D in drey gleiche Theile anzuſtellen seye / ſo berechnet man erſtlich den Inhalt / welcher nach dem XII. Satz / weil wir einerley Figur behalten / 190°. 68′. 75″ / der dritte Theil aber 63°. 56′. 25″. giebet / ziehet von D auf den gegenüberſtehenden Winckel C eine gerade Linie DC, und berechnet den Inhalt des

Trianguls DBC, der nach der Figur nur 46°. 37′. 52″. groß/ und alſo um 17°. 18′. 73″. kleiner / als der dritte Theil befunden wird / ſo muß man demnach von dem Triangul DAC noch einen ſolchen kleinen Triangul, nemlich DEC abſchneiden, indeme man wiederum deſſen Baſin CE ſuchet / ſchlieſſend: Gleichwie ſich der Triangul DAC, 144°. 31′. 23″. verhält gegen ſeiner Baſi AC 24°. 1′. 0″. ſo verhält ſich der Triangul DEC 17°. 18′. 73″. gegen der Baſi CE von 2°. 8′. 7″. da man dann dieſe Linie von C in E ſetzet / eine andere Linie aber von D in E ziehet / ſo wird die vierſeitige Figur DBCE den dritten Theil von dem gantzen Triangul ABC geben/ die übrige 2 dritte Theile findet man gar leicht / dann man theilet nur nach Anleitung des XVI. Satzes die Linie AE bey F in zwey gleiche Theile / ziehet wiederum aus D in F eine gerade Linie/ ſo werden die Linien DE und DF das vorgegebene Dreyeck aus D in drey gleiche Theile theilen. Wann aber der Triangul DBC gröſſer dann der dritte Theil von der gantzen Figur wäre / und zwar / daß er nach der 10. Figur 94°. 78′. 44″. und demnach 31°. 22′. 19″. mehr als ein ſolch beſagter Theil in ſich hielte/ müſſte man noch von dem Triangul BDC einen Triangul DCE abſchneiden/ da man wiederum deſſen Baſin CE, determinirte/ ſagend: Gleichwie ſich der Triangul DBC 94°. 78′. 44″. verhält gegen der Baſi BC 20°. 3′. 4″. ſo verhält ſich der Triangul DCE 31°. 22′. 19″. gegen der Baſi CE von 6°. 6′. 9″. welche von C in E geſetzet/ den Punct in E giebet / auf den die von D in E gezogene Linie den dritten Theil von der Figur abſchneidet. Ferner ſubtrahiret man den Inhalt des

Trian-

Trianguls DCE 31°. 22′. 19″. von dem dritten Theil 63°. 56′. 25″. ab / ſo bleiben 32°. 34′. 06″. übrig/ die man von dem Triangul DAC abſchneidet / da nemlich wiederum ſeine Baſis CF nach der bekannten Analogie ausgefunden wird / ſagend: Gleichwie ſich der Triangul DAC 95°. 90′. 31″. verhält gegen der Baſi AC 24°. 1′. 0″ / ſo verhält ſich der Triangul DCF, 32°. 34′. 06″. gegen der Baſi CF von 8°. 1′. 2″. die man aus der Scala von C in F ſetzet/ ſo wird dann auch die Linie DF die Theilungen bey ihrem Durchſchnitt gantz accurat darlegen.

XX. Die Theilung eines irregulären Vierecks kan aus einem Punct / der auf einer Umfangs-Linie ſich befindet/nach Anleitung des vorhergehenden Satzes gar leicht in die verlangte Theile geſchehen / geſetzt/ es ſeye nach der 15 Figur der Punct auf der Linie AG in E gegeben / aus welchem ſolche Figur in 2 gleiche Theile getheilet werden ſoll / man ziehet erſtlich eine Linie aus E in den Winckel D und berechnet den Triangul CED, der in ſeinem Inhalt 76°. 08′. 84″. ausmacht / weil nun dieſe nicht ſo viel als der dritte Theil/ der 182°. 51′. 20″. groß ſeyn muß/ geben/ ſo formiret man aus E noch einen andern Triangul, nemlich BED und befindet aus der Berechnung den Inhalt von 211°. 85′. 28″ / ziehet alsdann den Uberreſt oder die Differentz zwiſchen dem Triangul CED und dem dritten Theil / als 106°. 42′. 36″. von BED ab/ ſo werden 105°. 42′. 92″. von dem Triangul BEF übrig bleiben/ da man jene in einem Triangul DEF davon abſchneidet / indeme man deſſen Baſin DF nach der bekannten Analogie findet/und alſo den Schluß machet; Gleichwie

wie ſich der Triangul BED 211°. 85′. 28″. verhält ge-
gen BD 24°. 5′. 2″. ſo verhält ſich der Triangul EDF
106°. 42′. 36″. gegen der Baſi DF von 12°. 6′. 9″.
welche Gröſſe man endlich von D in F ſetzet / oder ſo
man aus B den Punct F determiniren wolte / ſchlieſſet
man / gleichwie ſich der Triangul BED 211°. 85′. 28″.
verhält gegen BD 24°. 5′. 2″ / ſo verhält ſich der Tri-
angul BEF 105°. 42′. 92″. gegen der Linie BF, von
12°. 2′. 2″. die man von B in F ſetzet / ſo wird man
ebenfalls den Punct F haben / auf den man endlich aus
E in F eine Linie ziehet / durch welche die vierſeitige Fi-
gur in die zwey verlangte gleiche Theile getheilet wird.
Solte aber der Triangul CED gröſſer dann die Helff-
te von dem Inhalt der gantzen Figur ſeyn / wie derglei-
chen ſich in der 16. Figur zeiget / muß man wiederum
den Triangul CED ausrechnen / und die beſagte Helf-
te davon abziehen / weil nun in dieſem Exempel der
Triangul CED 193°. 18′. 56″. die Helffte aber 182°.
51′. 20″. giebet / ſo folget / daß noch von CED ein
kleiner Triangul EDF von 10°. 67′. 36″. abzu-
ziehen ſeye / welchen man / wie die vorigen findet / da
man die gewöhnliche Analogie zu Hülffe nimmt /
ſchlieſſend: Gleichwie ſich der Triangul CED 193°.
18′. 56″. verhält gegen der Baſi CD, 21°. 6′. 2″. ſo
verhält ſich der kleine Triangul DEF 10°. 67′. 36″.
gegen der Baſi DF von 1°. 1′. 9″. die man von D in F
ſetzet / ſo wird die von E in F gezogene Linie EF die Fi-
gur in zwey gleiche Theile durchſchneiden.

XXI. Wann ferner der Punct / aus dem die Thei-
lung in gewiſſe Theile vorgenommen werden ſoll / auf
der Seiten eines Fünffeckes vorgegeben wird / ſo zie-

het man aus ſolchem auf die gegenüberſtehende Winckel/ wie in dem XVIII. Satz gelehret worden blinde Linien/ und theilet dardurch die gantze Figur in verſchiedene Triangul, gleichwie in der 21. Figur zu erſehen / wir finden aber in dieſer / daß/ da nemlich aus F, als dem Theilungs-Punct vor die Theilung in drey gleiche Theile blinde Linien auf die Winckel E.D.C. gezogen werden/ 4 Triangul ſich zeigen/ von welchen der erſte AEF nach der Berechnung (das hier ebenfalls zum Fundament erfordert wird) 74°. 24'. 82''/ der zweyte DEF, 137°. 93'. 14''/ der dritte CDF 214°. 78'. 30'' / und die vierdte BCF 85°. 70'. 20''. und alſo aller dieſer Triangul Summa/wie oben/ 512°. 66'. 46''. der dritte Theil aber 170°. 88'. 82''. in ſich hält/ wann nun der Inhalt ſeine Richtigkeit hat / ſo iſt alsdann zu examiniren / weil der △ AEF vor den dritten Theil viel zu klein/ wie viel man annoch von dem Triangul DEF abzuſchneiden habe/es findet ſich aber ſolches nach der Subtraction der 74°. 24'. 82''. von dem beſagten dritten Theil/ da die Differenz 96°. 64'. 00''. groß iſt / die man alsdann von dem Triangul DEF bey dem Triangul EFG abzuſchneiden hat/ da nemlich wiederum nach der bekannten Proportion die Baſis EG geſuchet wird / ſagend: Gleichwie ſich der Triangul DEF 137°. 93'. 14''. verhält gegen der Seiten DE 16°. 7'. 4''. ſo verhält ſich der Triangul EFG 96°. 64'. 00''. gegen der Seiten EG von 11°. 7'. 2'' / die man aus der Scala von E in G ſtellen muß/ ſo wird die Linie aus F in G den erſten verlangten Theil / als das Trapezium AEGF geben. Um den andern Theil zu finden/ ziehet man den Triangul EFG 96°. 64'. 00''.

von

von dem Triangul DEF als von 137°. 93′. 14″. ab/ weil nun der Reſt/ nemlich der Triangul DFG noch lang nicht den behörigen dritten Theil ausmacht/ indeme er nur 41°. 29′. 14″. giebet/ ſo hat man annoch die Differenz zwiſchen dieſem und dem dritten Theil/ nemlich 129°. 59′. 68″. bey dem Triangul DFH von dem Triangul DFC abzuſchneiden/ da man die Baſin DH wiederum/ wie öffters gelehret worden/ nach der bekannten Proportion determiniret/ und den Schluß machet: Gleichwie ſich der Inhalt der Trianguls CDF 214°. 78′. 30″. verhält gegen der Linie CD 17°. 8′. 4″. ſo verhält ſich der Inhalt des Trianguls DFH, 129°. 59′. 68″ gegen der Baſi DH von 10°. 1′. 6″. die man dann aus D in H ſtellet/ ſo wird durch die Linie DH die übrige Theilung auch behörig ausgefunden ſeyn.

XXII. Was endlich den letzten Caſum betrifft/ da der Theilungs-Punct in der Area einer vorgegebenen Figur nach Belieben/ oder auch nach Beſchaffenheit eines Umſtandes gegeben wird/ ſo kan man aus ſolchem eine Linie entweder auf einen Winckel/ oder auf einen beliebigen Punct/ der auf einer Seiten der Figur zu finden/ zum Fundament ziehen/ wir wollen erſtlich den obigen Triangul in der 11. Figur zum Exempel nehmen/ in dieſem ſeye D der Theilungs-Punct/ die Linie zum Fundament DA, die von D in den Winckel A gezogen wird/ und dann von D in C eine andere/ man berechnet erſtlich den Triangul ADC nach ſeinem Inhalt/ weil nun ſolcher 76°. 87′. 90″. giebet/ und der Inhalt der gantzen Figur ABC 190°. 68′. 75″. und demnach der dritte Theil 63°. 56′. 25″. nach

dem

dem obigen beträget / ſo iſt leicht zu erſehen / daß der Triangul DAC noch um 13°. 31′. 65″. mehr ausmache/dahero dañ auch ſolche bey dem Triangul CDE nach der offtbemeldten Analogie noch abzuſchneiden ſind/ da man die Baſin CE 4°. 1′. 7″. groß befindet / worauf man von D in E eine Linie ziehet / ſo wird in dem Triangul ADE der dritte Theil übrig bleiben. Man ziehet ferner um die übrigen Eintheilungen zu erlangen eine Linie von D in B, und berechnet den Triangul BDC, welcher 49°. 62′. 96″. giebet/ zu dieſem addiret man den kleinen Triangul CDE 13°. 31′. 65″. ſo wird die Summa 62°. 94′. 61″. austragen / welche in dieſem Exempel dem dritten Theil gar nahe beykommet / indeme nicht mehr dann nur 61′. 64″. fehlen / die man von dem Triangul BAD nach der bekannten Methode bey dem gar kleinen Triangul BDF abzuſchneiden hat/ ſo werden alsdann von D an durch die Linien DA, DE, DF, der vorgegebene Triangul ABC in die verlangte drey gleiche Theile getheilet ſeyn. Wolte man aber den Anfang von der Theilung nicht von einer aus D in den Winckel gezogenen Linie/ ſondern viel lieber von einer aus D auf einen beliebigen Punct / zum Exempel / auf den Punct E der Seiten AC in der 12. Figur machen/ ſo berechnet man erſtlich den Triangul CDE, der 38°. 33′. 68″. groß befunden wird/in Anſehung aber des dritten Theils/ ſo 63°. 56′. 25″. giebet / noch um 25°. 22′. 57″. zu klein iſt/ dahero man noch von dem Triangul BCD einen kleinern von jenem Inhalt / nemlich CDF abſchneiden muß / von dem die Baſis CF nach der bekannten Anweiſung 10°. 3′. 4″. groß befunden wird / die man

von C in F ſetzet / ſo wird dann die vierſeitige Figur CEDF den verlangten erſten dritten Theil geben. Ferner ziehet man den Triangul CDF von BCD, als dem oben berechneten Triangul, ſo 49°. 62′. 96″. gegeben / ab / ſo bleiben vor den Triangul BDF noch 24°. 40′. 39″. übrig / weilen aber der dritte Theil noch ein mehrers erfordert / ſo muß man was noch darüber iſt / nemlich 39°. 15′. 86″. von dem Triangul ABD als von 70°. 49′. 52″. bey dem Triangul BDG abſchneiden / deſſen Baſis BG 10°. 9′. 5″. giebet / ſo wird alsdann durch die drey Theilungs-Linien aus D, nemlich durch DE, DF, DG die vorgegebene dreyſeitige Figur in drey gleiche Theile getheilet seyn.

XXIII. Ein irreguläres Viereck kan / wann ein Punct in deſſelben Flächen entweder nach Belieben genommen / oder mit Fleiß gegeben / und von dar auf einen Winckel zum Anfang der Theilung gezogen wird / nach Anleitung des vorhergehenden Satzes gleichfalls in einige Theile getheilet werden. Es seye zum Exempel die 17. Figur / die aus dem Punct E in zwey gleiche Theile zu theilen / dabey die Linie DE zum Fundament dienen ſoll / man berechnet aber in beſagter Figur den Triangul CED, ACE und AEB, von welchen der erſte 106°. 37′. 04″. der zweyte 70°. 03′. 84″. der dritte 72°. 30′. 88″. ausmacht / dieſer wird ebenfalls zu wiſſen erfordert / weil die zwey erſten nicht gar die Helffte / als 182°. 51′. 20″. geben / indeme noch 3°. 10′. 29″. daran fehlen / man muß demnach noch einen gar kleinen Triangul AEF von dem dritten AEB abziehen / und die Linie von E in F beſchreiben / ſo wird die vorgegebene Figur durch die Linien AE und

ED

ED in zwey gleiche Theile abgetheilet werden. Will man dieſe Figur vielmehr in zwey nützlichere und bequemere Stücke eintheilen / ſo iſt es vonnöthen / daß man den Anfang von E (vid. Fig. 18.) auf eine Seiten hinaus / als auf F nehme / alsdann berechnet man die Triangul EFD, CED, und ACE, wir finden aber / daß EFD 58°. 63′. 12″. nach dem obigen aber CED 106°. 37. 04″. und AEC 73°. 03′. 84″. groß ſeyen / man addiret ferner die beede erſte Triangul zuſammen / die 165°. 00′. 16″. geben / und demnach noch biß auf die Helffte um 17°. 15′. 4′. zu klein ſind / ſolchen Uberreſt ſchneidet man noch von dem Triangul ACE ab / ſo wird die Figur in zwey gleiche nützlichere Theile durch die Linien GE, EF abgetheilet werden.

XXIV. Wann zum letzten eine fünffeckichte Figur / und in ſelbiger ein Punct / aus dem die Theilung angeſtellet werden ſoll / nach Belieben gegeben wird / ſo kan man auch dieſe in die verlangte Theile eintheilen. Wir nehmen zum Exempel die letzte Figur / die gar leicht in drey gleiche Theile nach Anleitung des vorhergehenden Satzes getheilet werden mag / und erwählen zum Anfang aus F die Linie FG, man berechnet von dar zum erſten den Triangul FGB, alsdann BFC, von welchen jener 73°. 12′. 74″. dieſer 119°. 90′. 24″. zuſammen aber 193°. 02′. 98″. geben / weilen nun der dritte Theil nur 170°. 88′. 82″. ausmacht / ſo folget / daß der Triangul BFC um 22°. 14′. 16″. bey dem Triangul FCH zu groß ſeye / dahero dann CH, wie bekannt / zu finden / damit FH determiniret werden möge / ſo wird dann FGBH den erſten

dritten Theil geben. Man berechnet ferner den Tri-
gul CDF und EFD, jener giebet 106°. 54'. 24". die-
ſer aber 78°. 06'. 88". addiret den Triangul FHI
22°. 14'. 16". zu CDF 106°. 54'. 24". weil nun ſol-
che Summa 128°. 68'. 40". hingegen der dritte Theil
170°. 88'. 82". ausmacht / ſo iſt leicht zu erſehen/ daß
dern Differentz / nemlich 42°. 20'. 42". von dem Tri-
angul EFD bey dem Triangul DIF noch abzuziehen
ſeye / dahero man dann die Baſin ID nach der bekann-
ten Analogie wiederum auszufinden hat/ die man von
D in I ſtellet/ auf dern Ende aber von F mit einer Li-
nie in I terminiret / ſo werden alsdann die Linien FG
FH, FI die gantze Figur in drey gleiche Theile abthei-
len. So viel wäre nun / was auch die Eintheilung
der 3. 4. und mehr ſeitigen Figuren in zwey und meh-
rere Theile anlanget/ wobey noch dieſes zum Beſchluß
zu erinnern / daß man alle Linien / ſo viel in einer Fi-
gur zu wiſſen vonnöthen ſind/ auf dem Felde gantz ac-
curat vorhero abmeſſe / damit man alsdann die Thei-
lungen um deſto richtiger vorſtellen / und demnach ei-
nem jeden das Seinige / wie es erfordert wird/
behörig zueignen möge.

E N D E.

𝔄

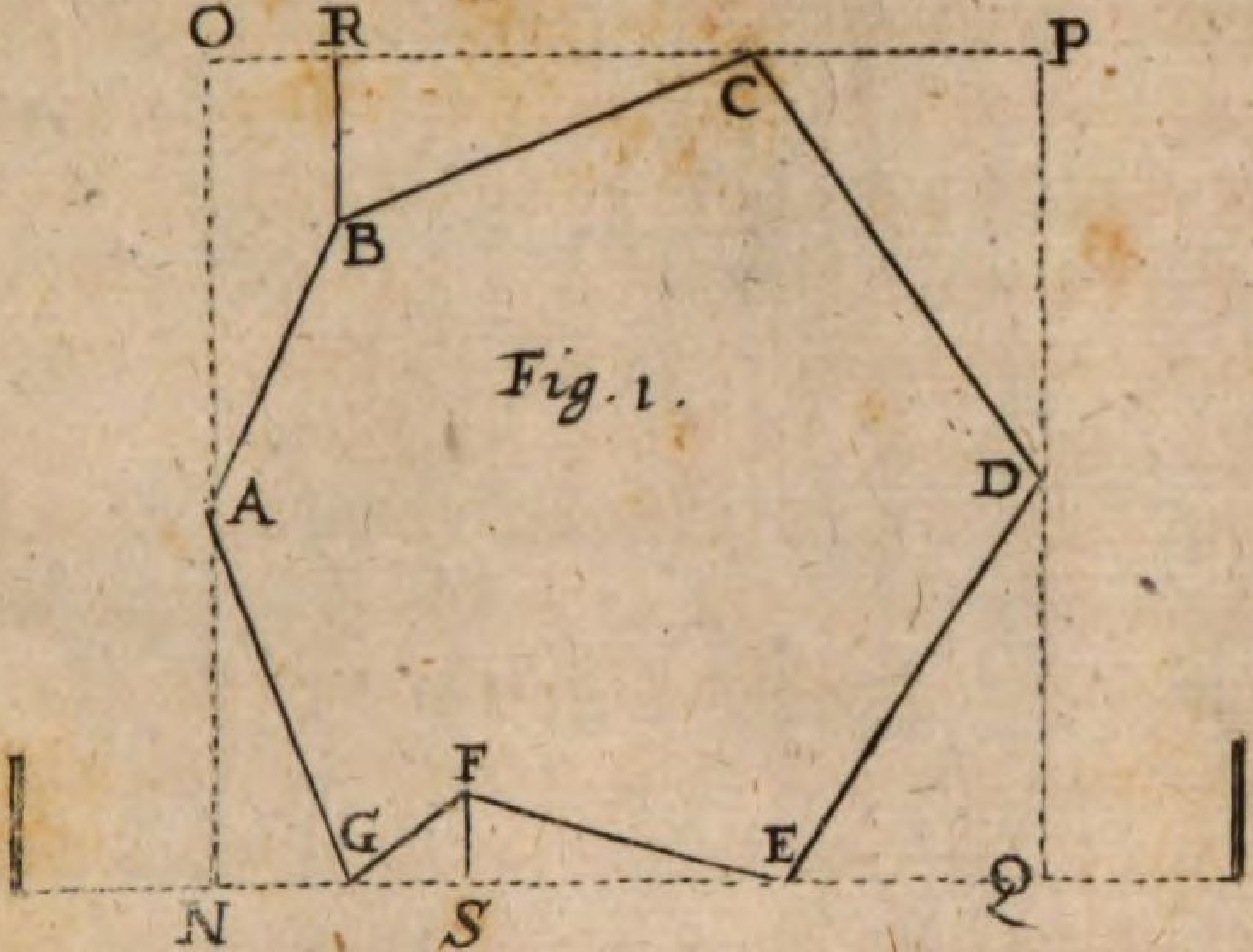


Fig. 1.

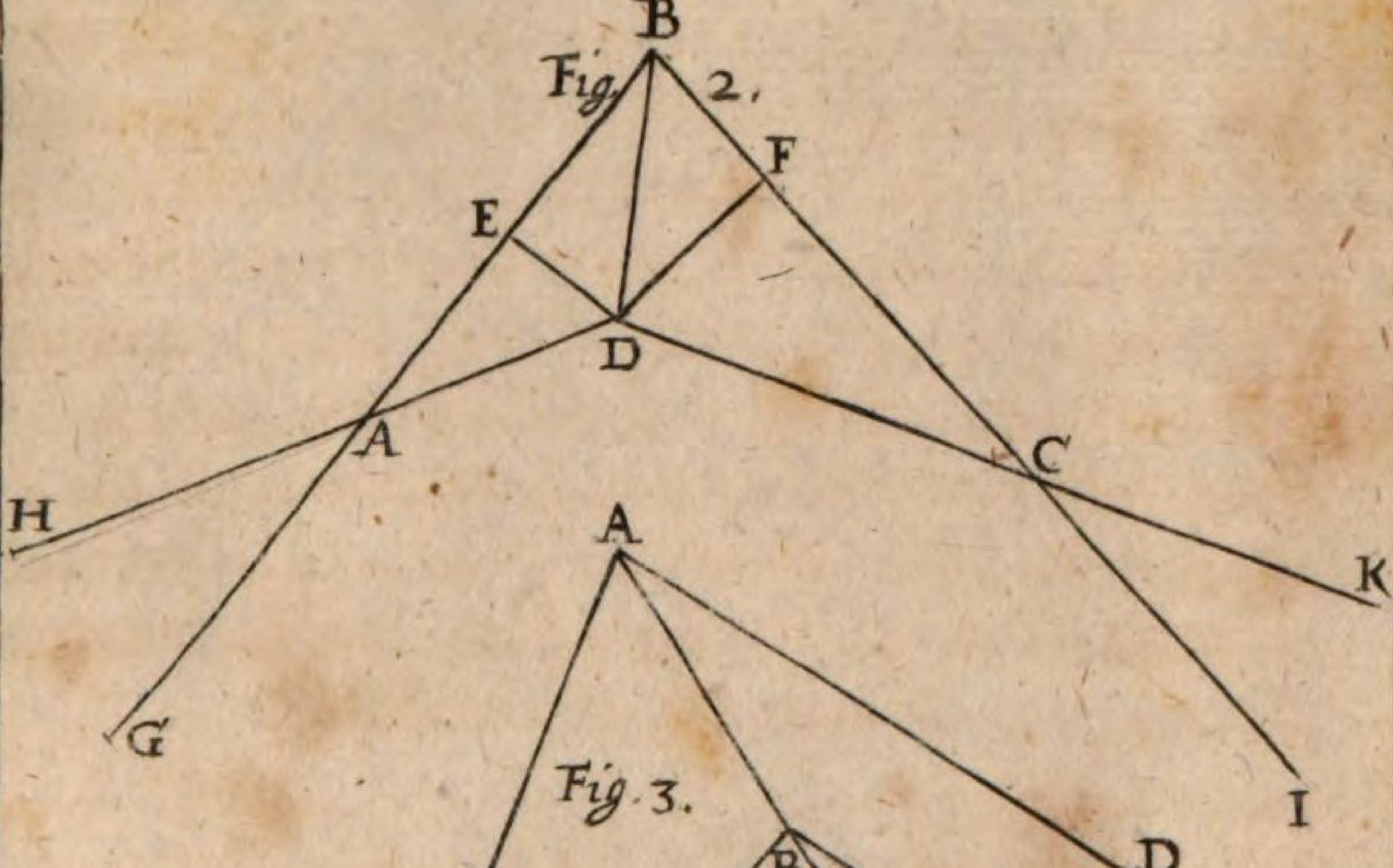


Fig. 2.

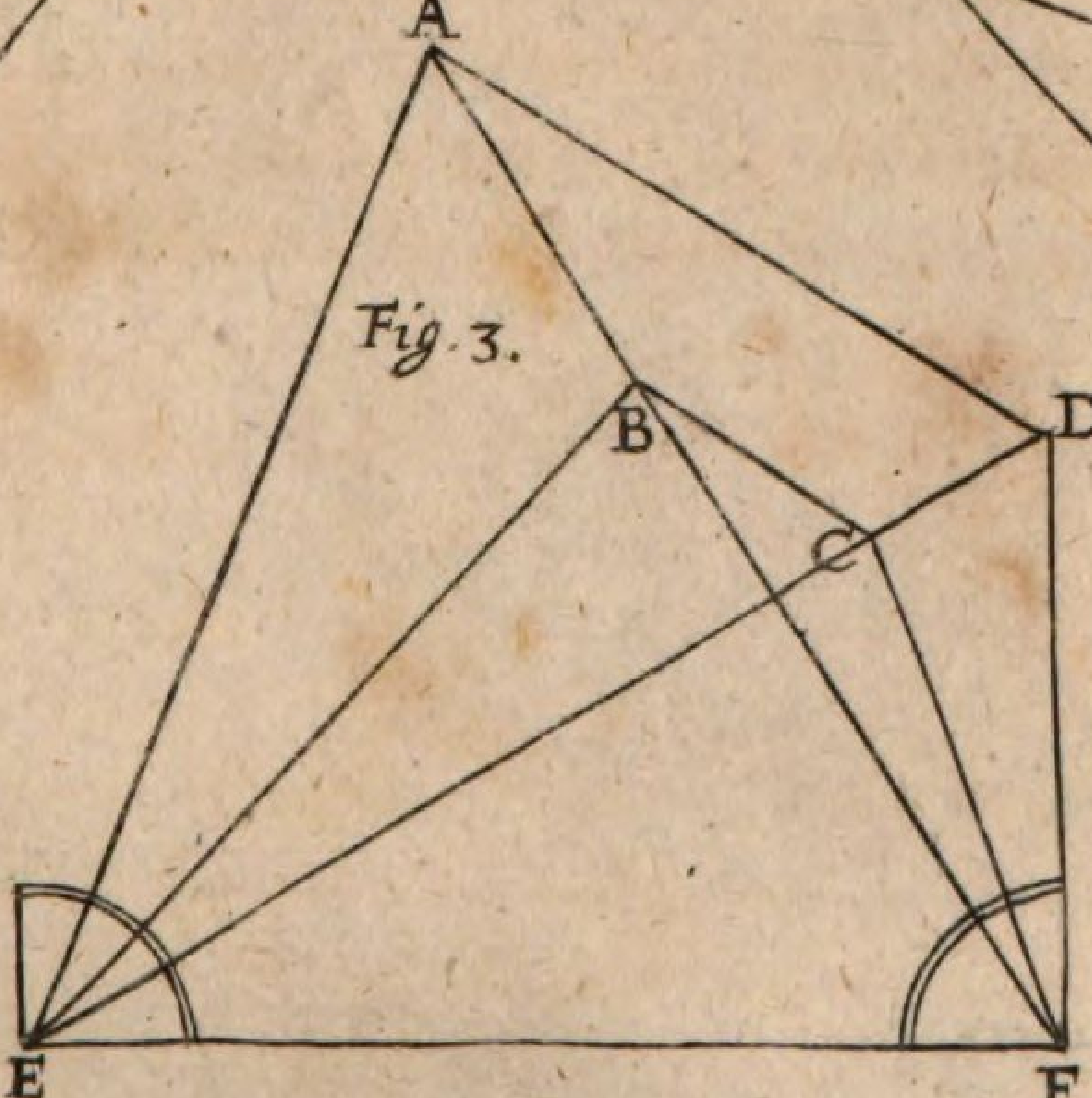
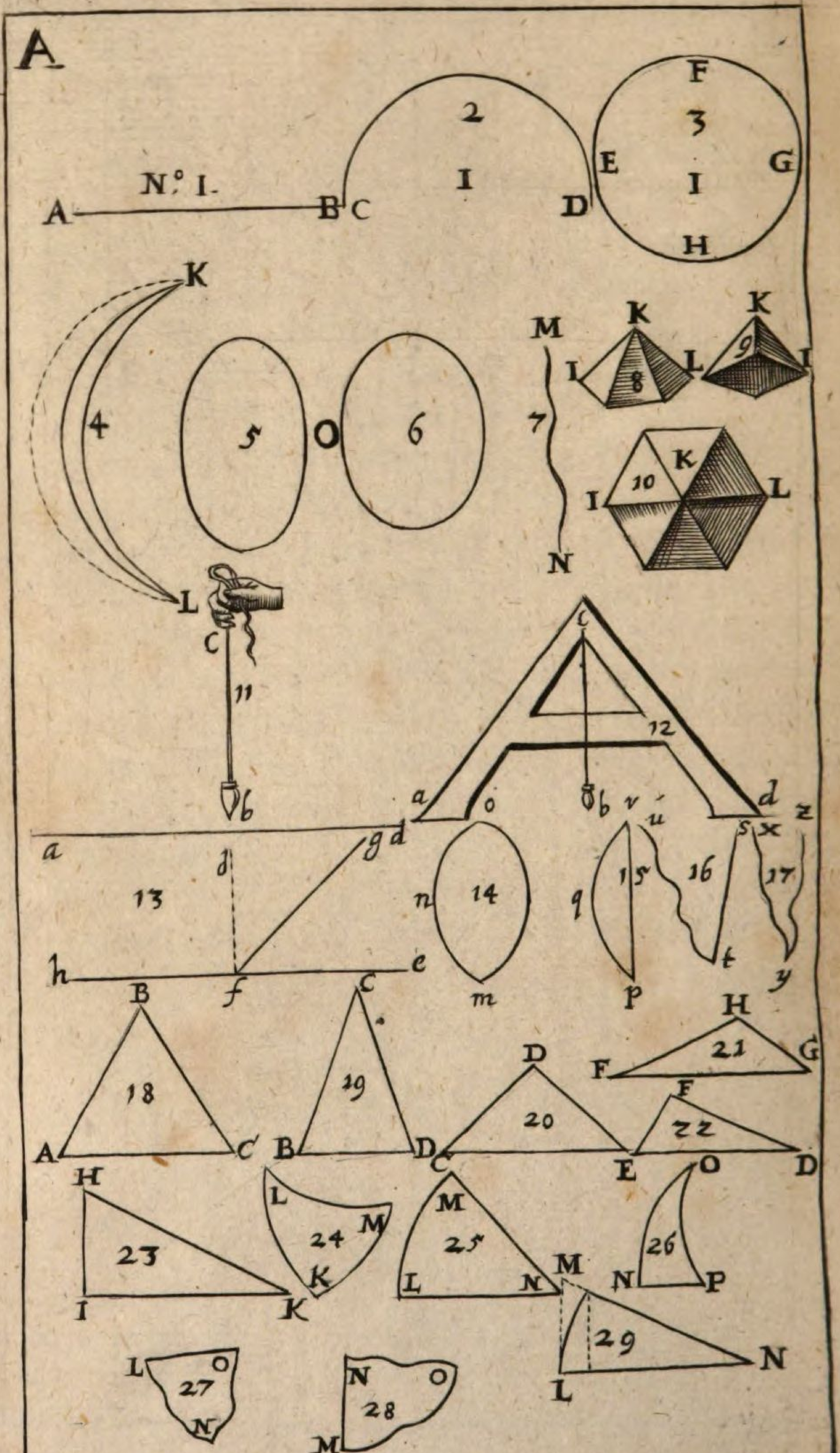
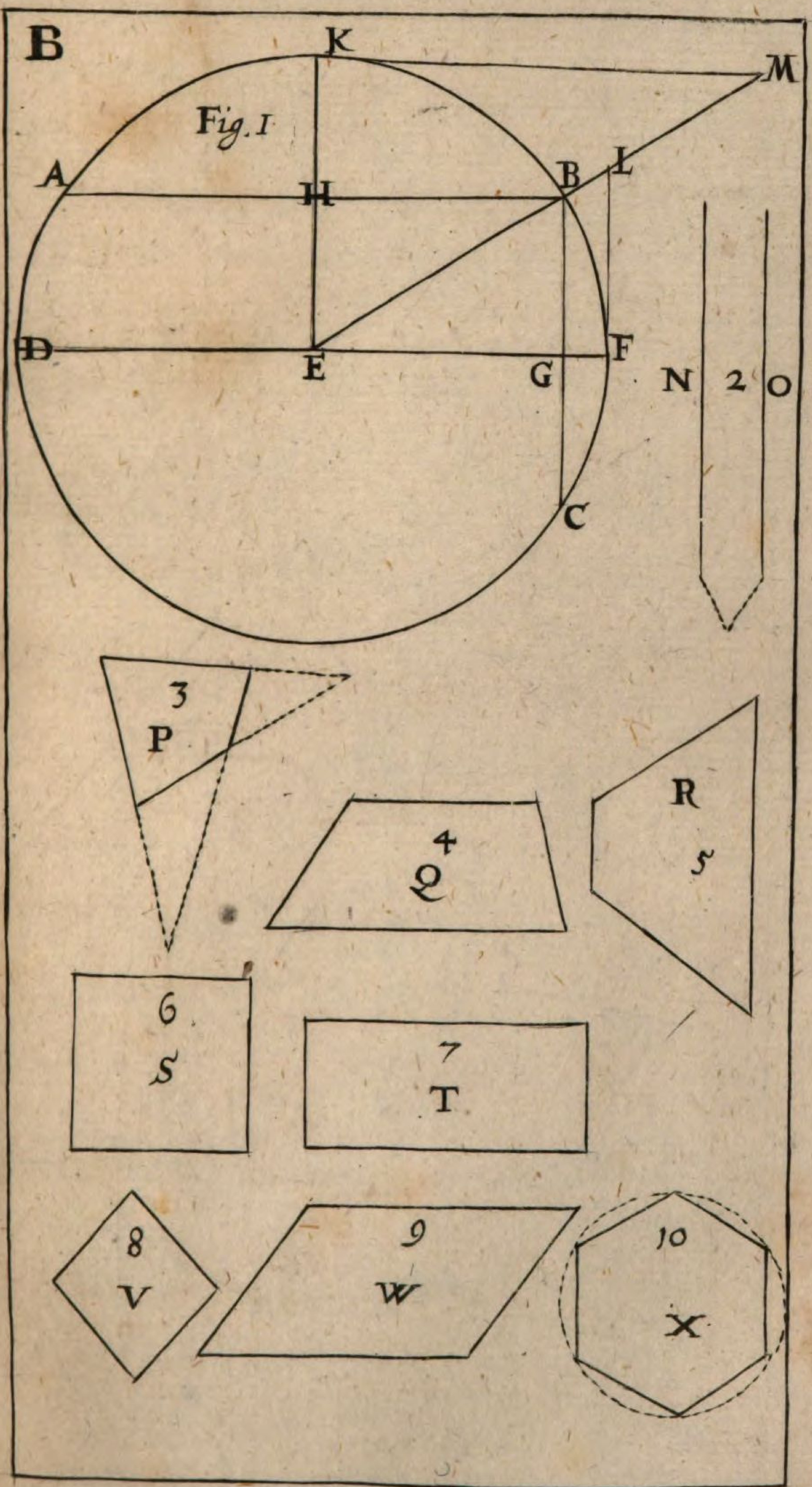
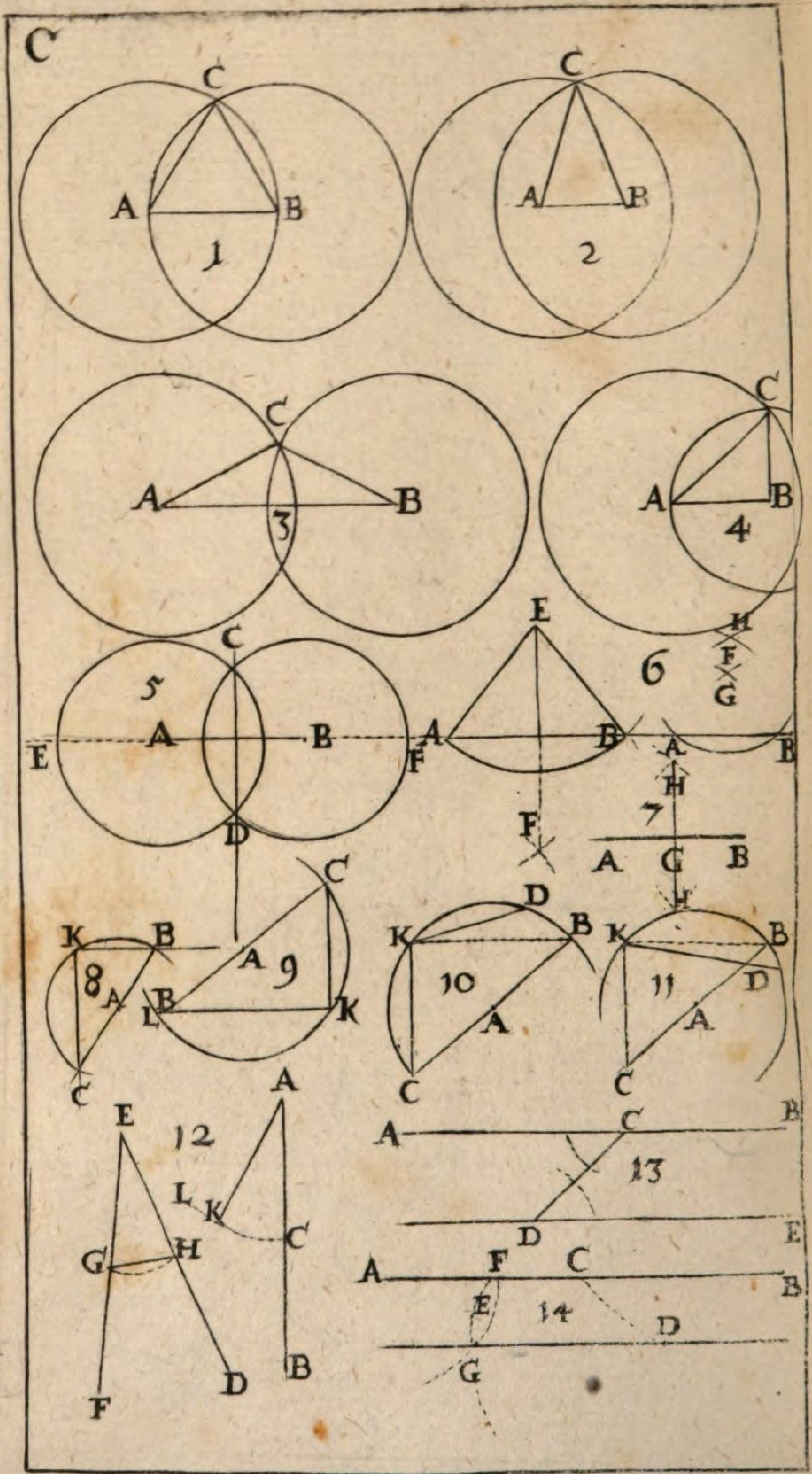


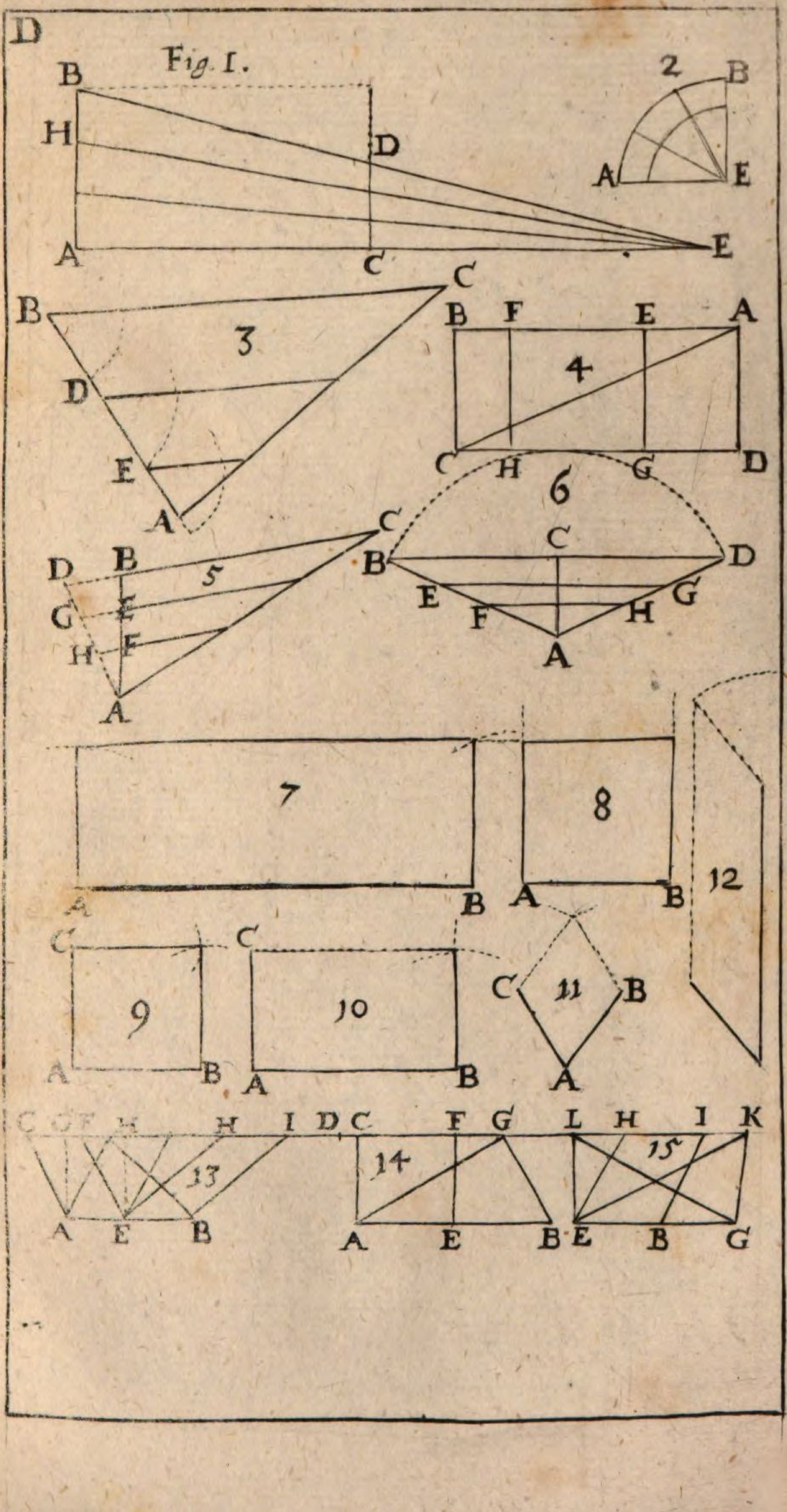
Fig. 3.

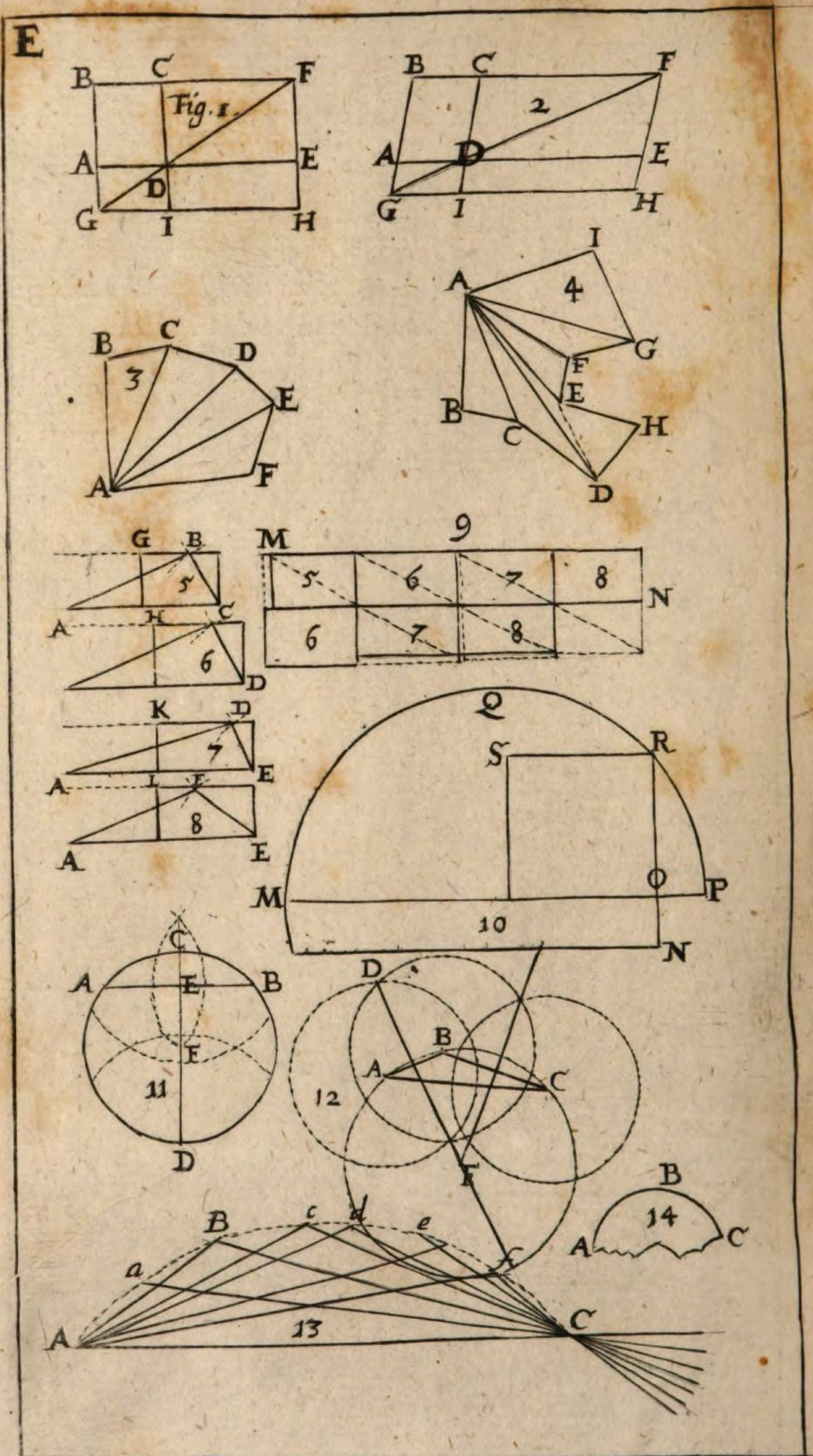


A
N.° I.
A B C D
2
I
F
3
I
E G H
K L
4
5
O
6
M
7
N
K I L
8
9
10
c
11
b
12
a o b v u d z
a d g
13
h f e
14
n m
15
q p
16
s t
x
17
y
B
18
A C
C
19
B D
D
20
C E
H
21
F G
F
22
E D
H
23
I K
L M
24
K
M
25
L N
O
26
N P
M
29
L N
L O
27
N
N O
28
M

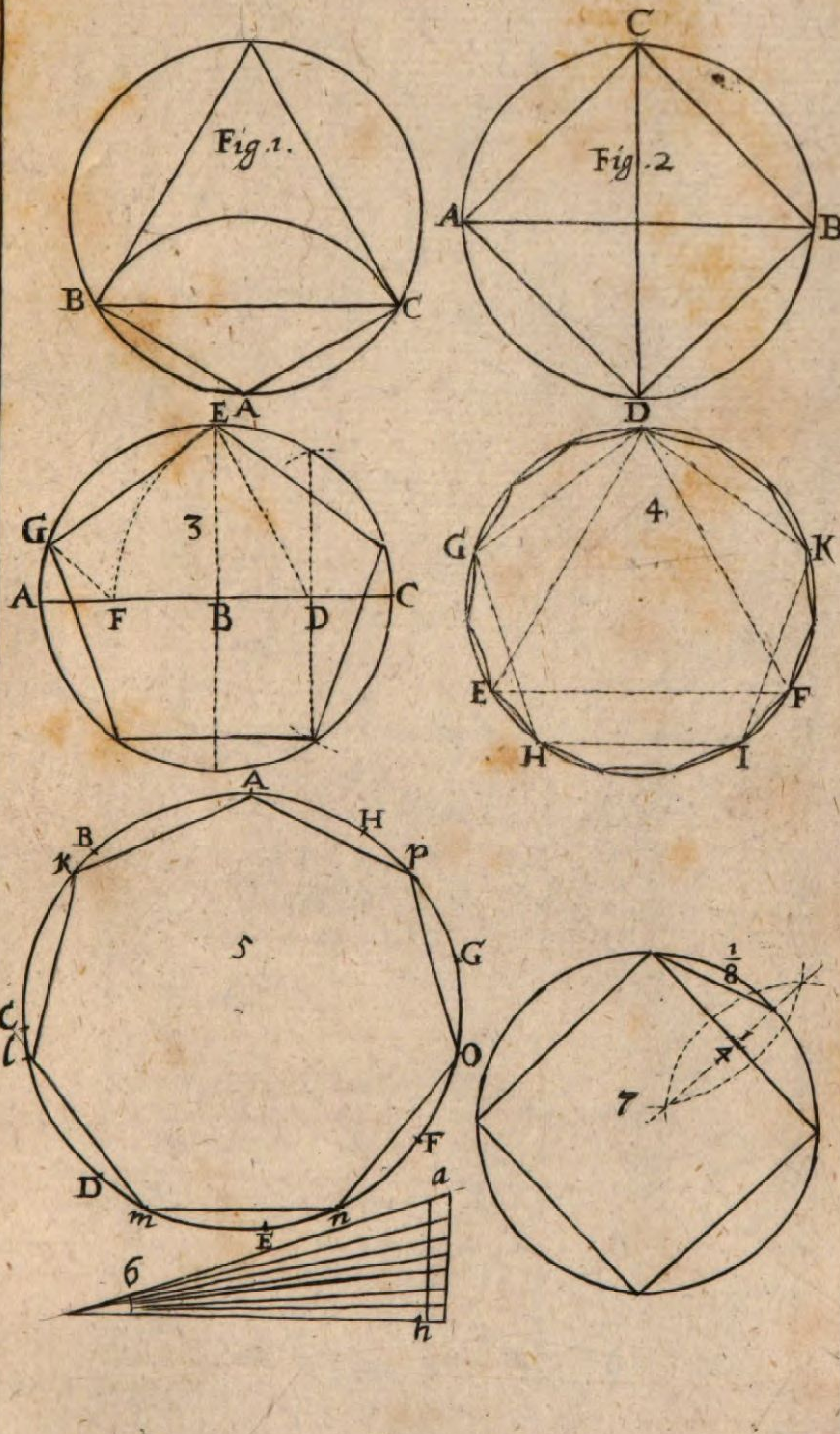

B
K
M
Fig. 1
A
H
B
L
D
E
G
F
C
N
2
O
3
P
R
4
Q
5
6
S
7
T
8
V
9
W
10
X


C
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14


D
Fig. I.
B H D A C E
2 B A E
3 B C D E A
4 B F E A C H G D
5 D B C G E H F A
6 C B D E F G H A
7 A B
8 A B
12
9 C A B
10 C A B
11 C B A
13 C F H H I D A E B
14 C F G A E B
15 L H I K E B G


E
B C F Fig. 1. A E D G I H
B C F 2 A D E G I H
B C D 3 E A F
A I 4 G F E B H C D
G B 5 A H C 6 D
M 9 N 5 6 7 8 6 7 8
K D 7 A E L F 8 A E
Q S R O P M 10 N
C A E B F 11 D
D B A C 12 F f
B c d e a A 13 C
B 14 A C

F



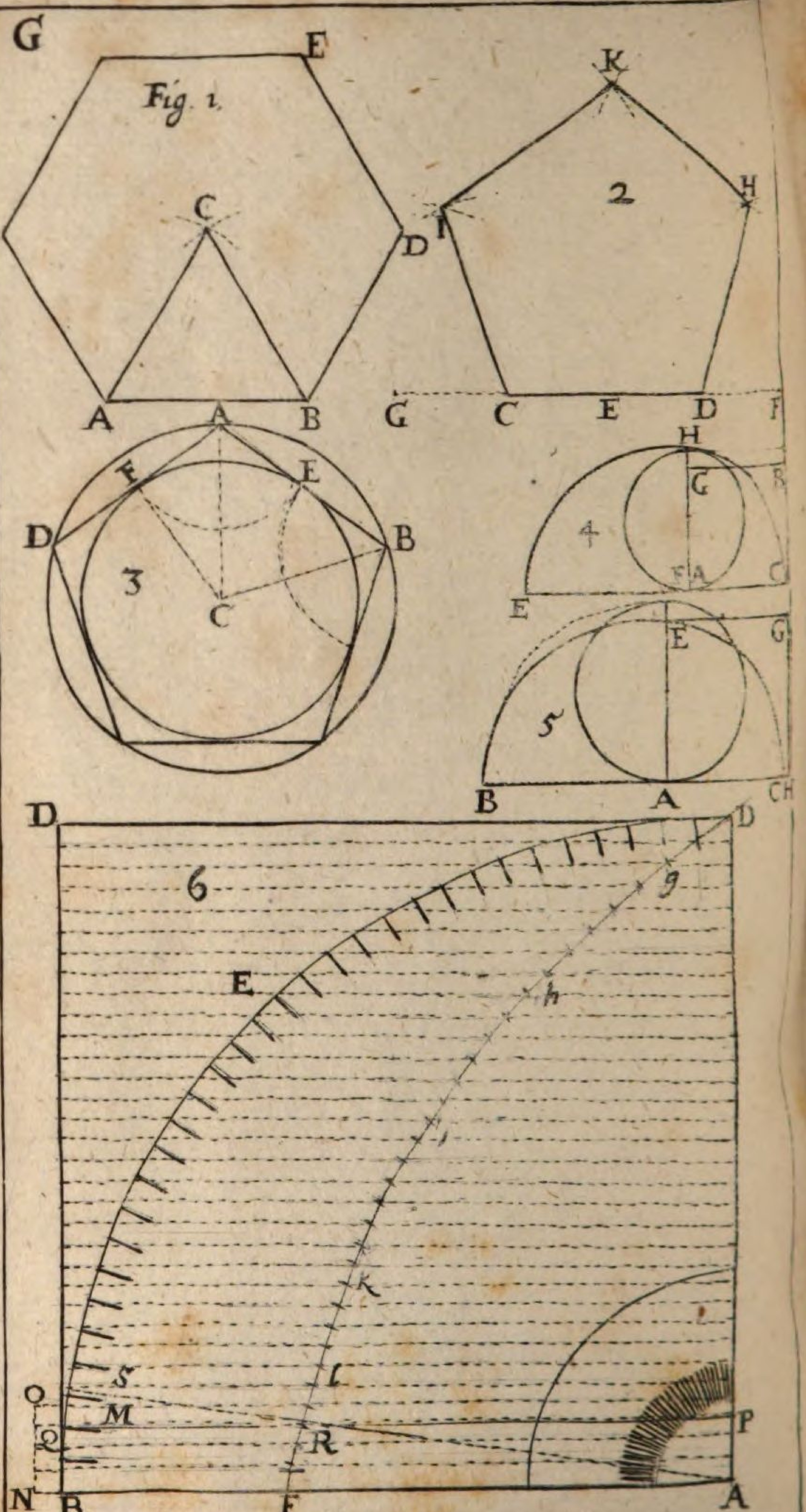


Fig. 1.
2
3
4
5
6

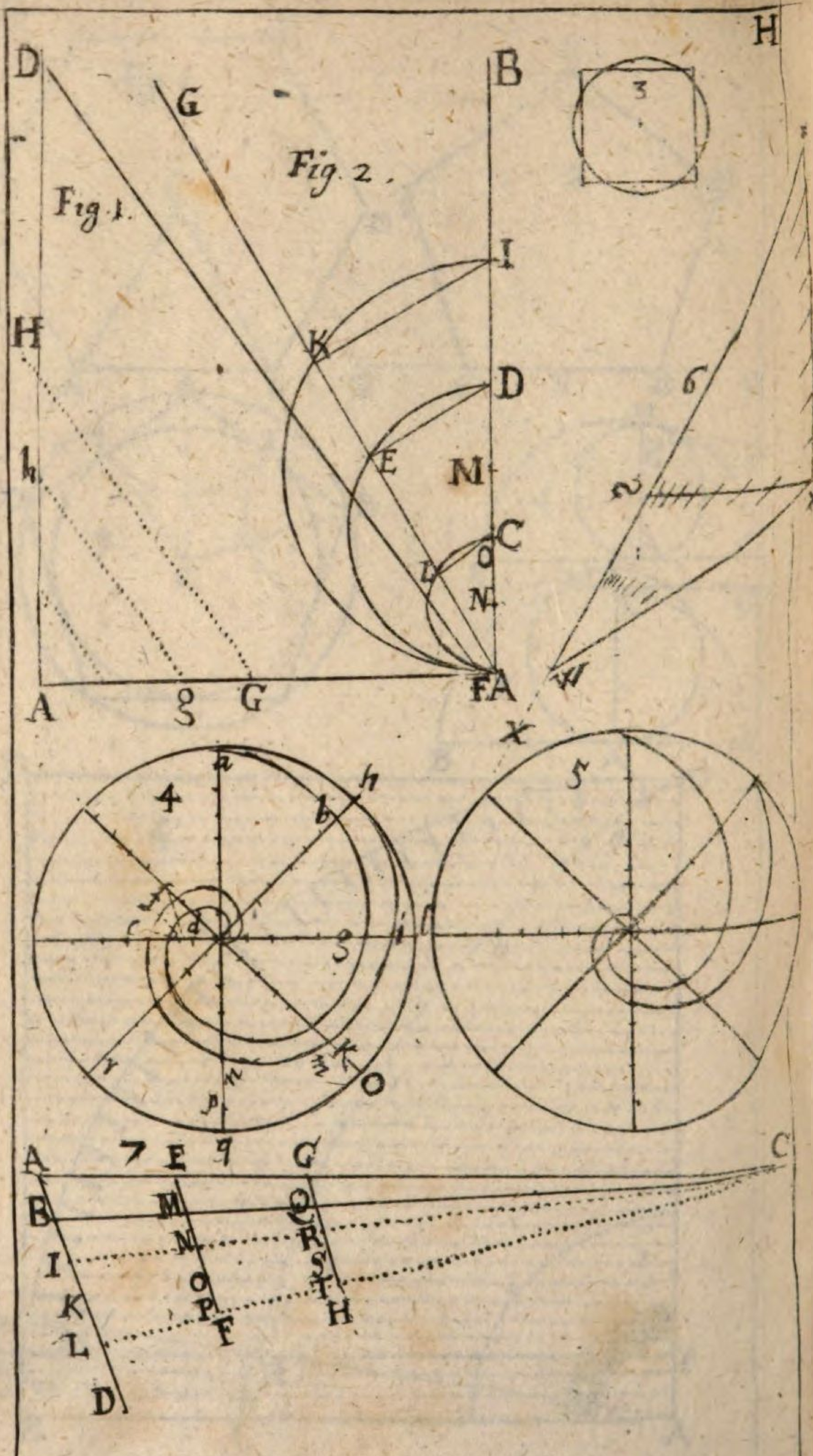
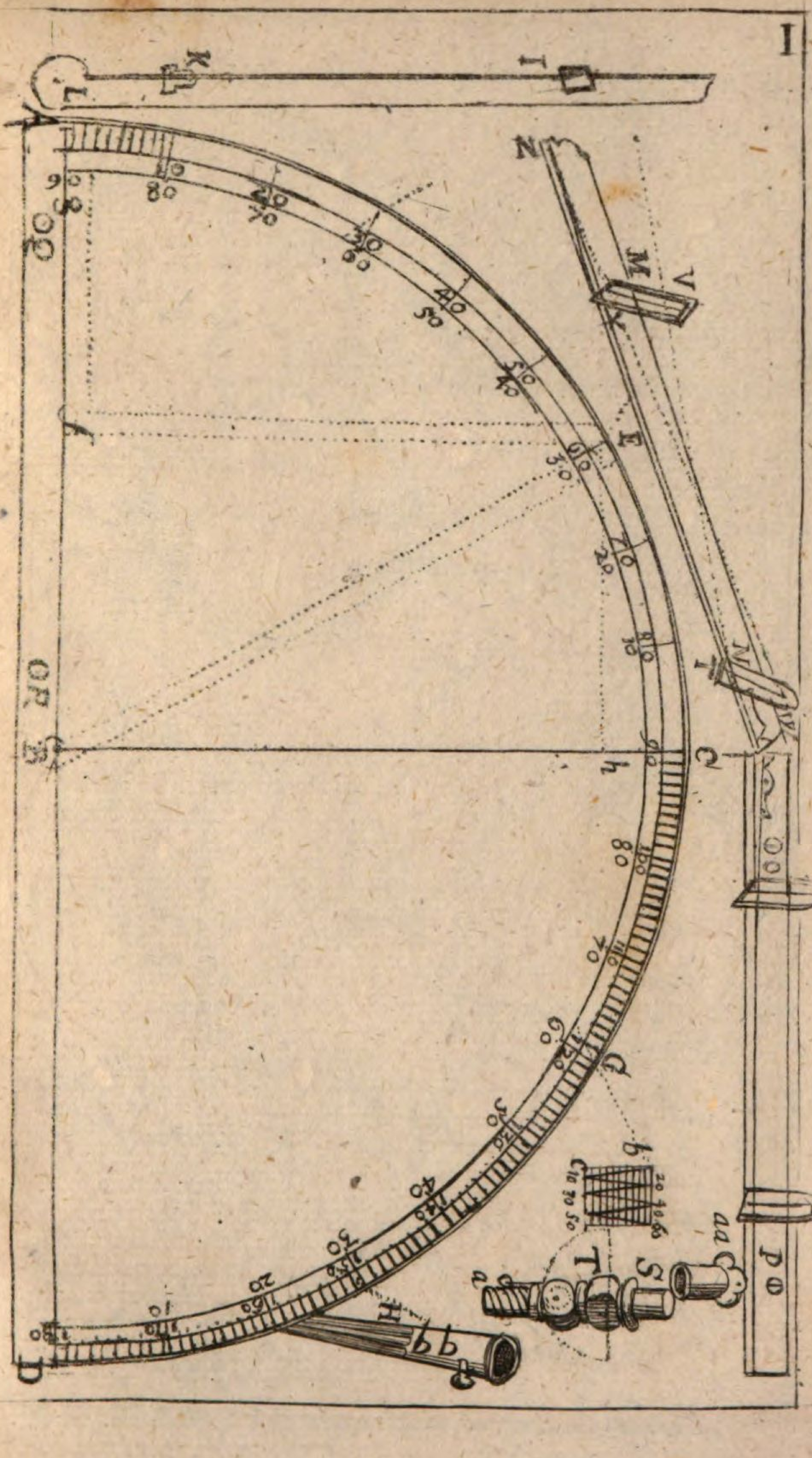
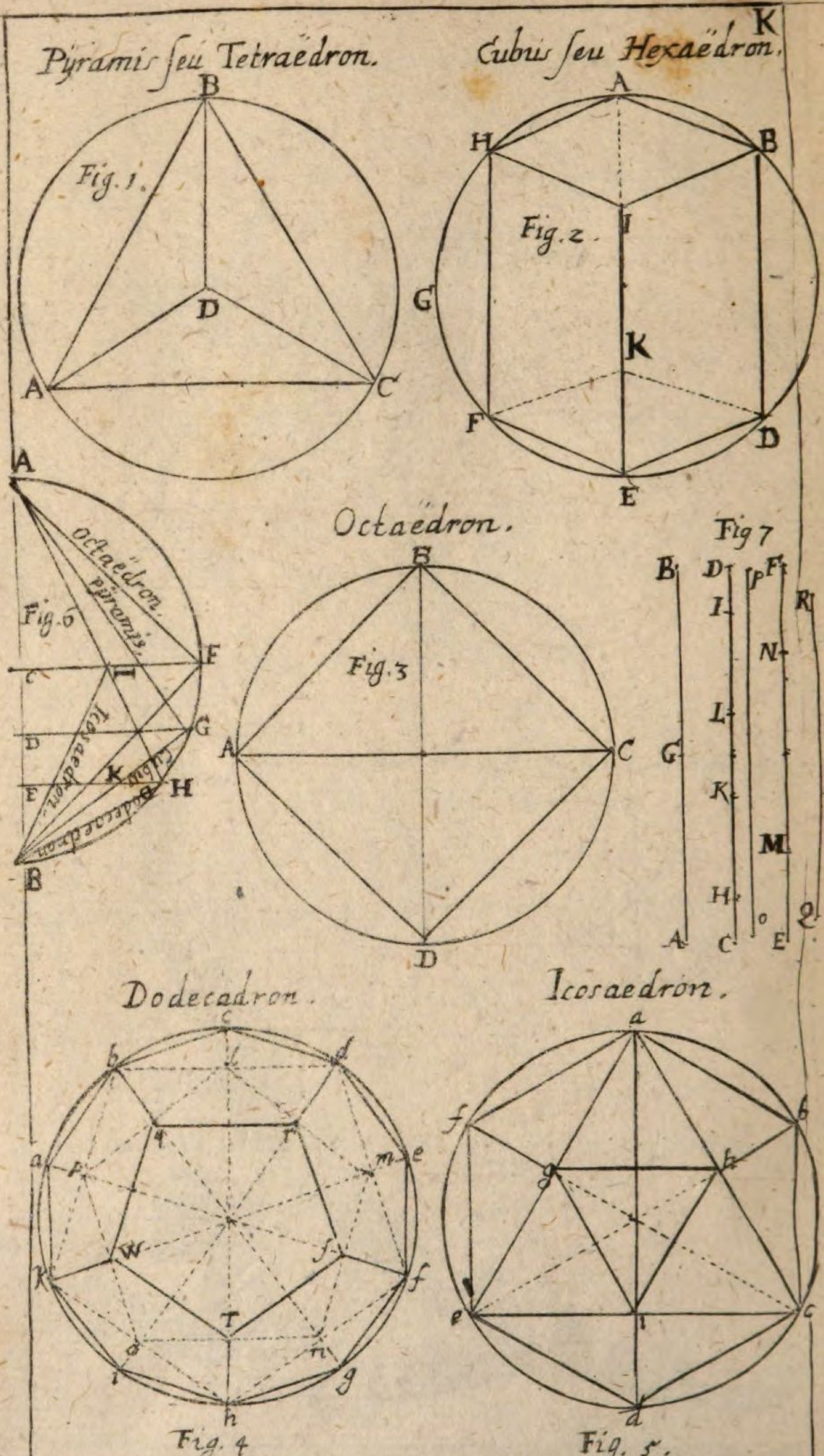
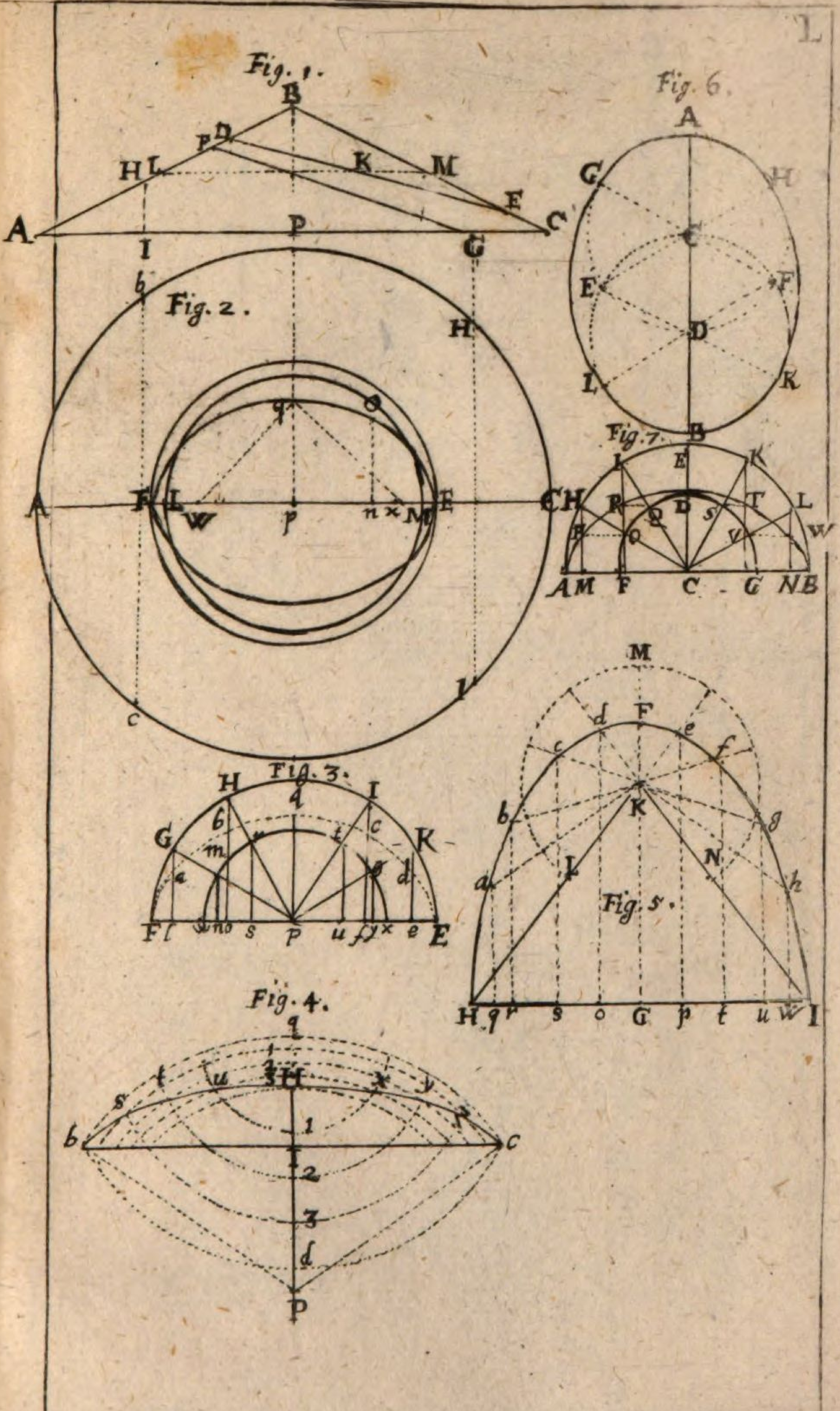
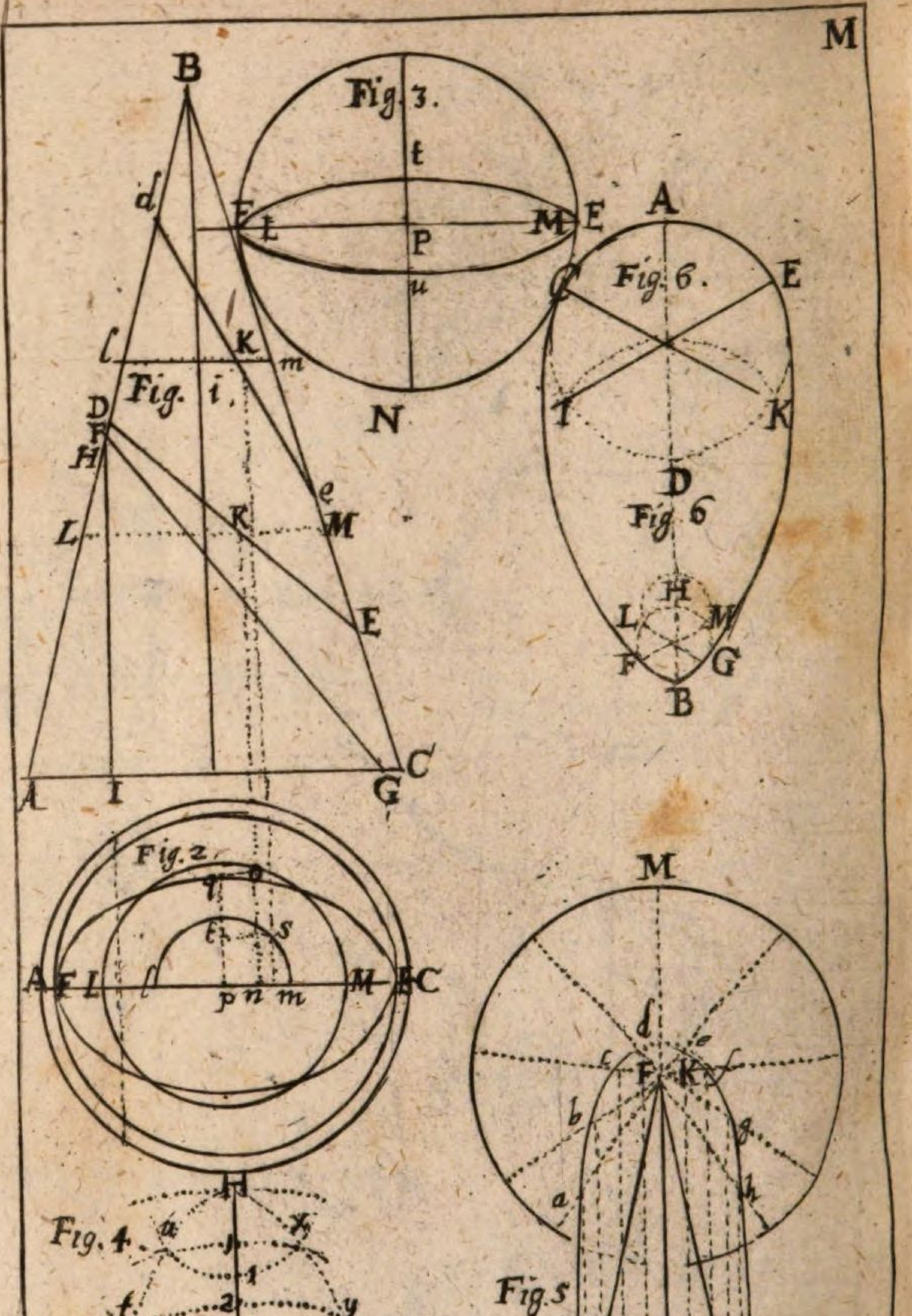


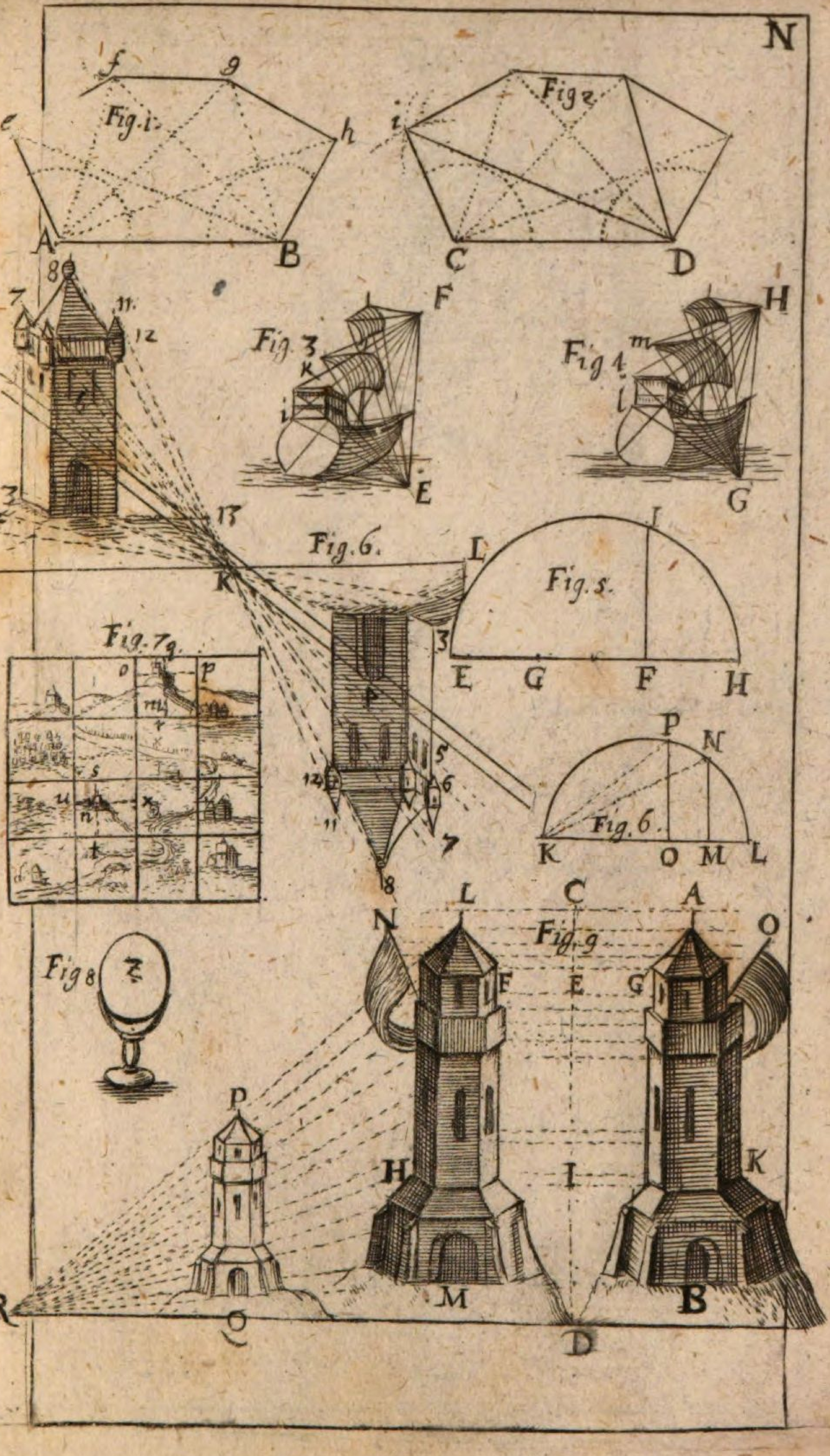
Fig. 1.
Fig. 2.
3
4
5
6
7
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T

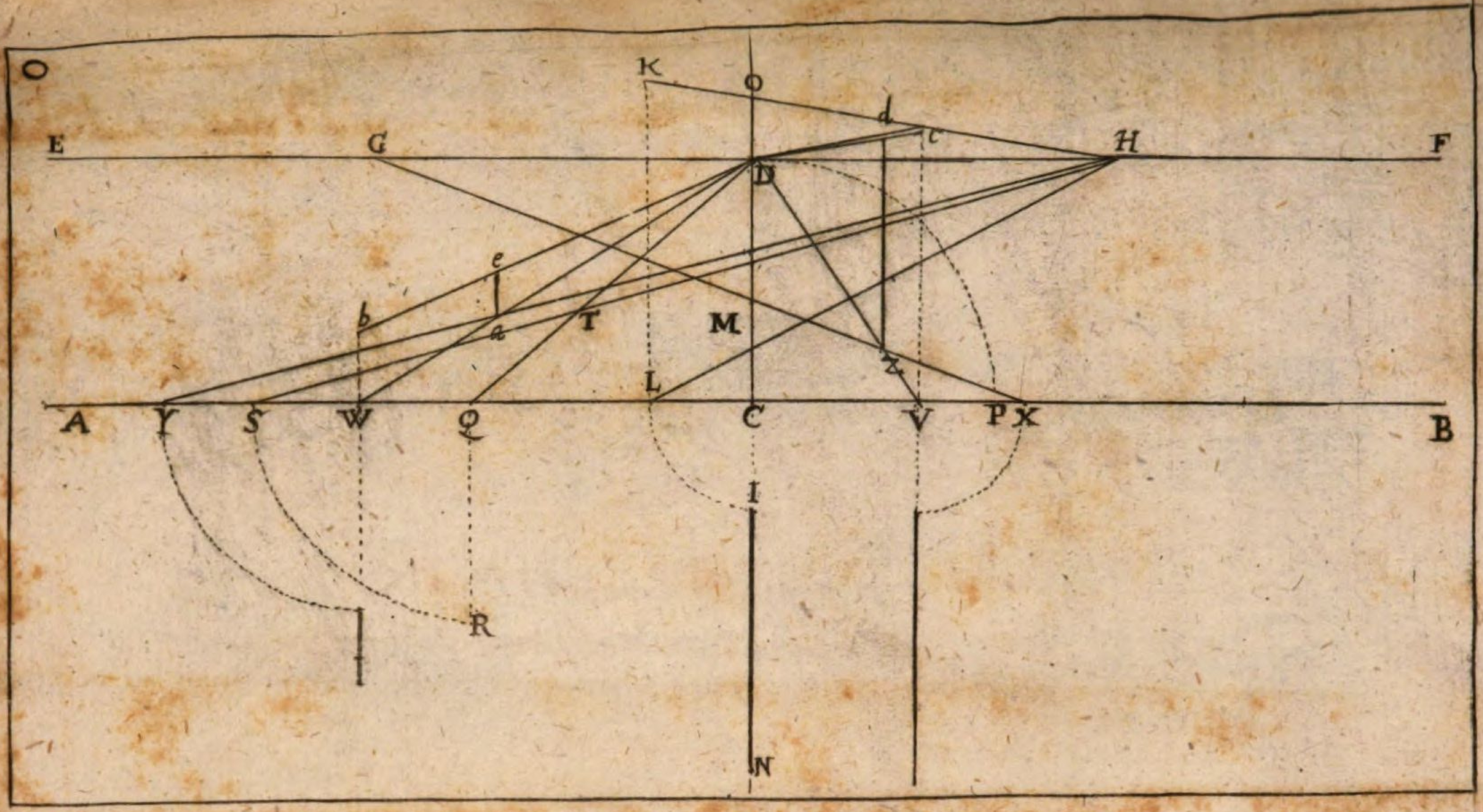

I


K
Pyramis ſeu Tetraëdron.
Fig. 1.
Cubus ſeu Hexaëdron.
Fig. 2.
Octaëdron.
Fig. 3.
Fig. 6
Octaëdron.
pyramis.
Icosaedron.
Cubus
Dodecaedron
Fig 7
Dodecadron.
Fig. 4
Icosaedron.
Fig. 5.

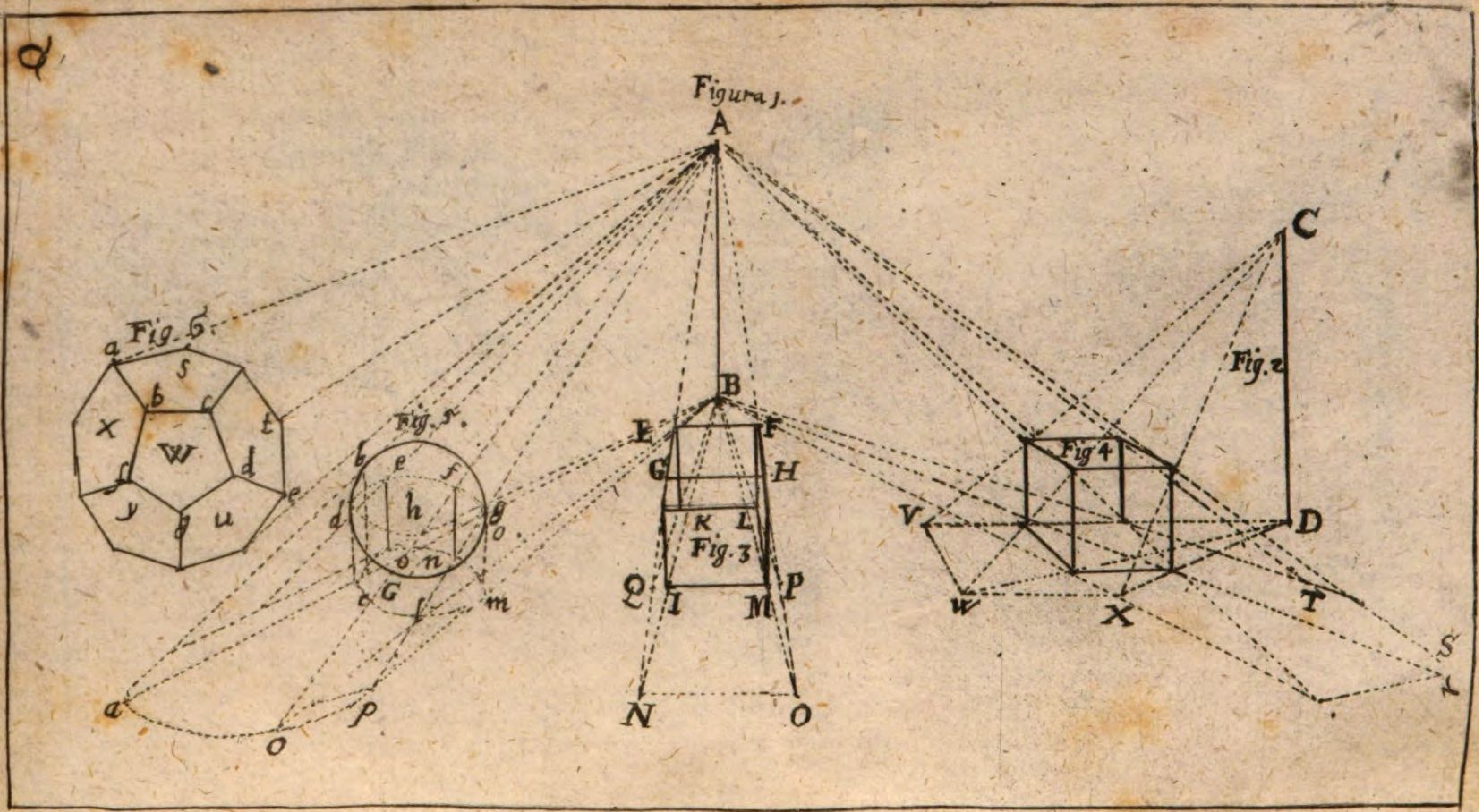

L
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.


M
Fig. 3.
Fig. 6.
Fig. 6
Fig. i.
Fig. 2
Fig. 4
Fig. 5

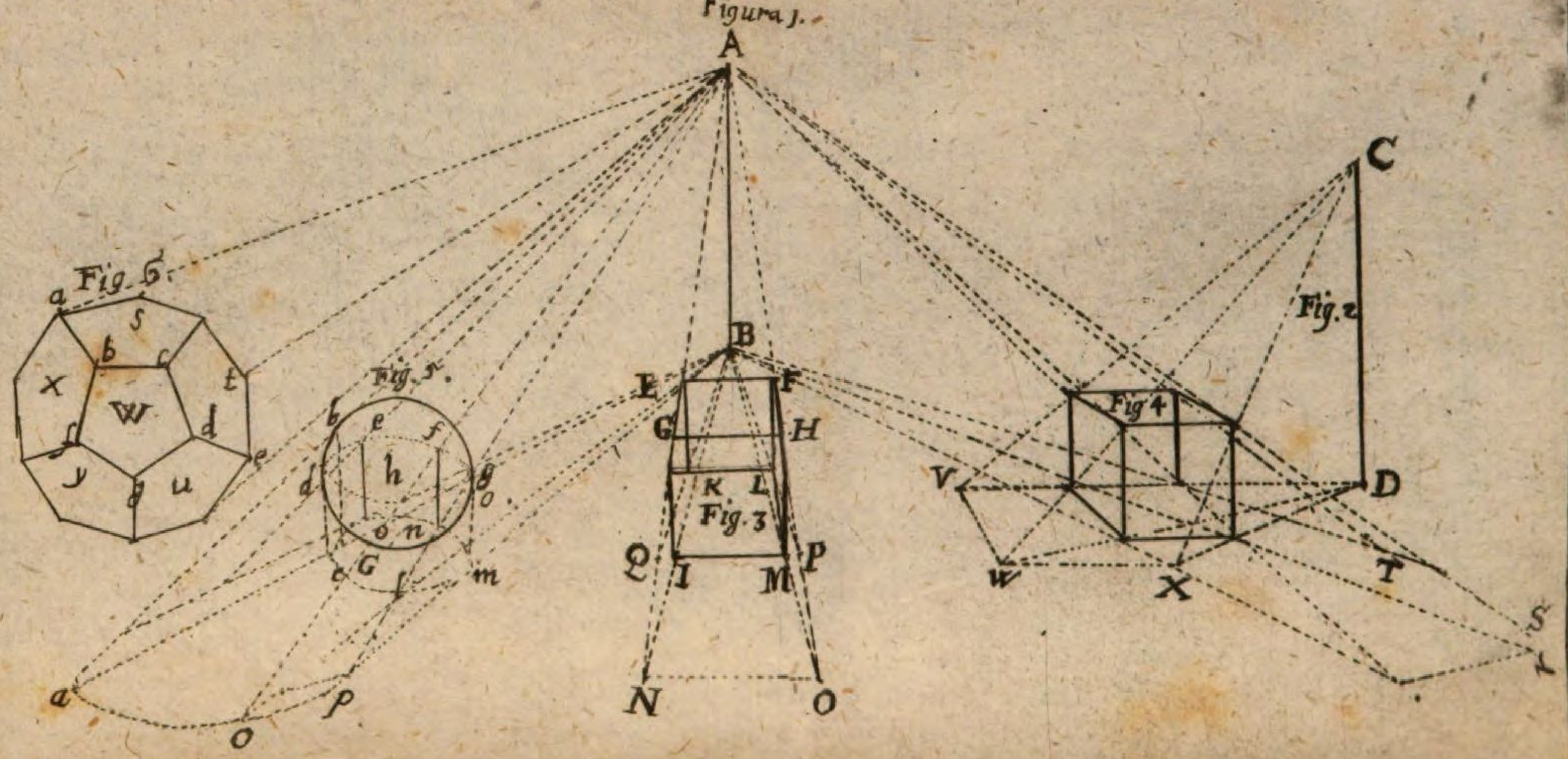

N
Fig.1.
Fig.2.
Fig.3
Fig.4.
Fig.5.
Fig.6.
Fig.6.
Fig.7q.
Fig.8
Fig.9

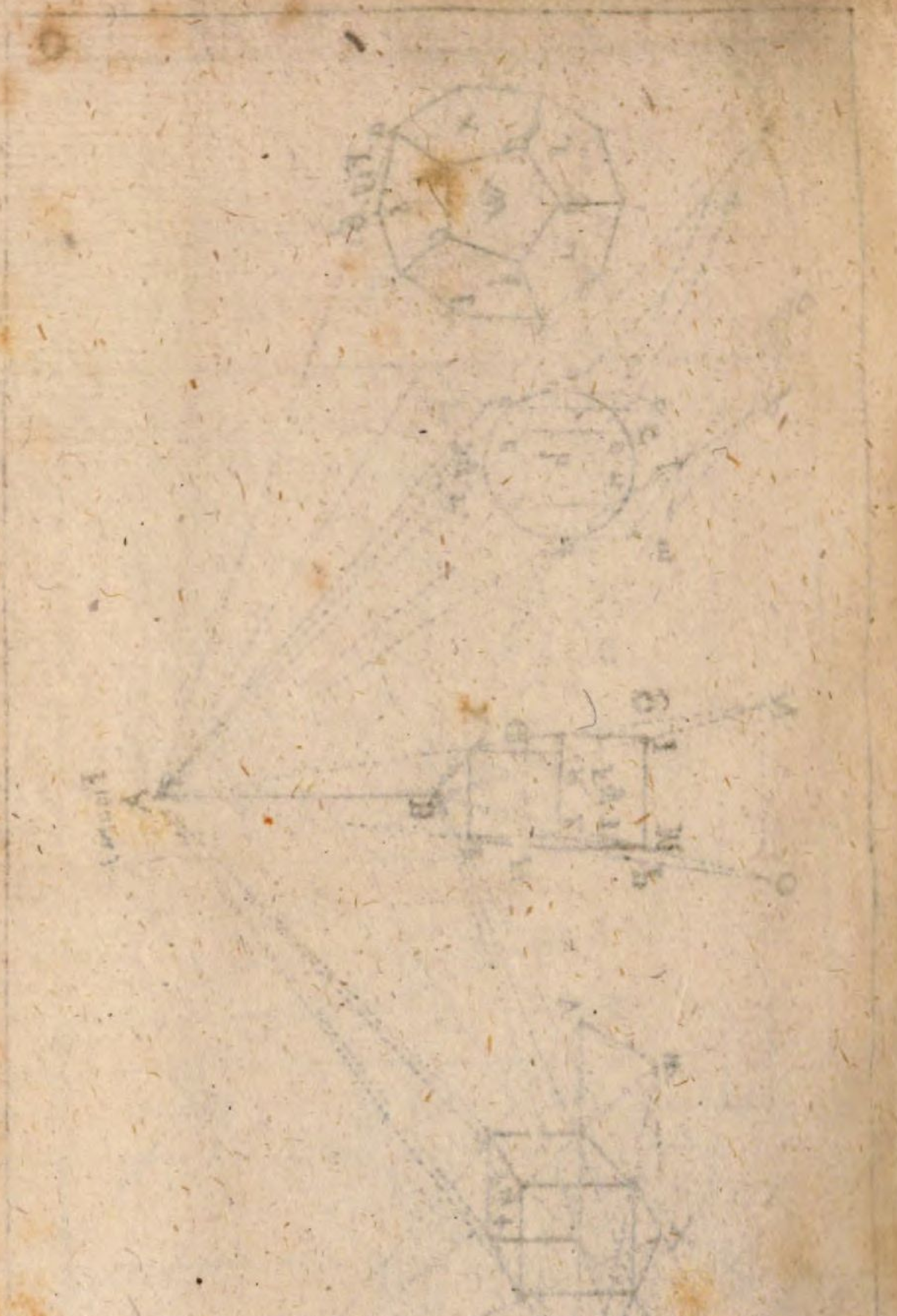

O
K
O
d
c
E
G
H
F
D
e
b
a
T
M
Z
L
A
Y
S
W
Q
C
V
PX
B
I
R
N

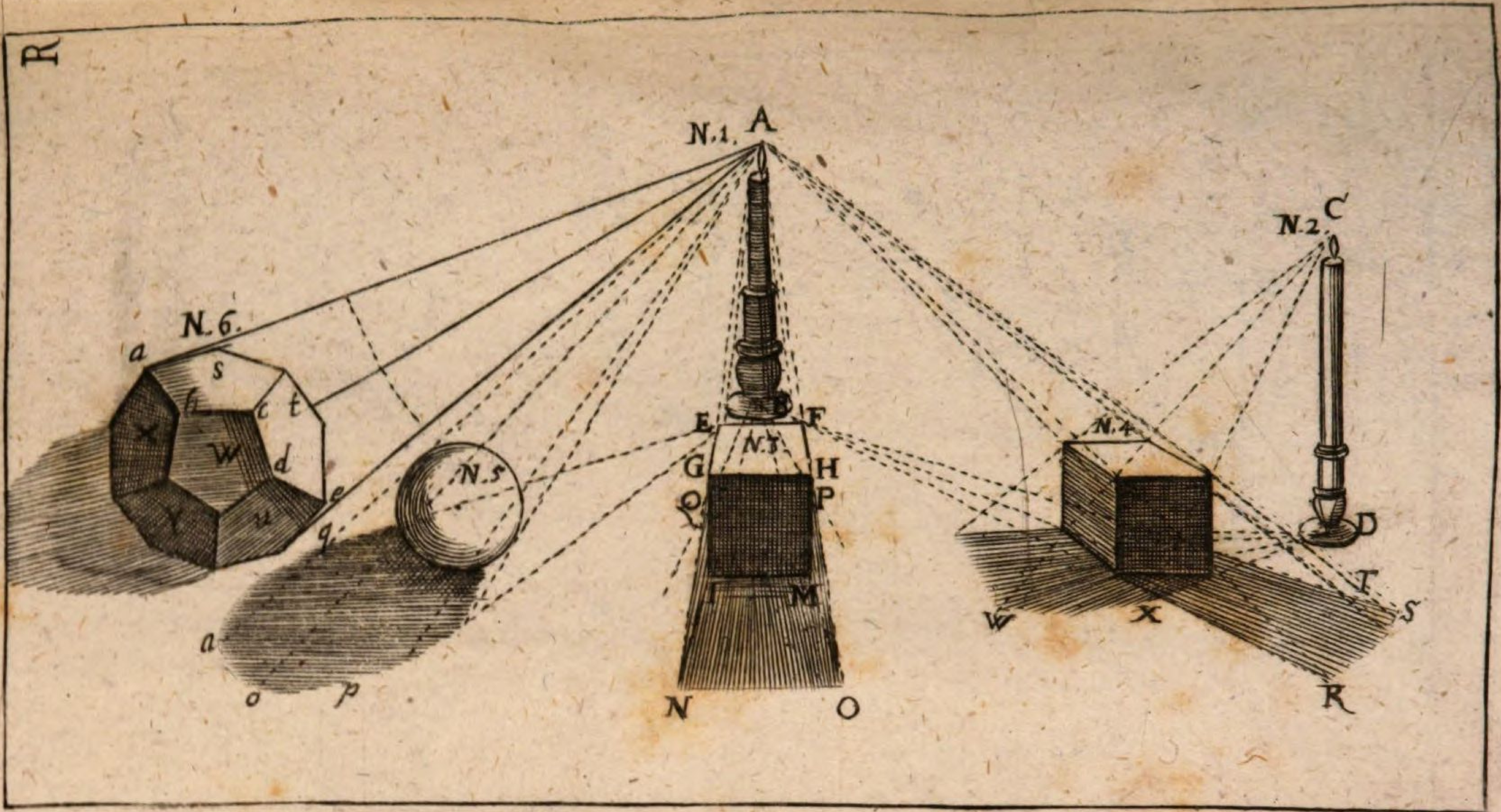
P
E
N
Q

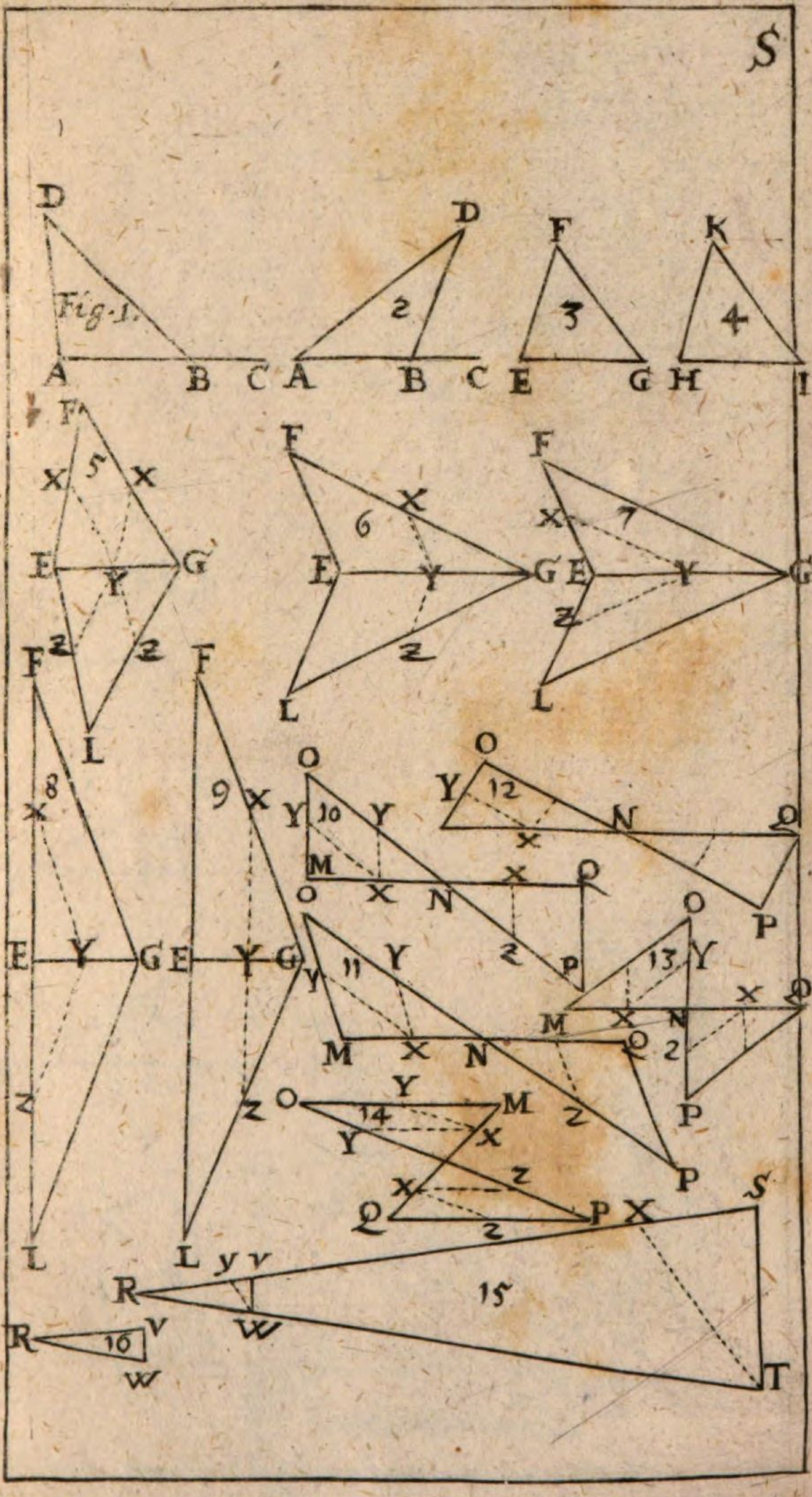

Q
Figura 1.
A
B
C
D
Fig. 2
E
F
G
H
K
L
Fig. 3
Q
I
M
P
N
O
Fig 4
V
w
X
T
S
Fig. 5.
h
Fig. 6.
W

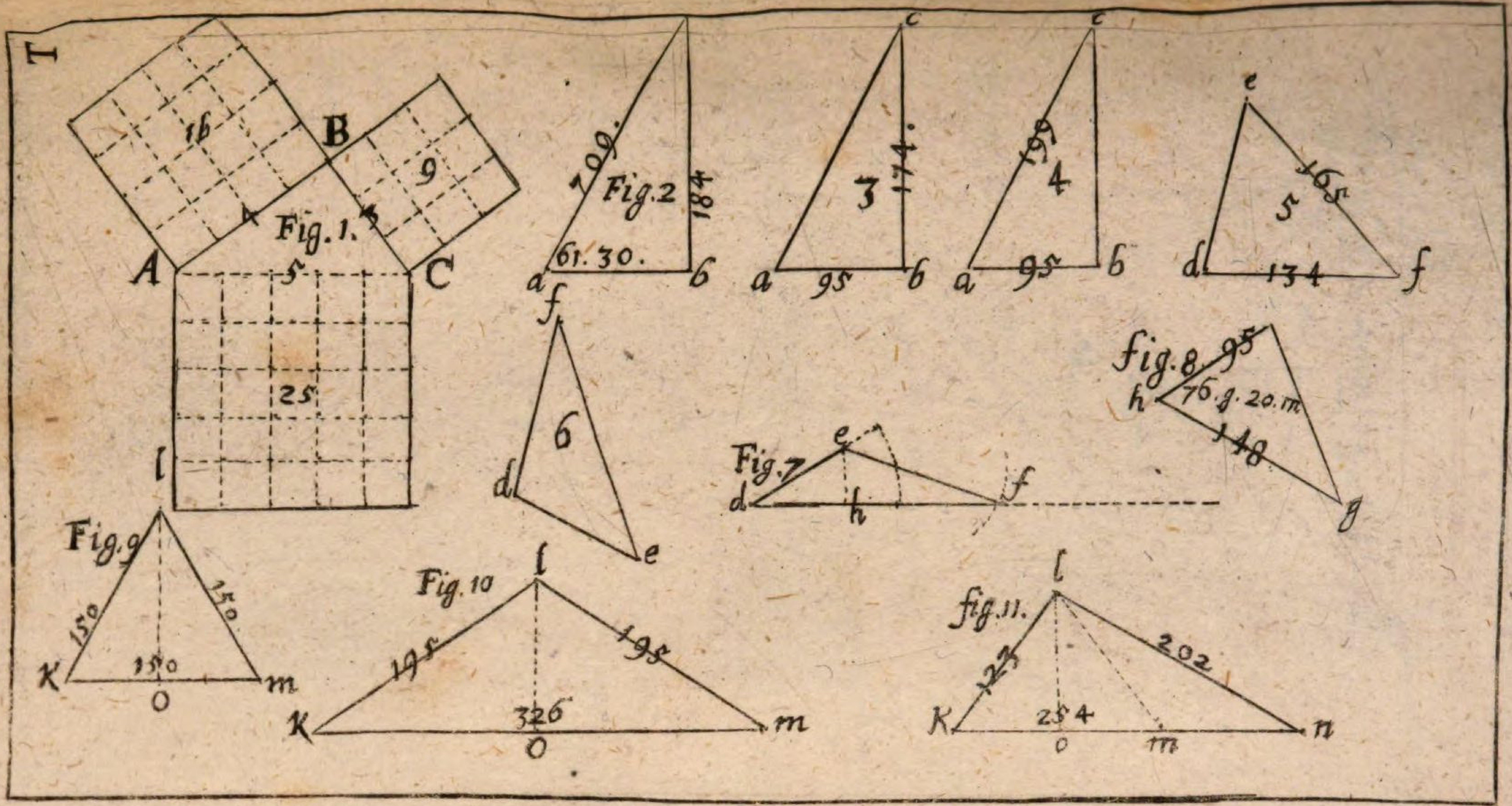
Q

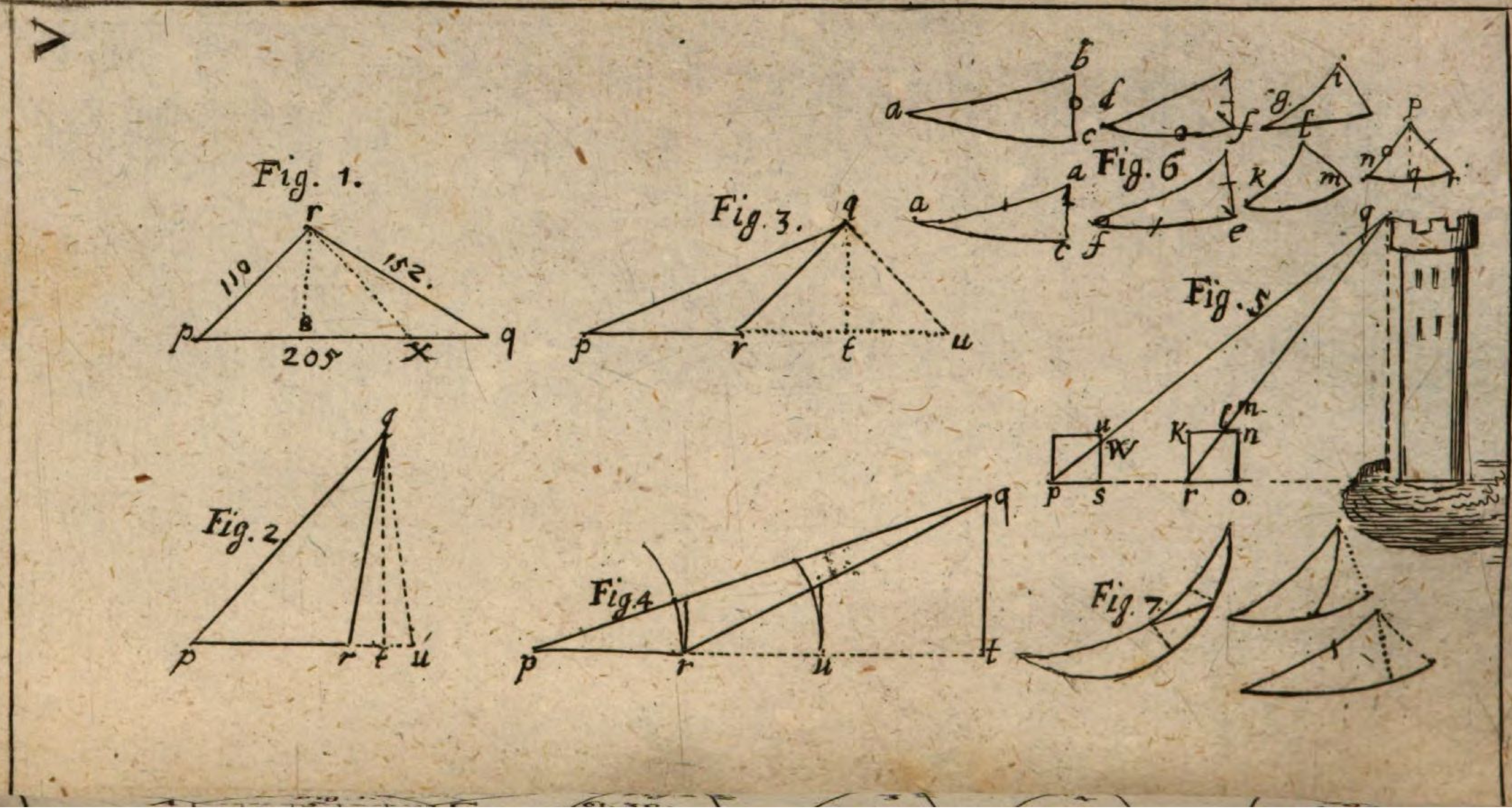


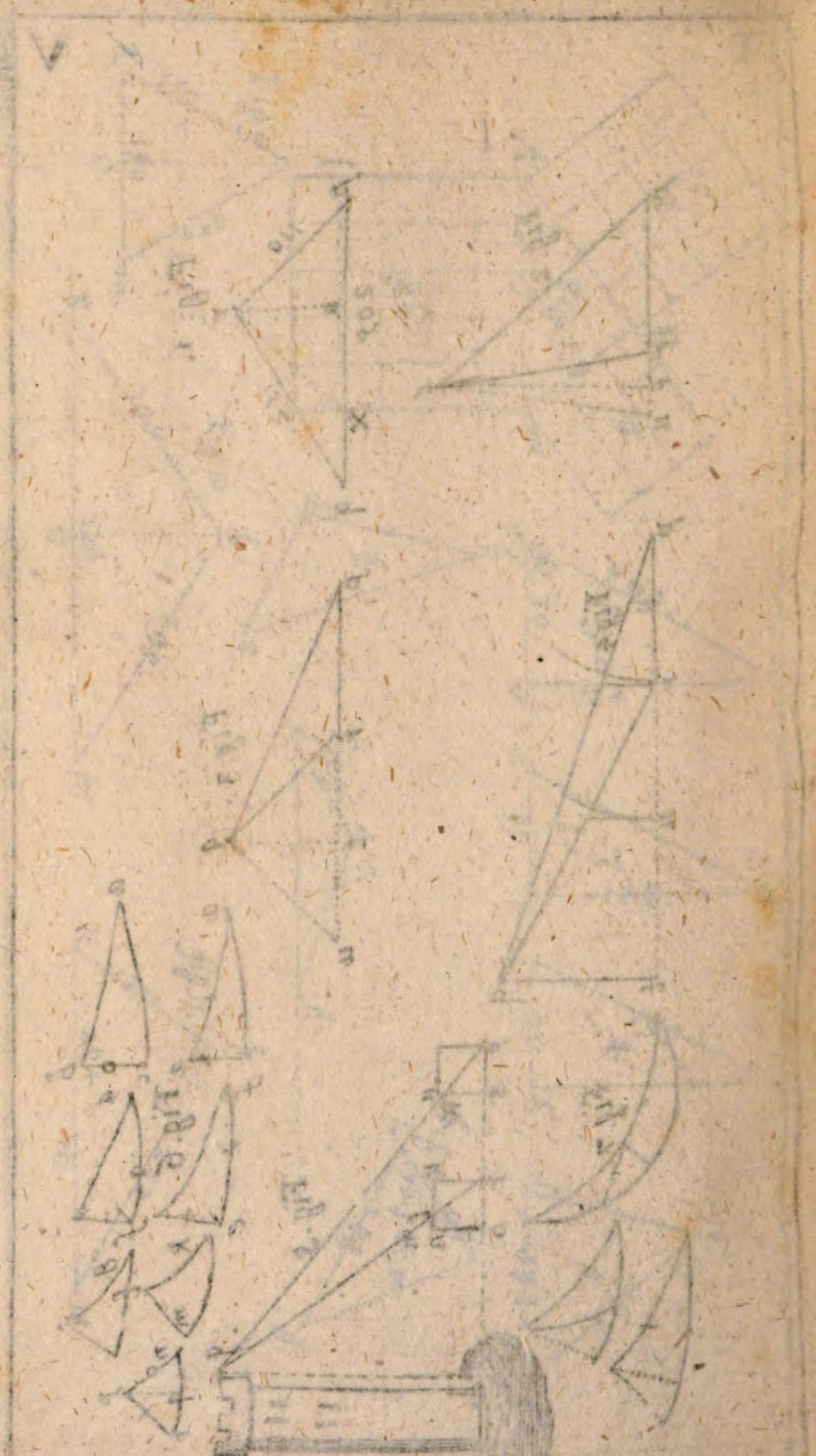


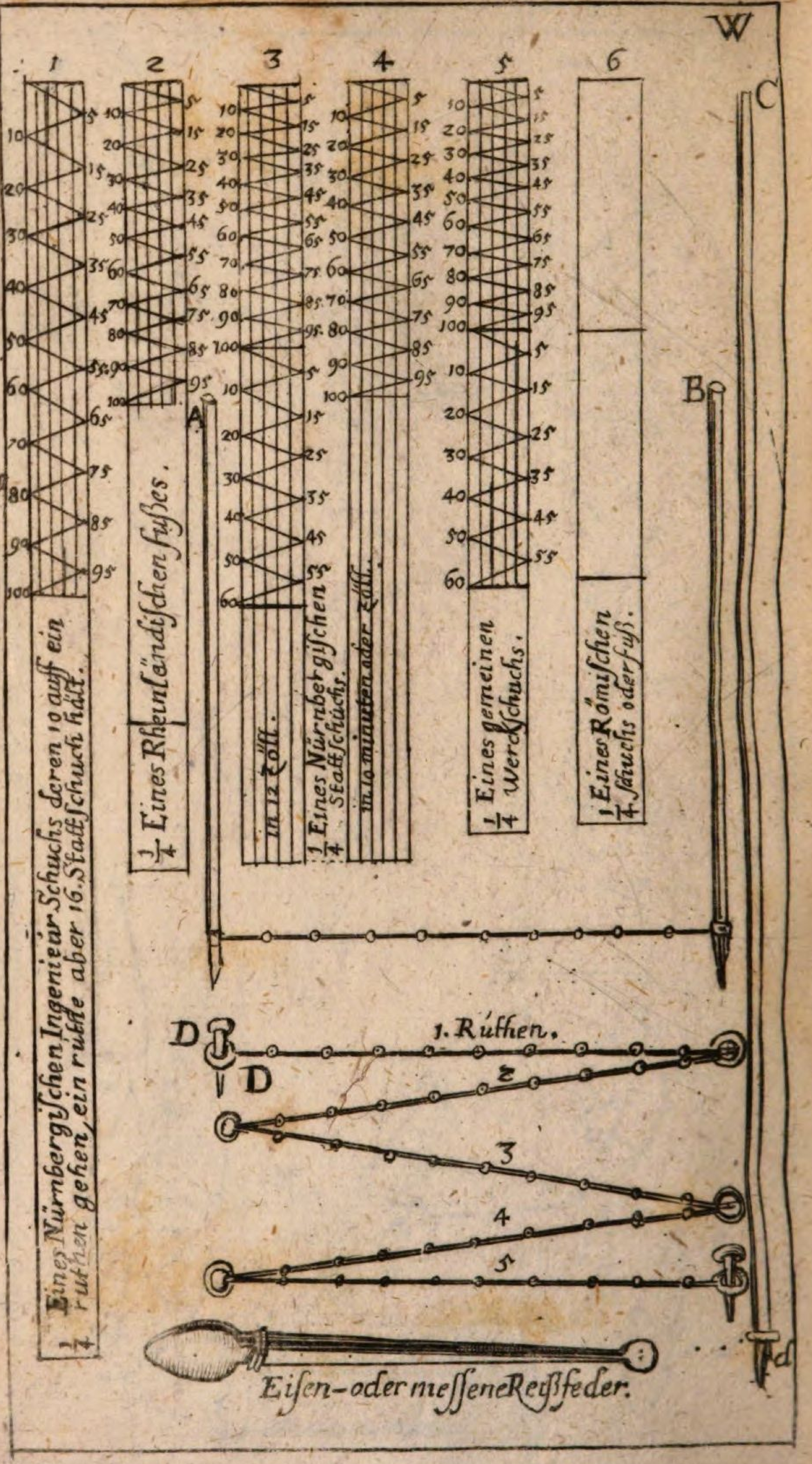

R
N.1. A
N.2. C
N.3.
N.4.
N.5.
N.6.
B
D
E F
G H
Q P
I M
N O
W X
T S R
a s h c t x W d e Y u q a o p

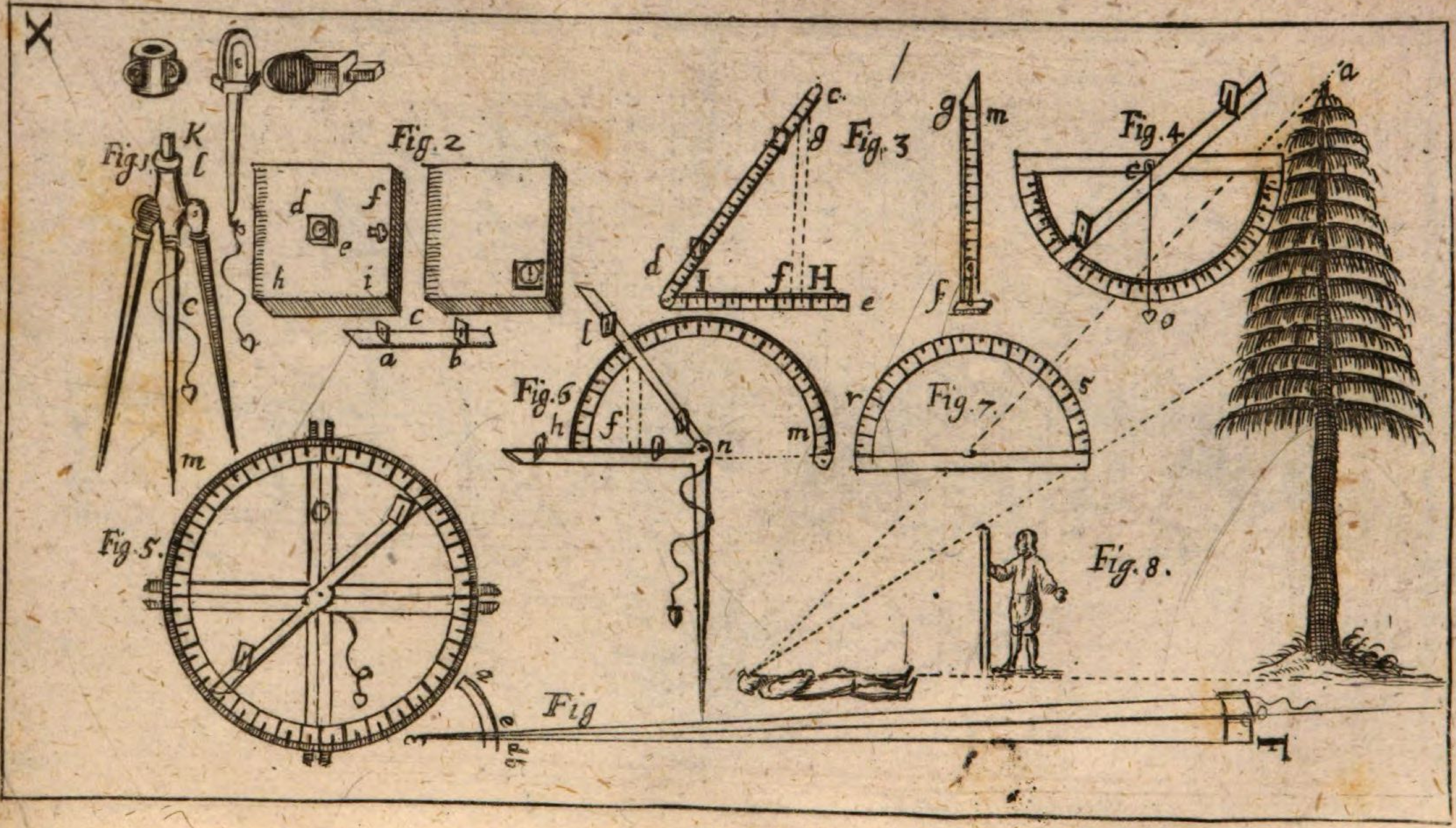

S
Fig. 1.
D
A B C
2
D
A B C
3
F
E G
4
K
H I
5
F X X E Y G Z Z L
6
F X E Y G Z L
7
F X E Y G Z L
8
F X E Y G Z L
9
F X E Y G Z L
10
O Y Y M X N X Q Z P
11
O Y Y M X N Q Z P
12
O Y X N Q P
13
O Y M X N X Q Z P
14
O Y M Y X Z X Q Z P
15
R y v W X S T
16
R V W

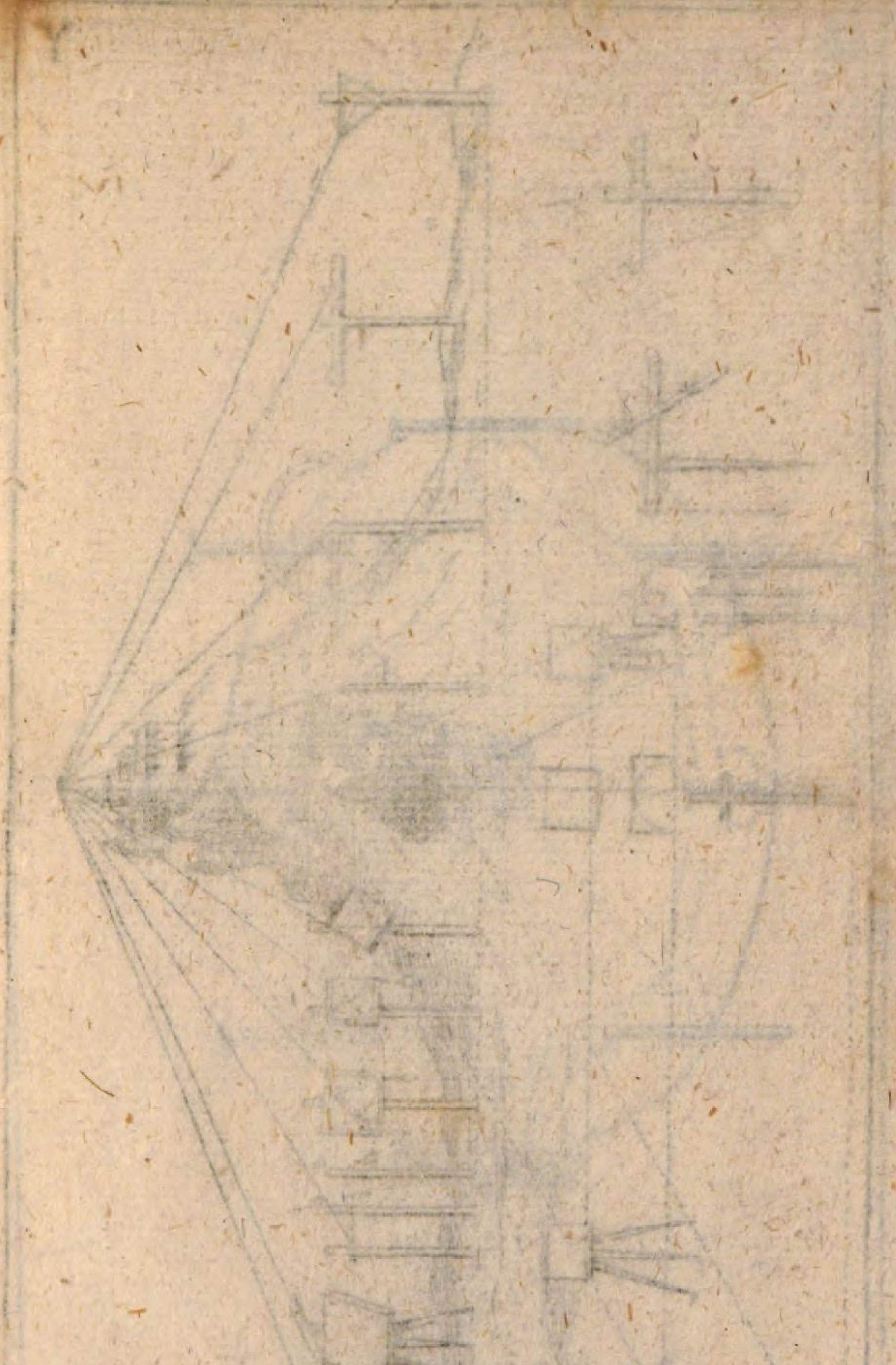

T
A
B
C
16
9
25
5
Fig. 1.
Fig. 2
209.
184
61. 30.
a
b
c
3
174.
95
4
199
5
165
134
d
e
f
6
Fig. 7
h
fig. 8
95
76. g. 20. m
148
g
Fig. 9
150
K
m
O
l
Fig. 10
195
326
fig. 11.
223
202
254
n

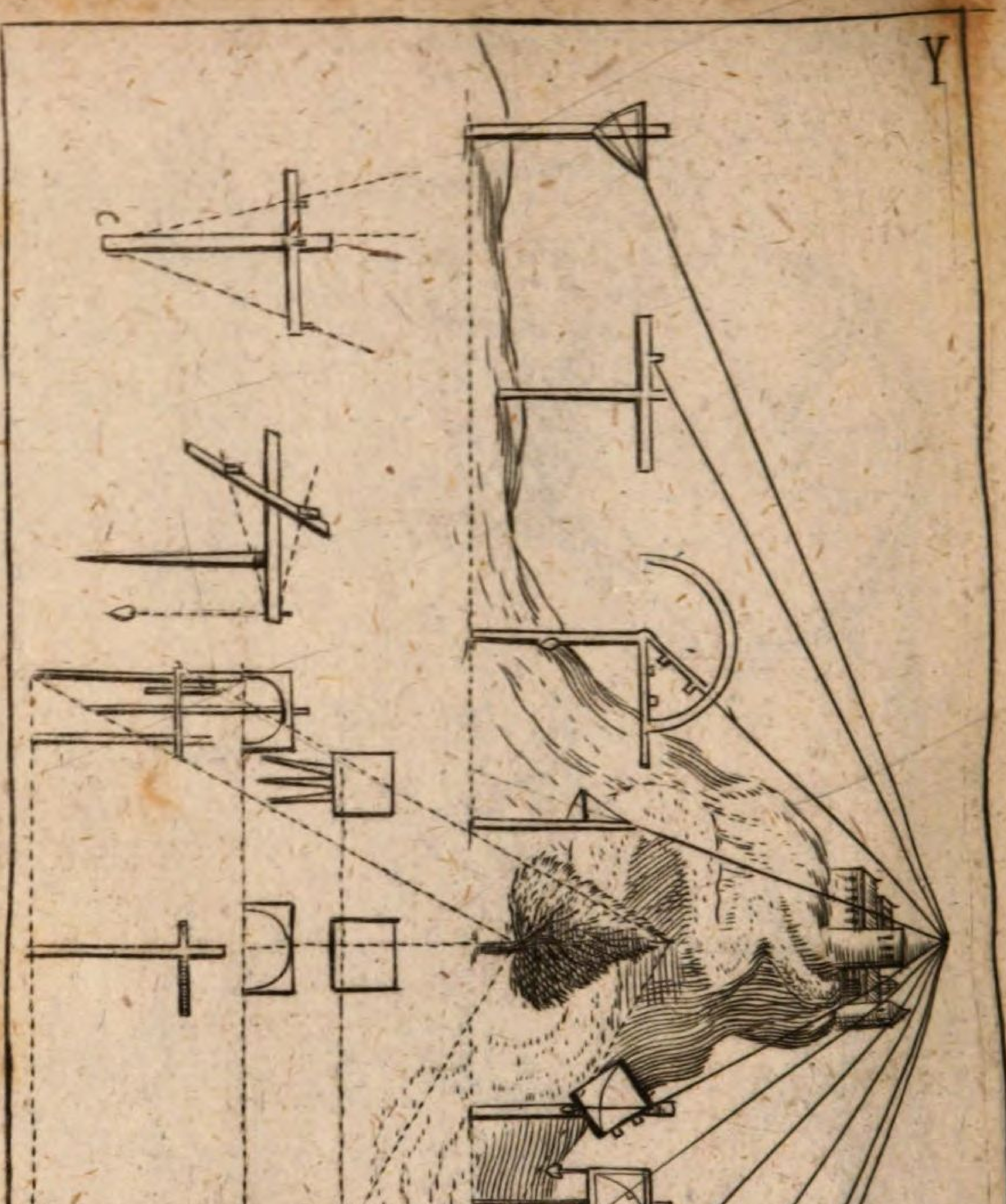

V
Fig. 1.
r
110
152.
p
8
205
x
q
Fig. 3.
q
p
r
t
u
Fig. 2
q
p
r
t
u
Fig.4
q
p
r
u
t
a
b
c
d
f
g
i
f
P
n
q
r
a
Fig. 6
a
c
f
e
k
m
Fig. 5
q
u
W
K
l
m
n
p
s
r
o
Fig. 7



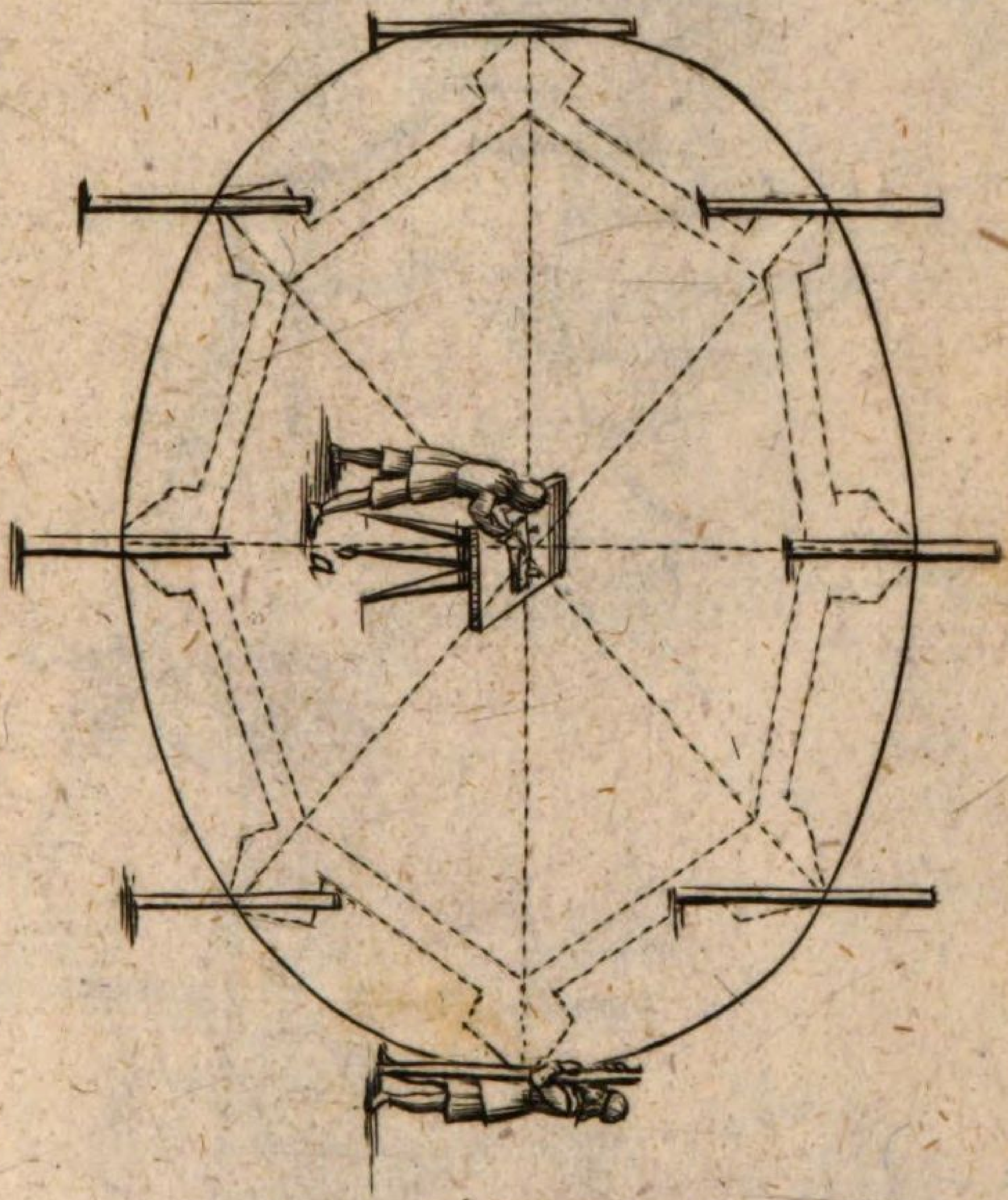

W
1
2
3
4
5
6
1/4 Eines Nürnbergiſchen Ingenieur Schuchs deren 10 auff ein ruthen gehen, ein ruthe aber 16. Stattſchuch hält.
1/4 Eines Rheinländiſchen fuſſes.
In 12 Zöll.
1/4 Eines Nürnbergiſchen Stattſchuchs.
In 10 minuten oder Zöll.
1/4 Eines gemeinen Werckſchuchs.
1/4 Eines Römiſchen ſchuchs oder fuſs.
A
B
C
D
D
d
1. Ruthen.
2
3
4
5
Eiſen- oder meſſene Reiſsfeder.

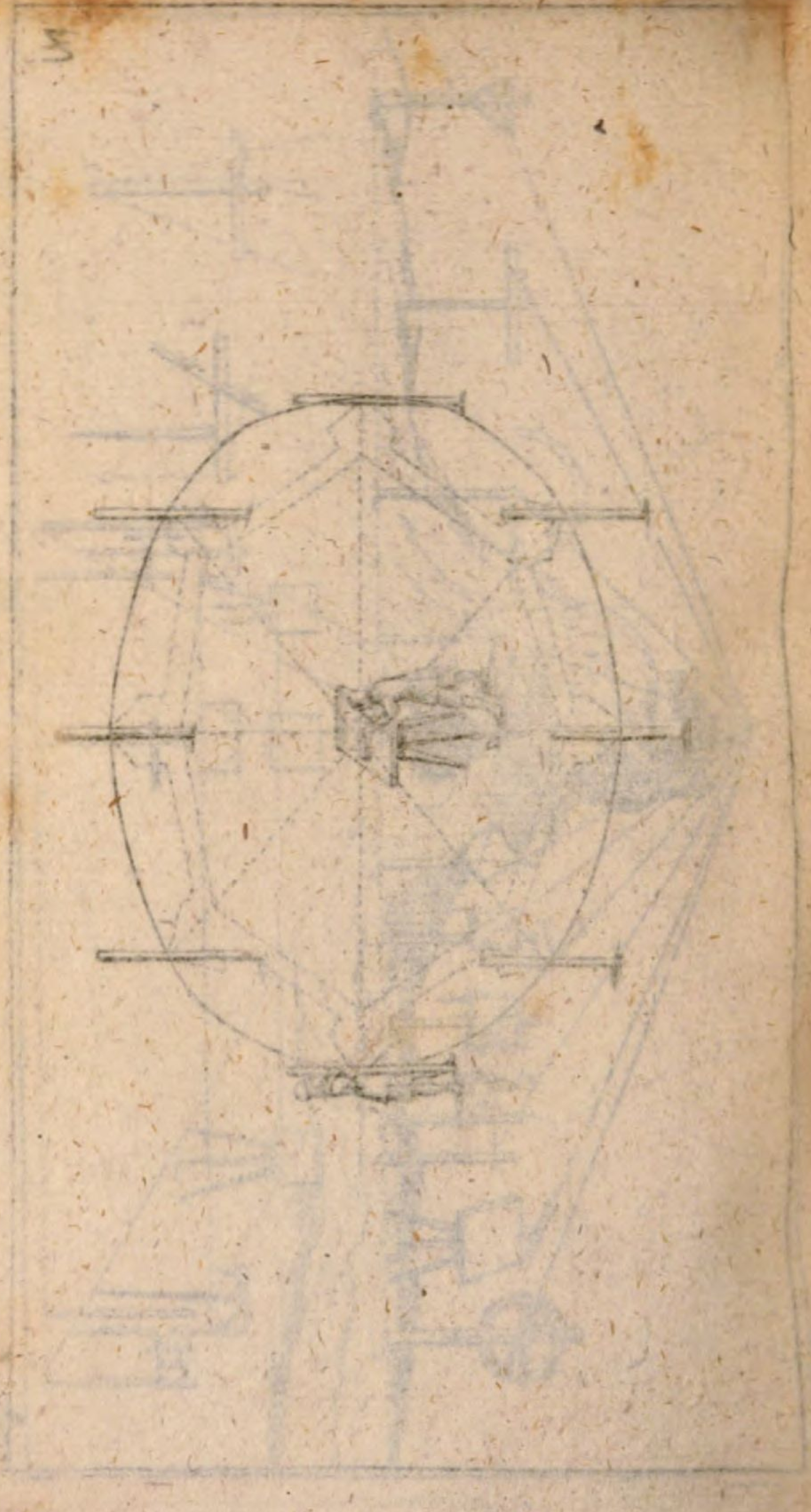

X
Fig.1.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig

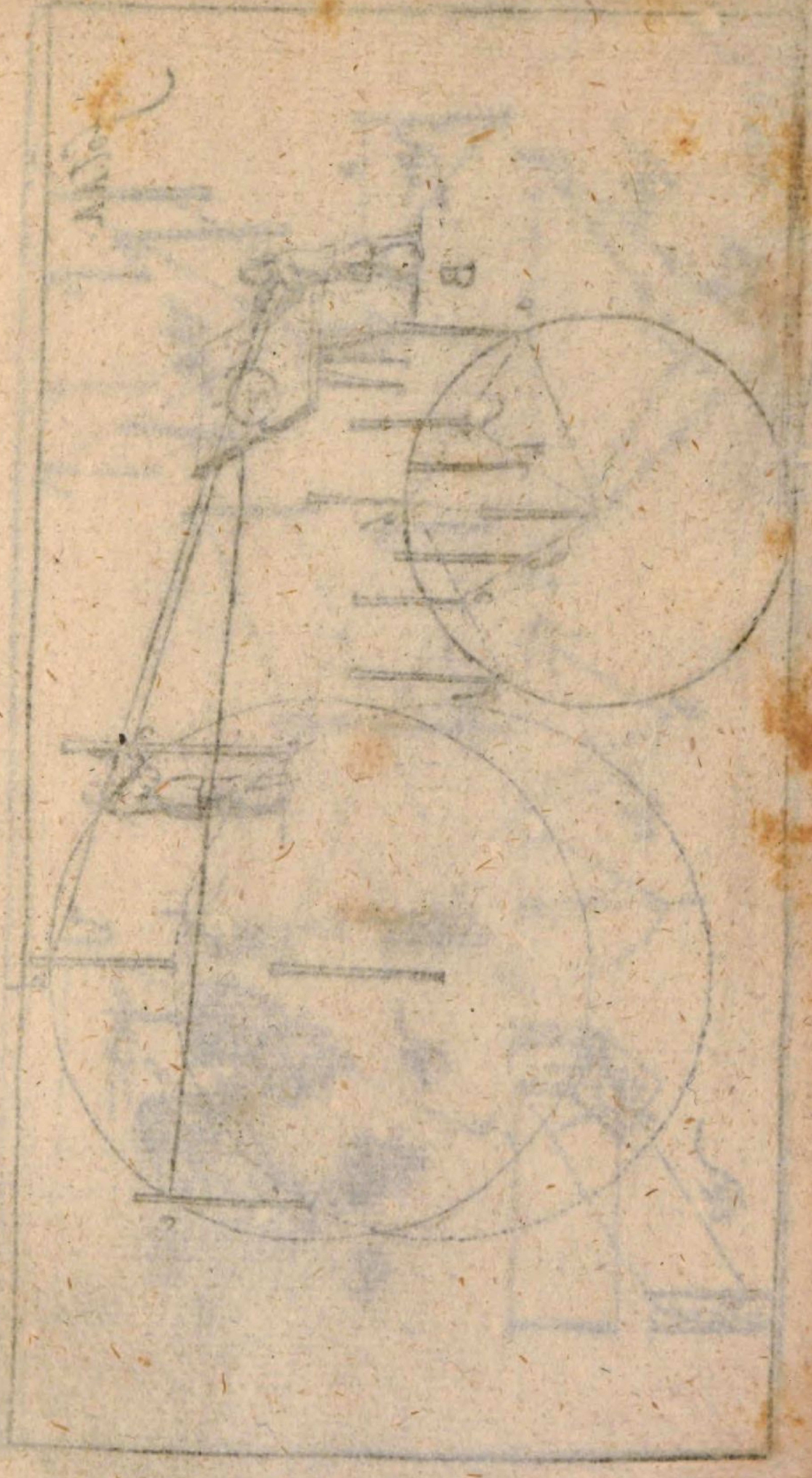



Y

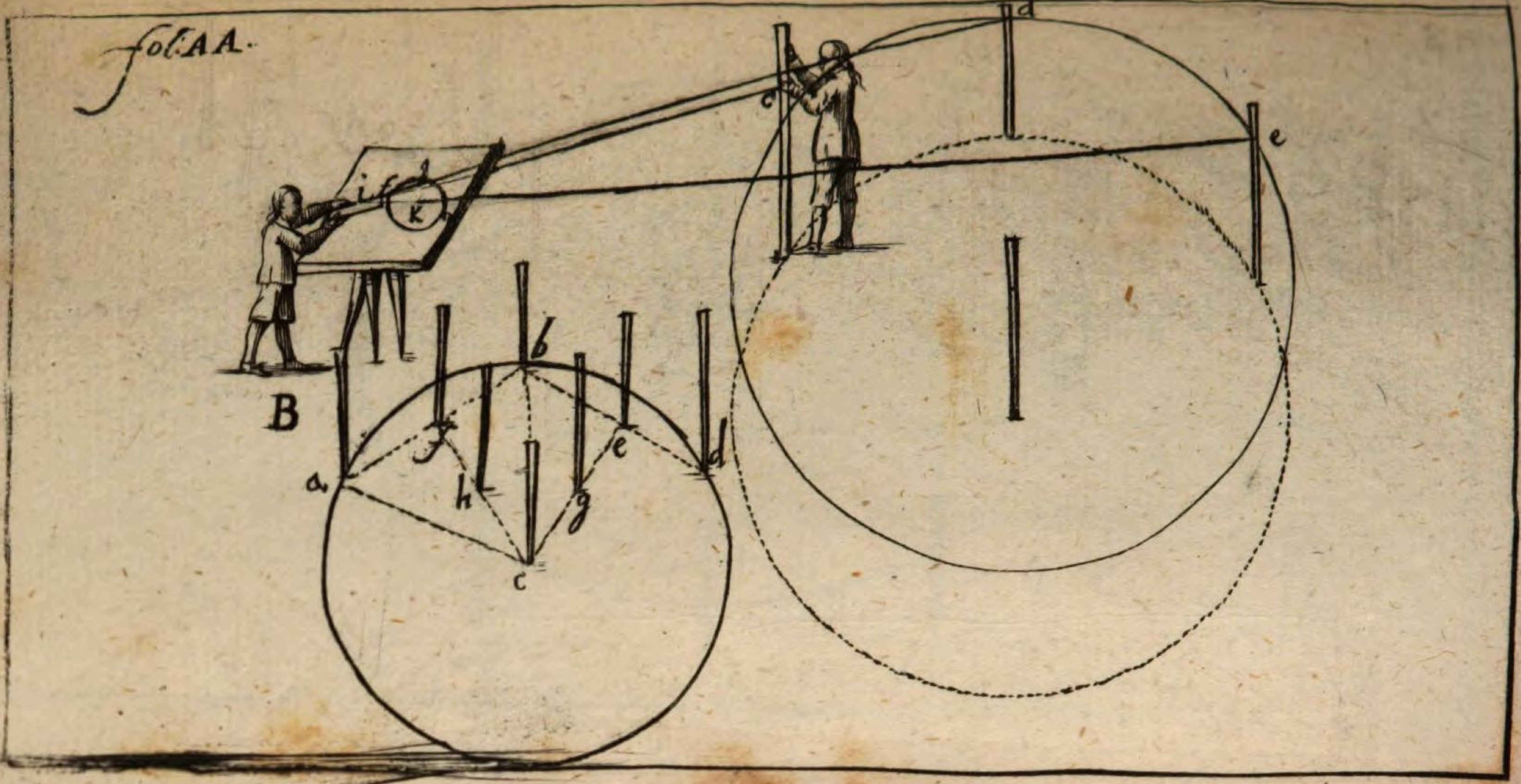
Z

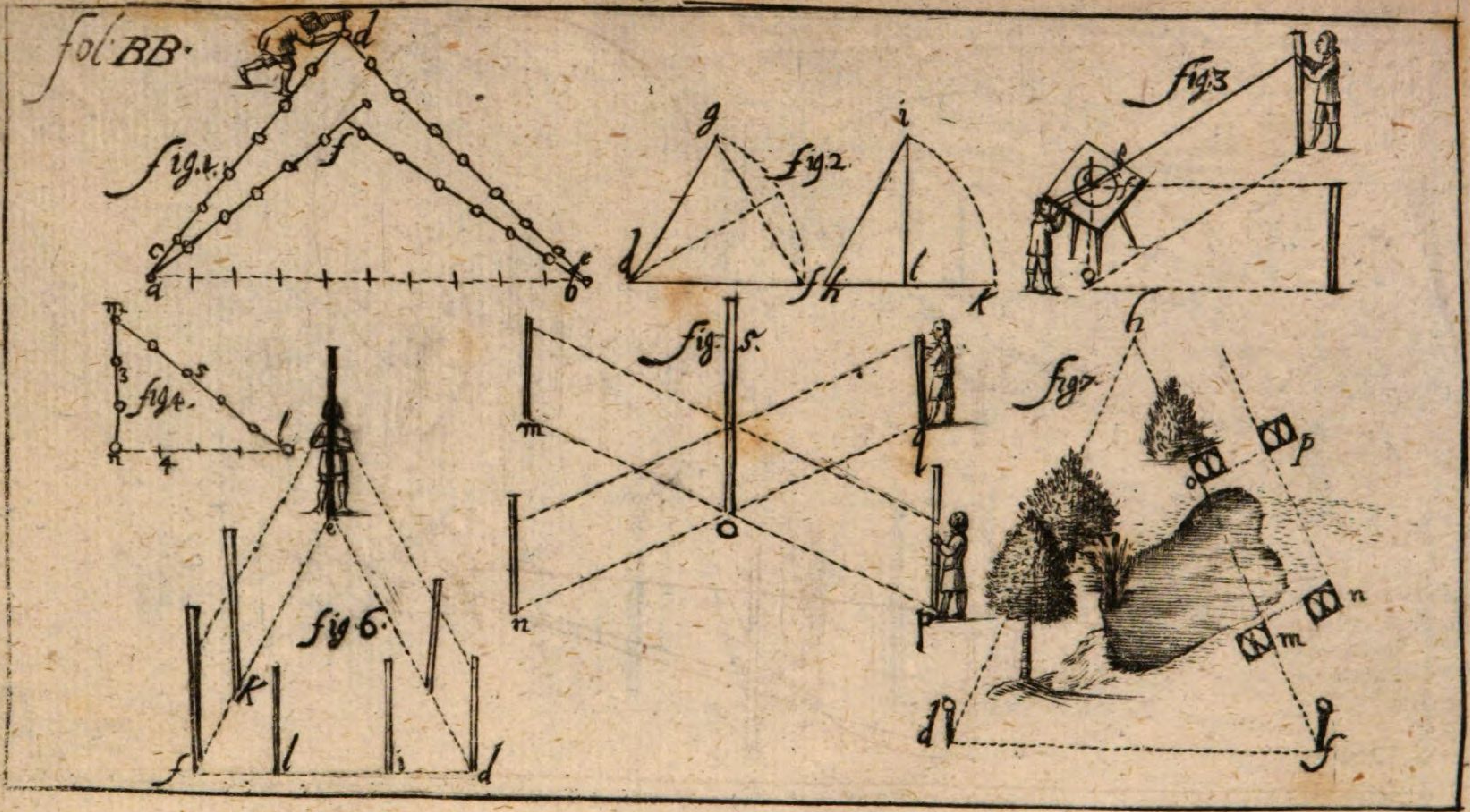


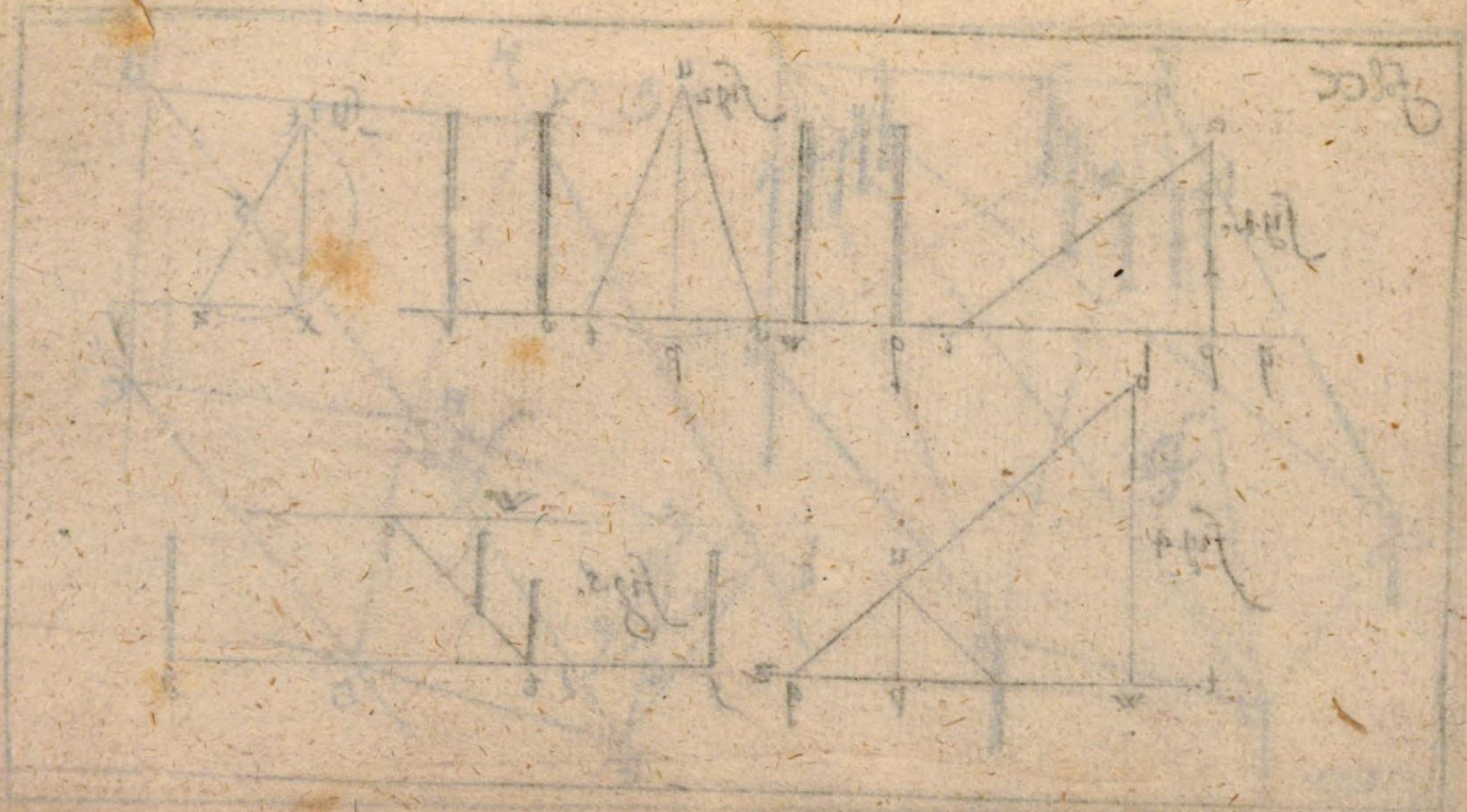


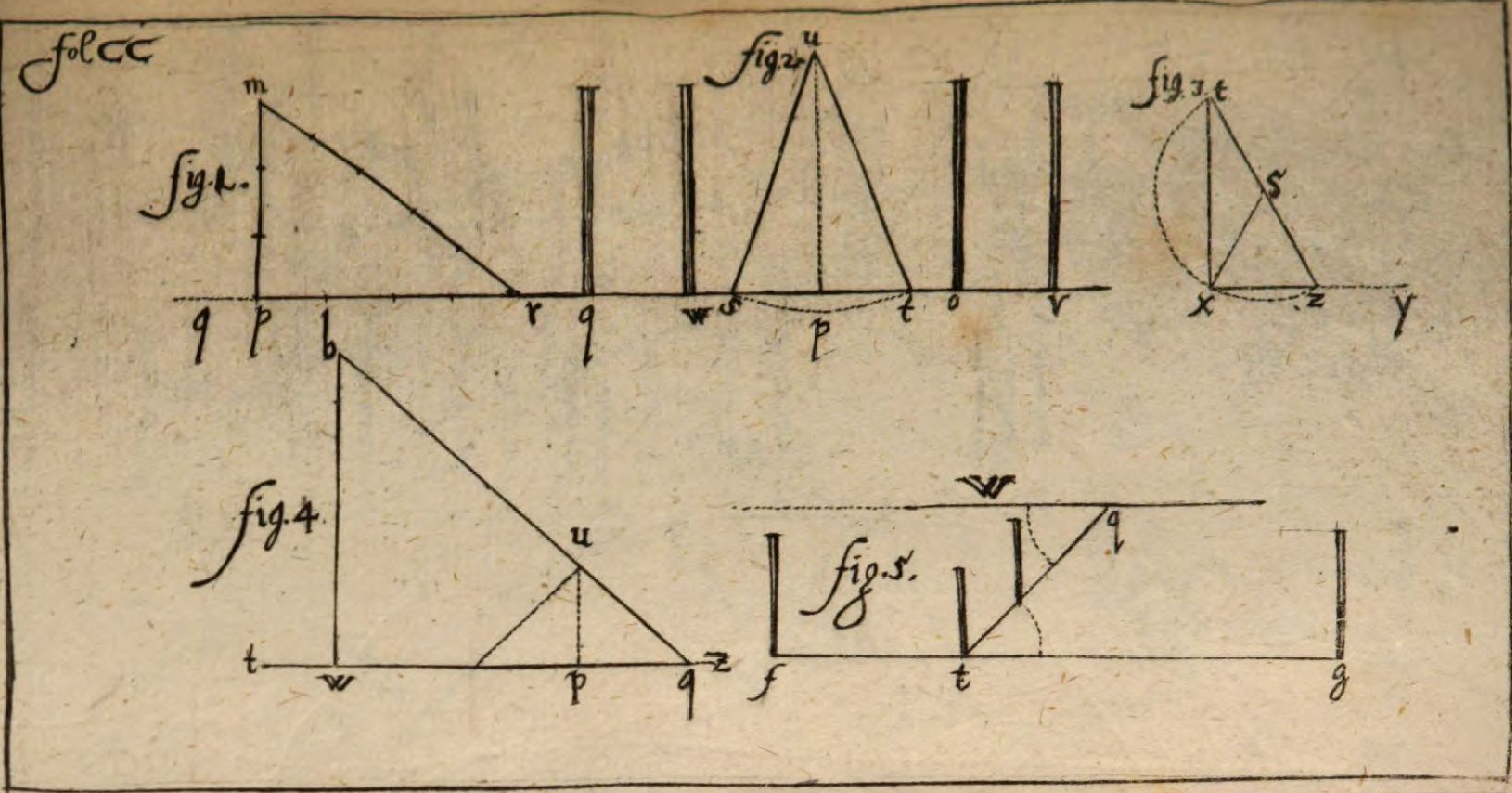


Fol. AA.




fol. BB.
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.




fol CC
fig. 1.
m
q
p
r
q
fig. 2.
u
w
s
p
t
o
v
fig. 3.
t
s
x
z
y
fig. 4.
b
u
t
w
p
q
z
fig. 5.
w
q
f
t
g

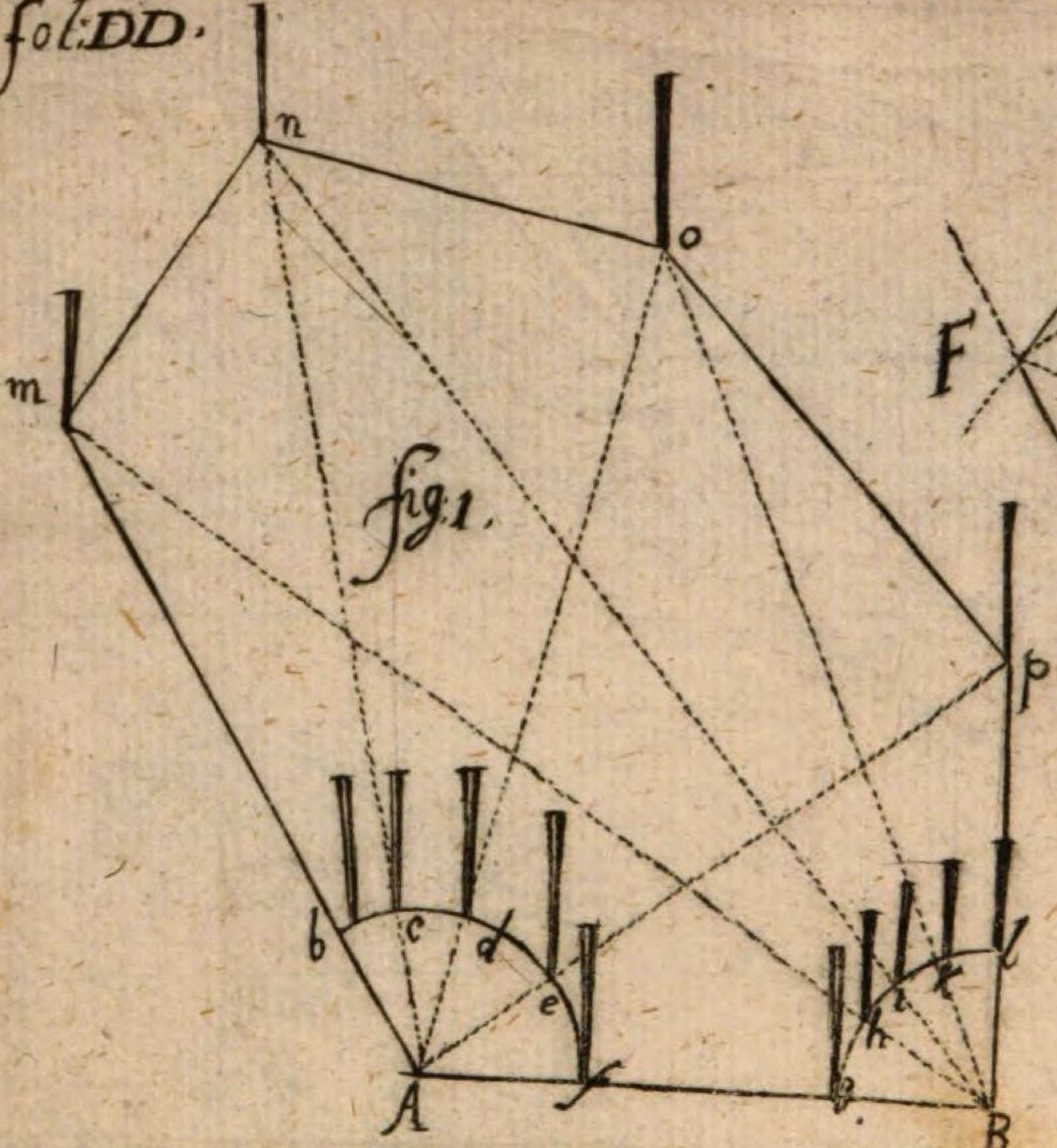


fig.1.
m
n
o
p
b
c
d
e
f
g
h
i
k
l
A
B

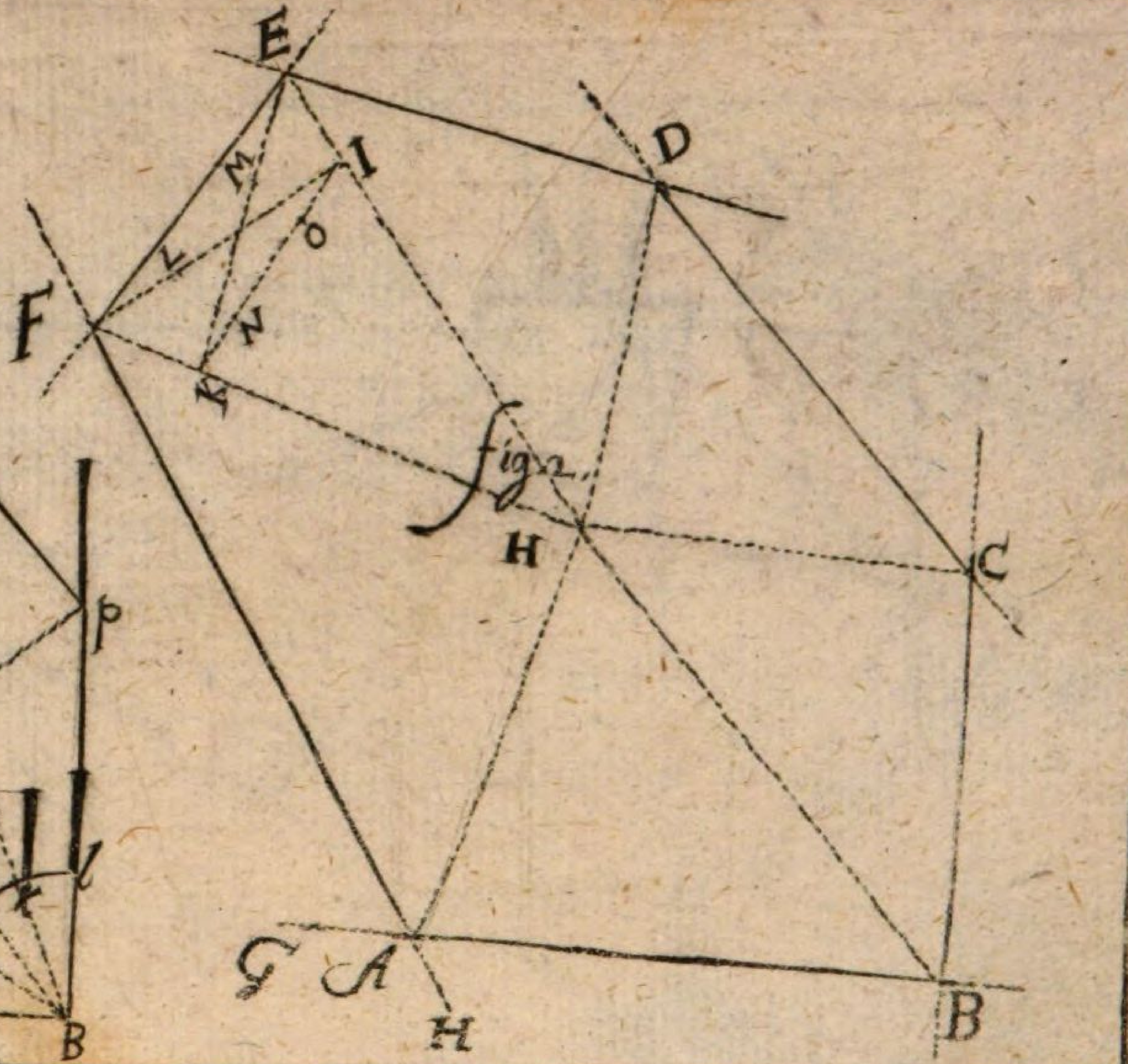
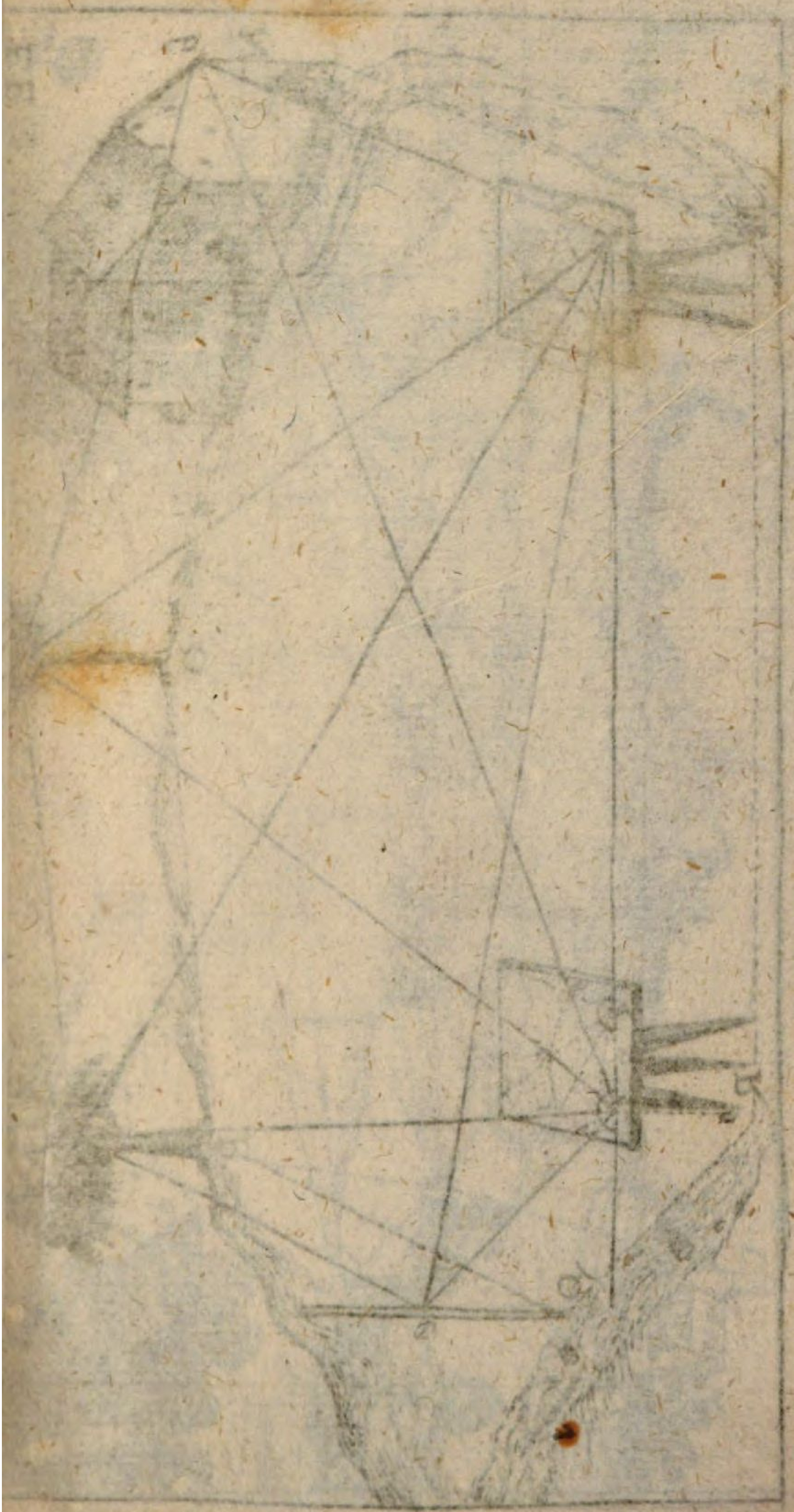
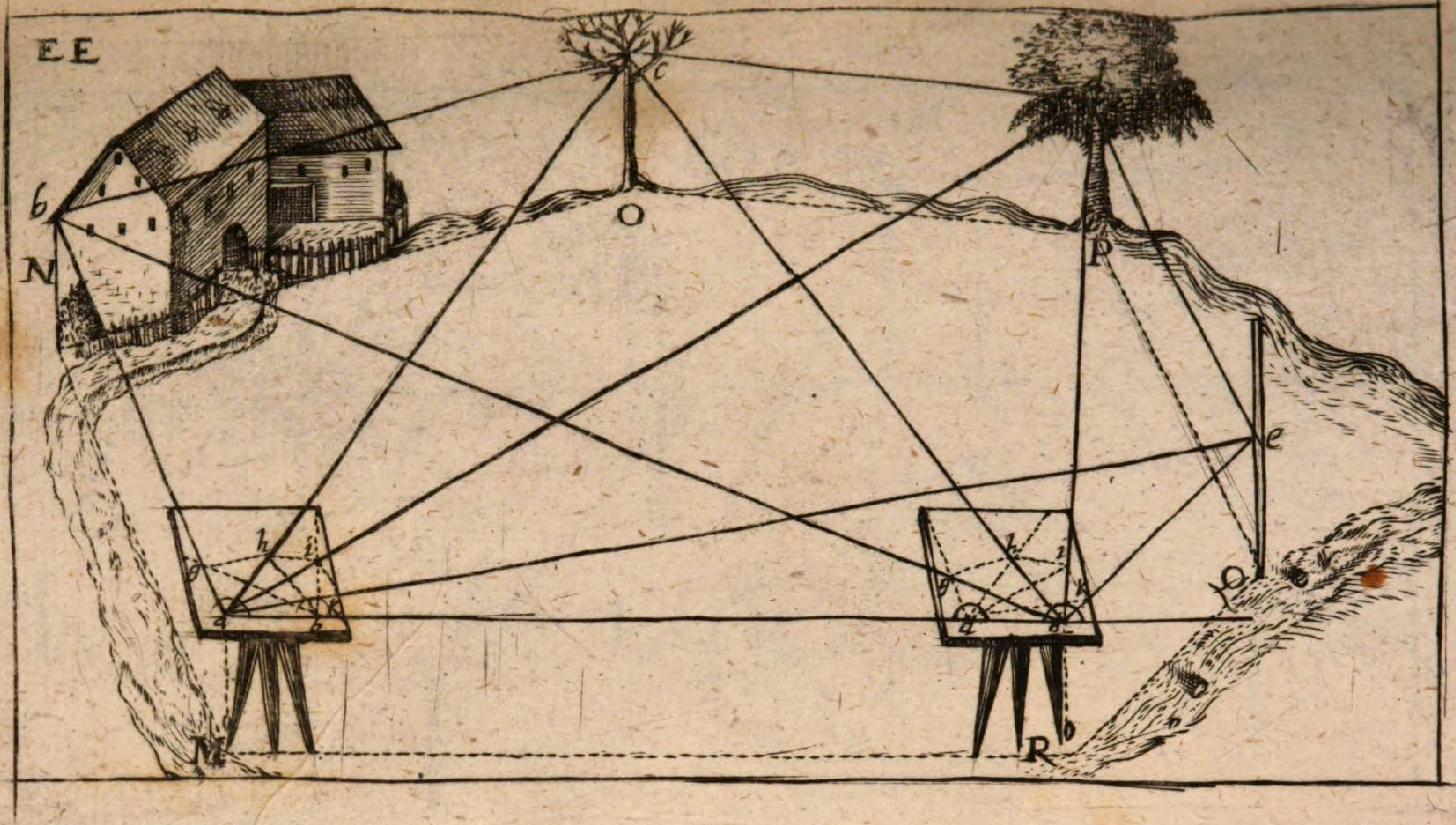
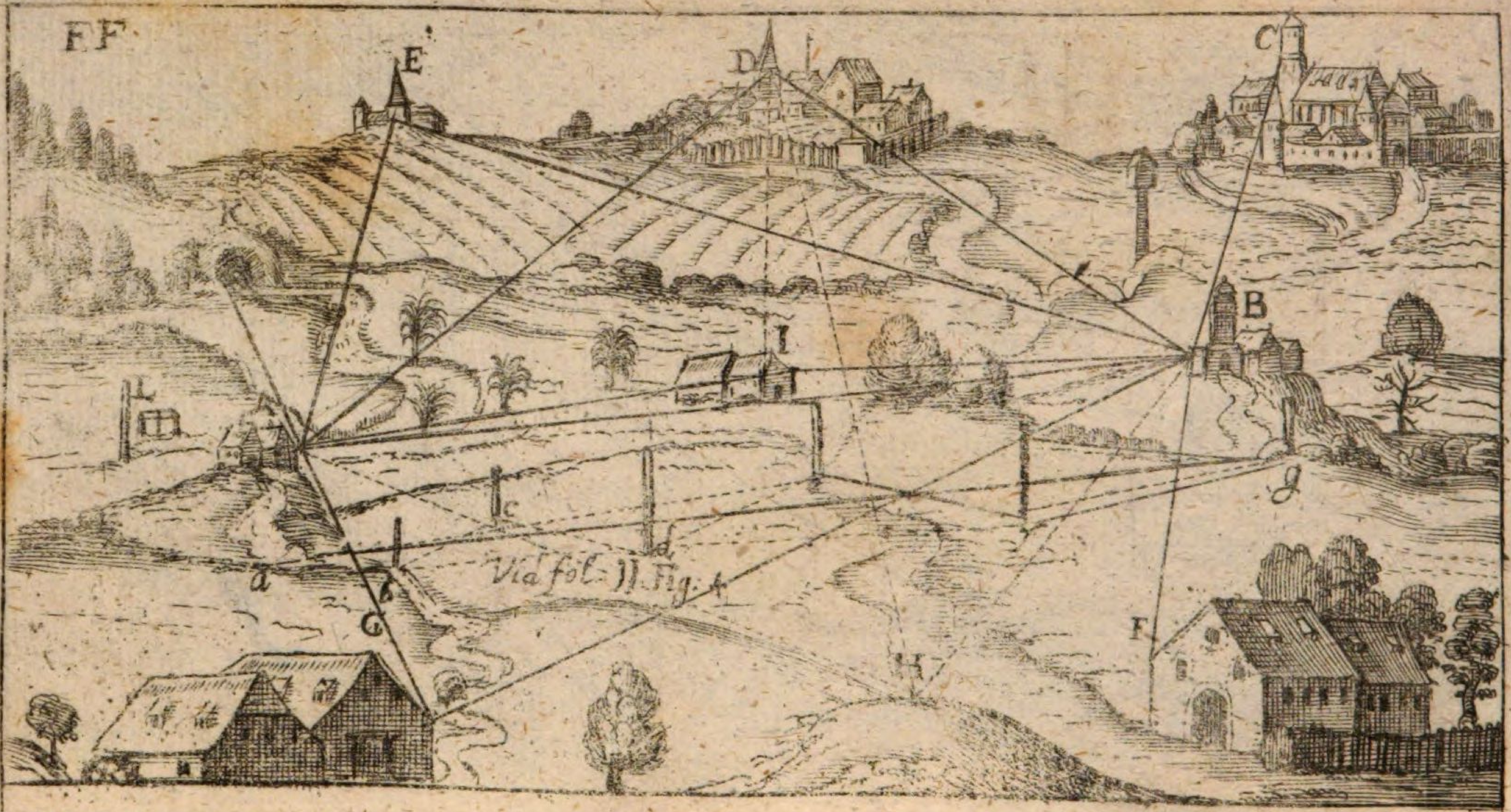
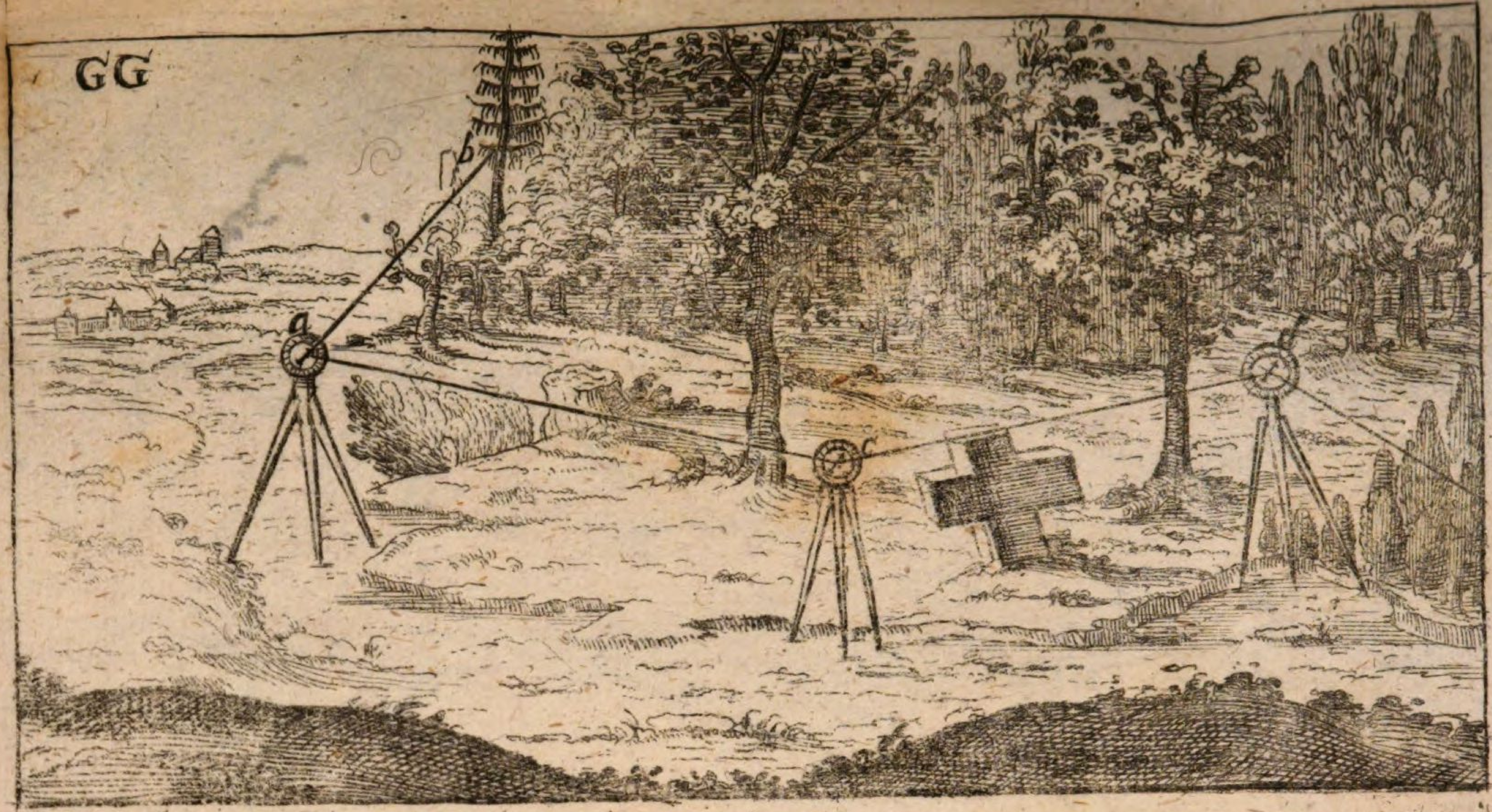


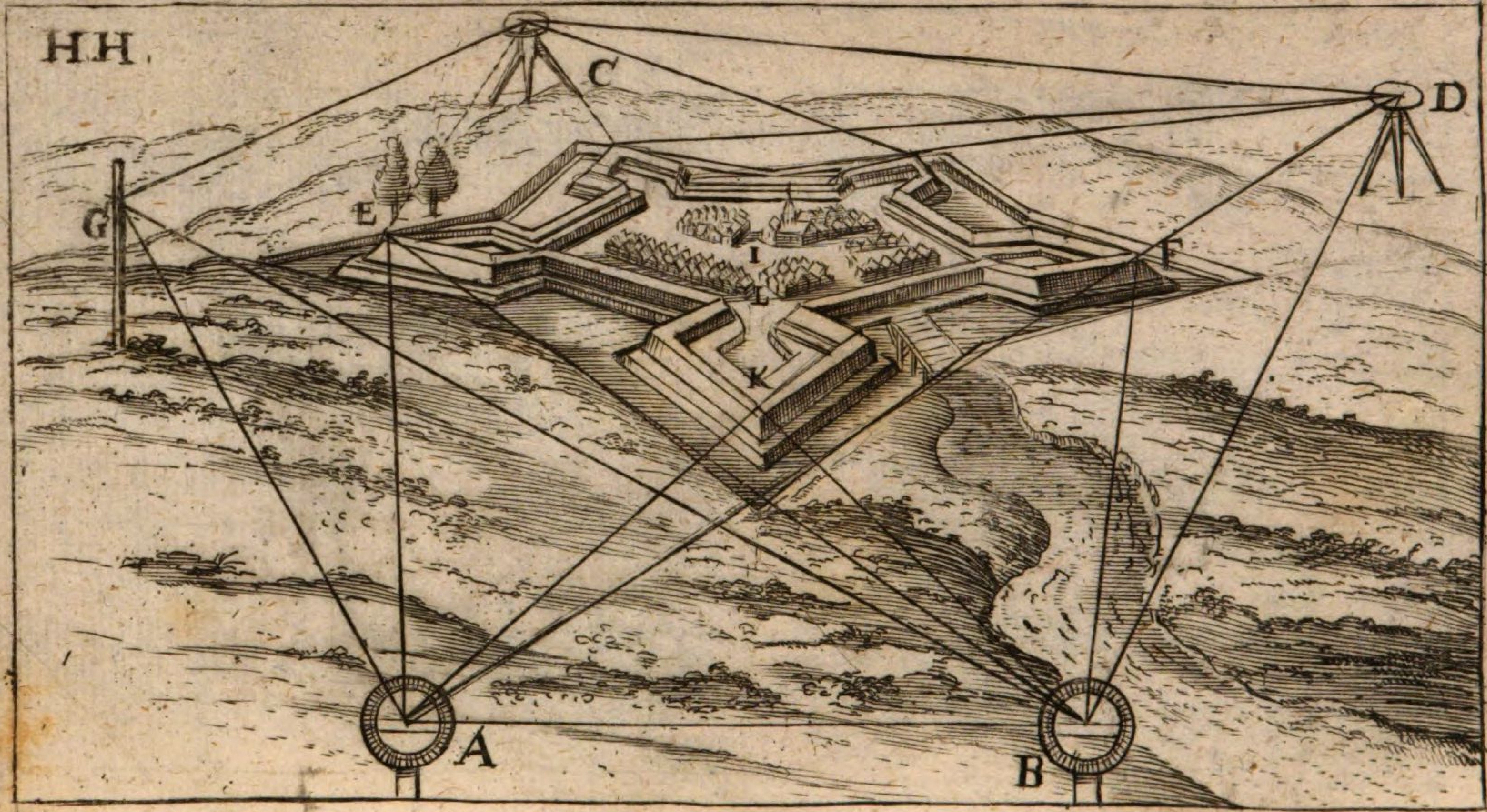
fig.2.
E
D
I
M
O
L
F
N
K
H
C
G
A
H
B




EE
6
N
c
O
P
e
Q
M
R
h
i
g
k
a
b


FF
E
D
C
K
B
I
L
c
d
g
a
b
G
Vid fol. 11 Fig. 4
H
F


GG
a
b


H.H.
C
D
G
E
F
I
L
K
A
B

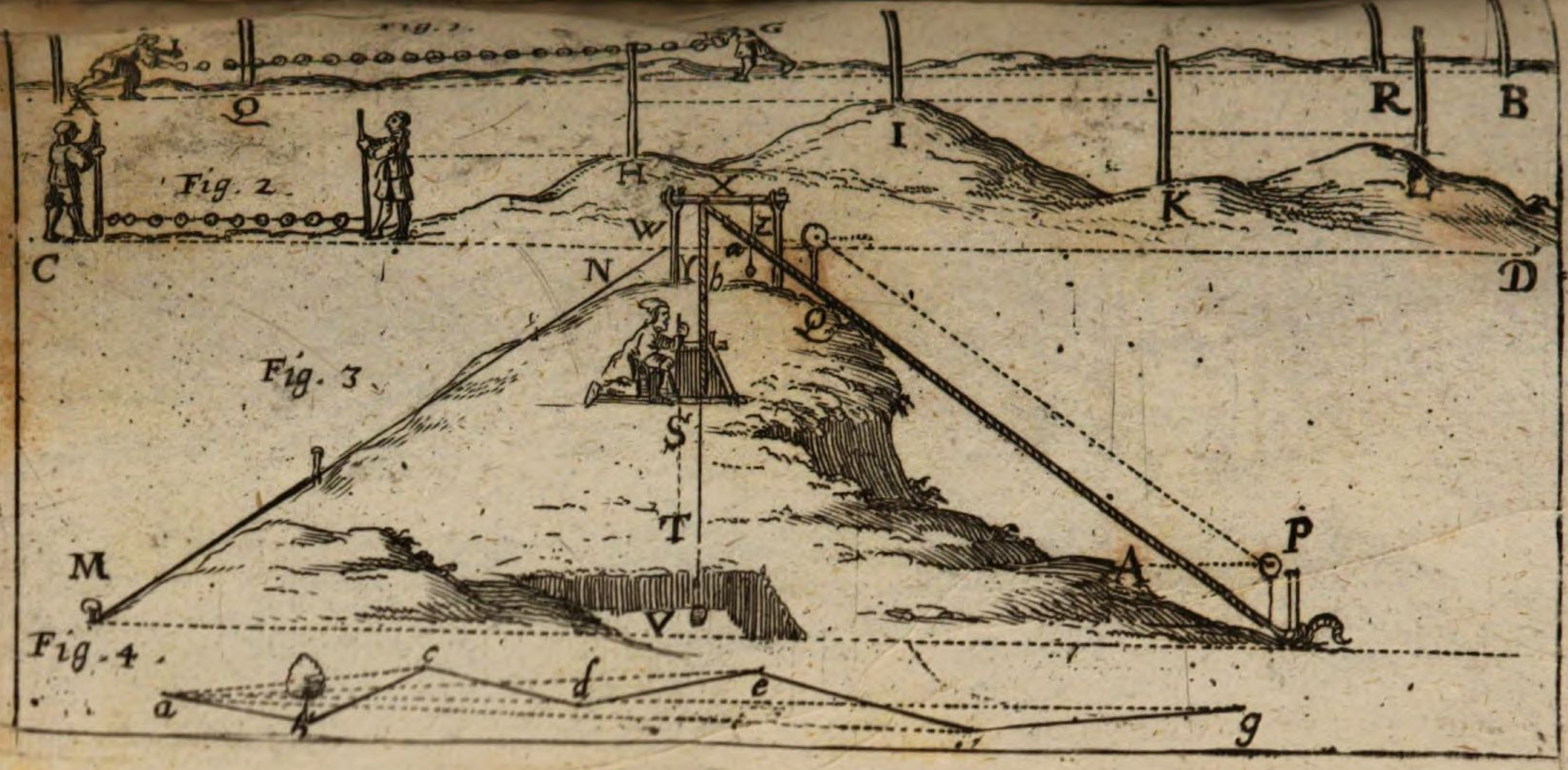
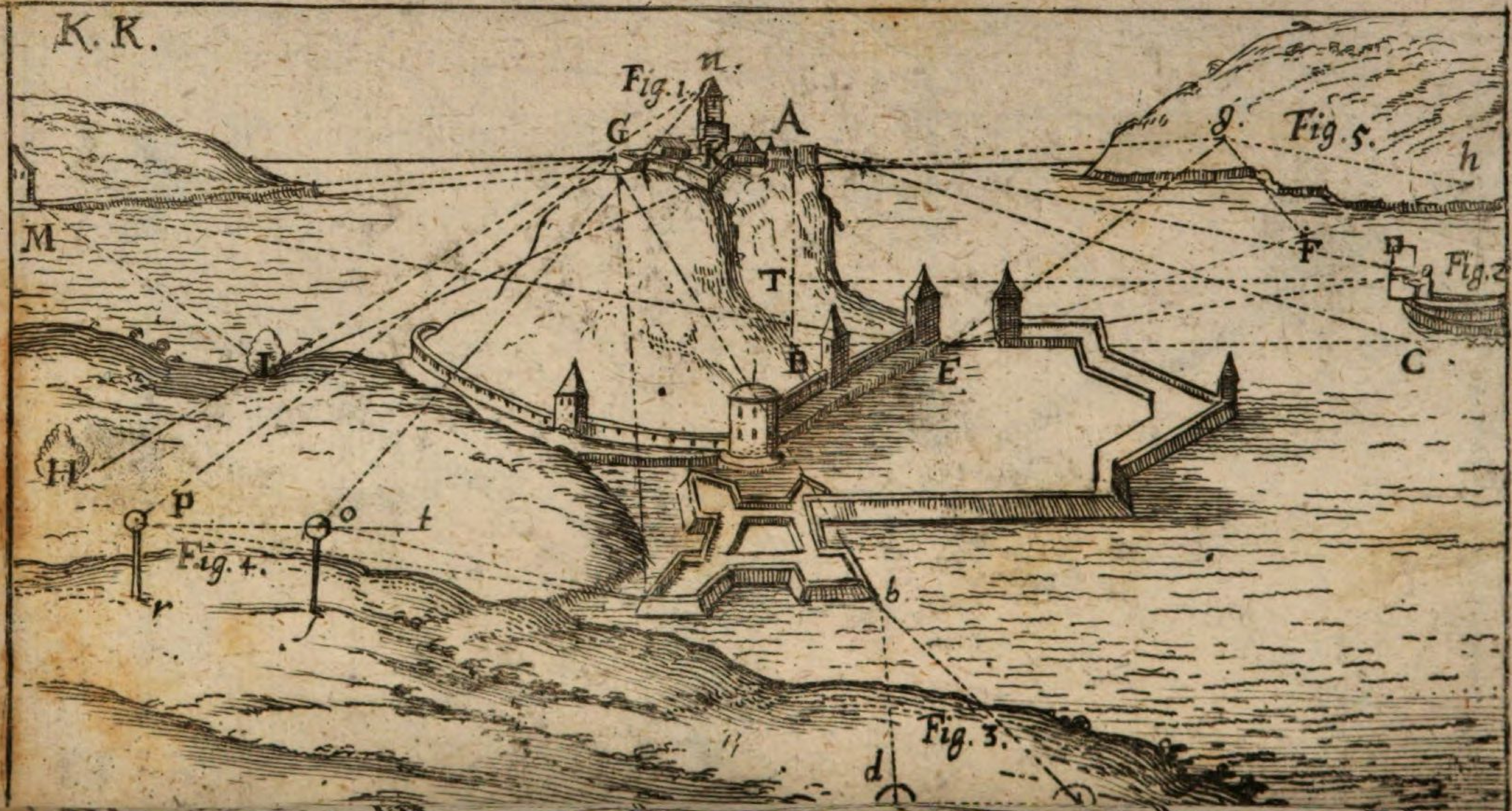
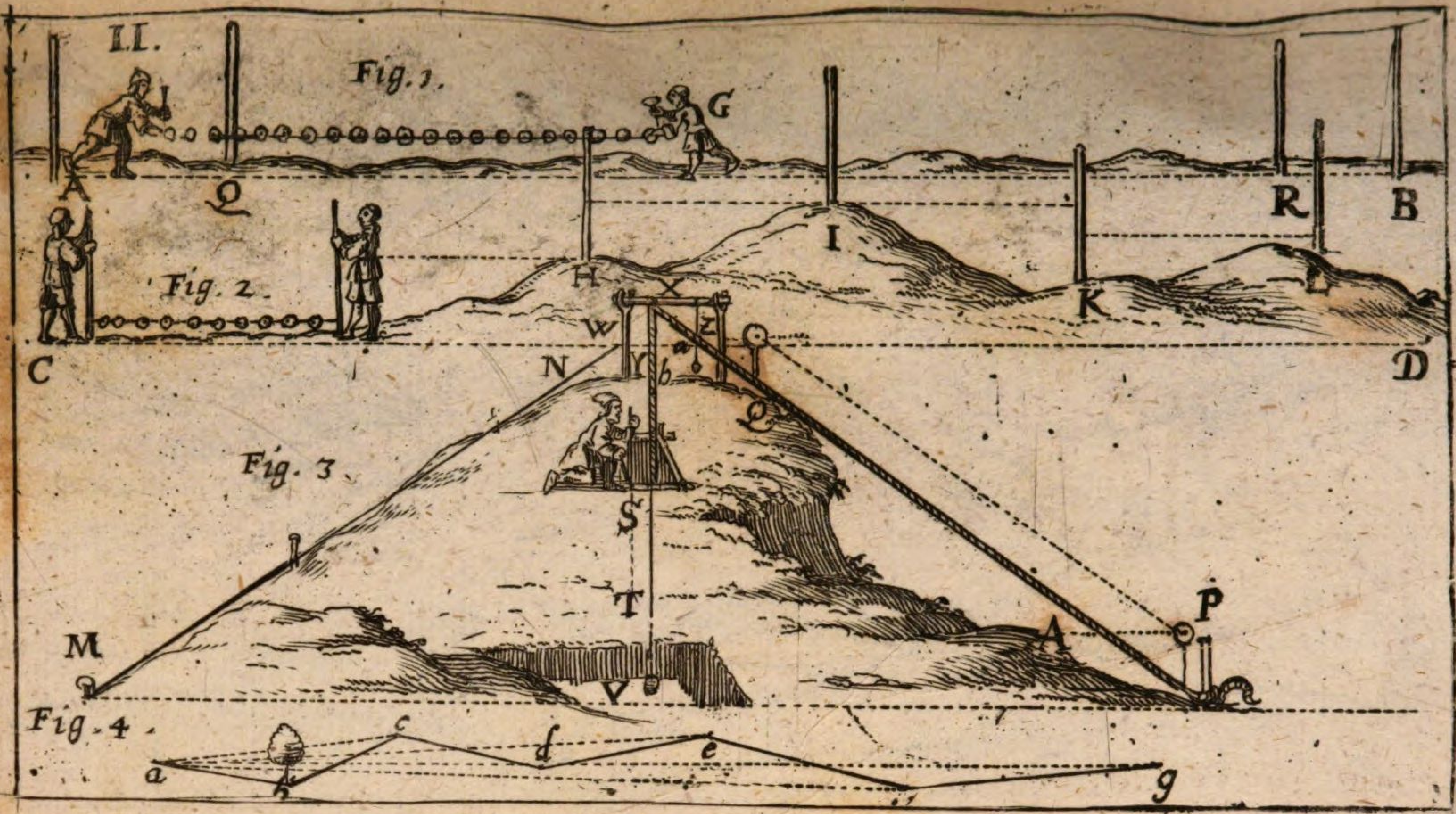
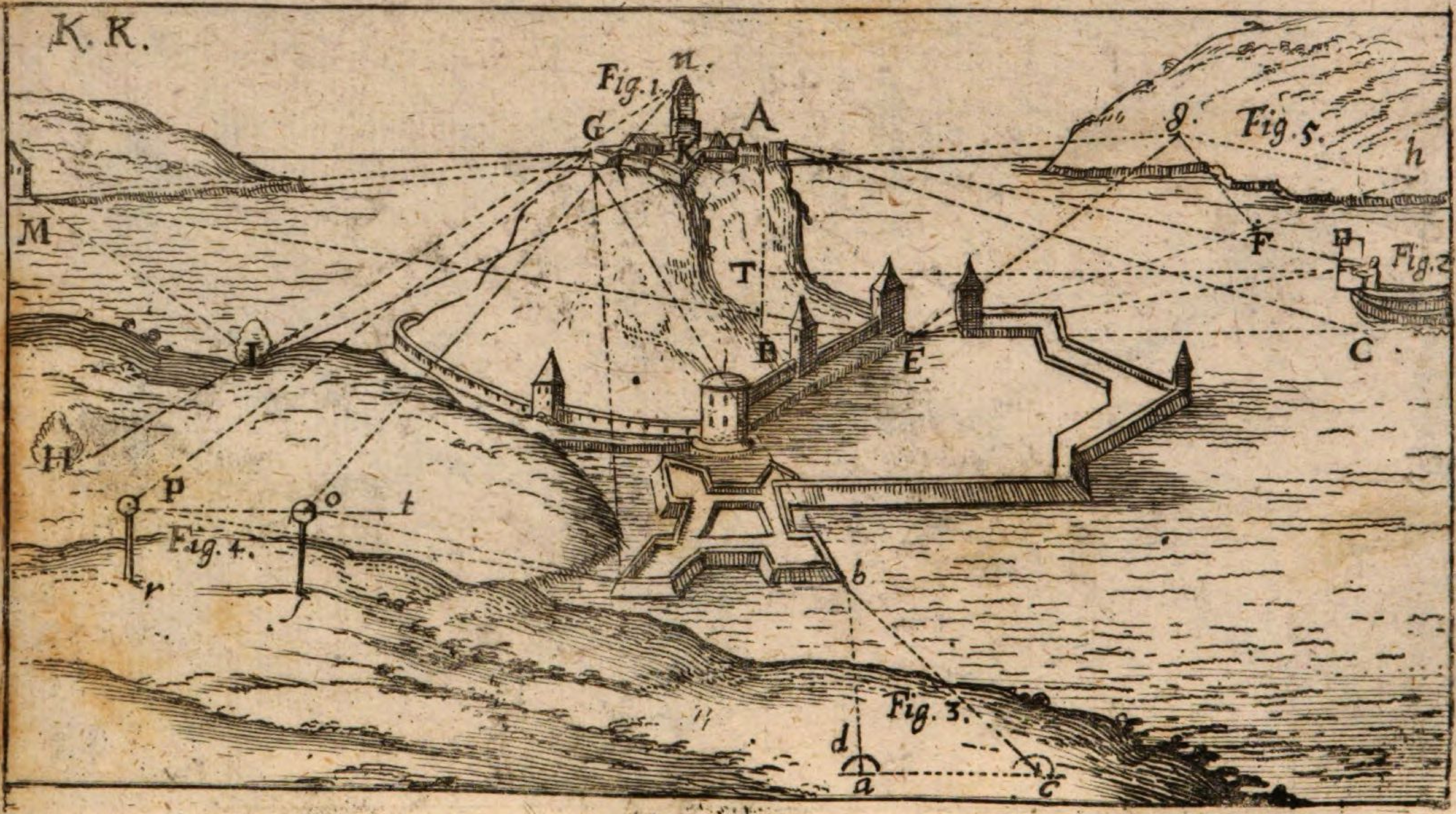
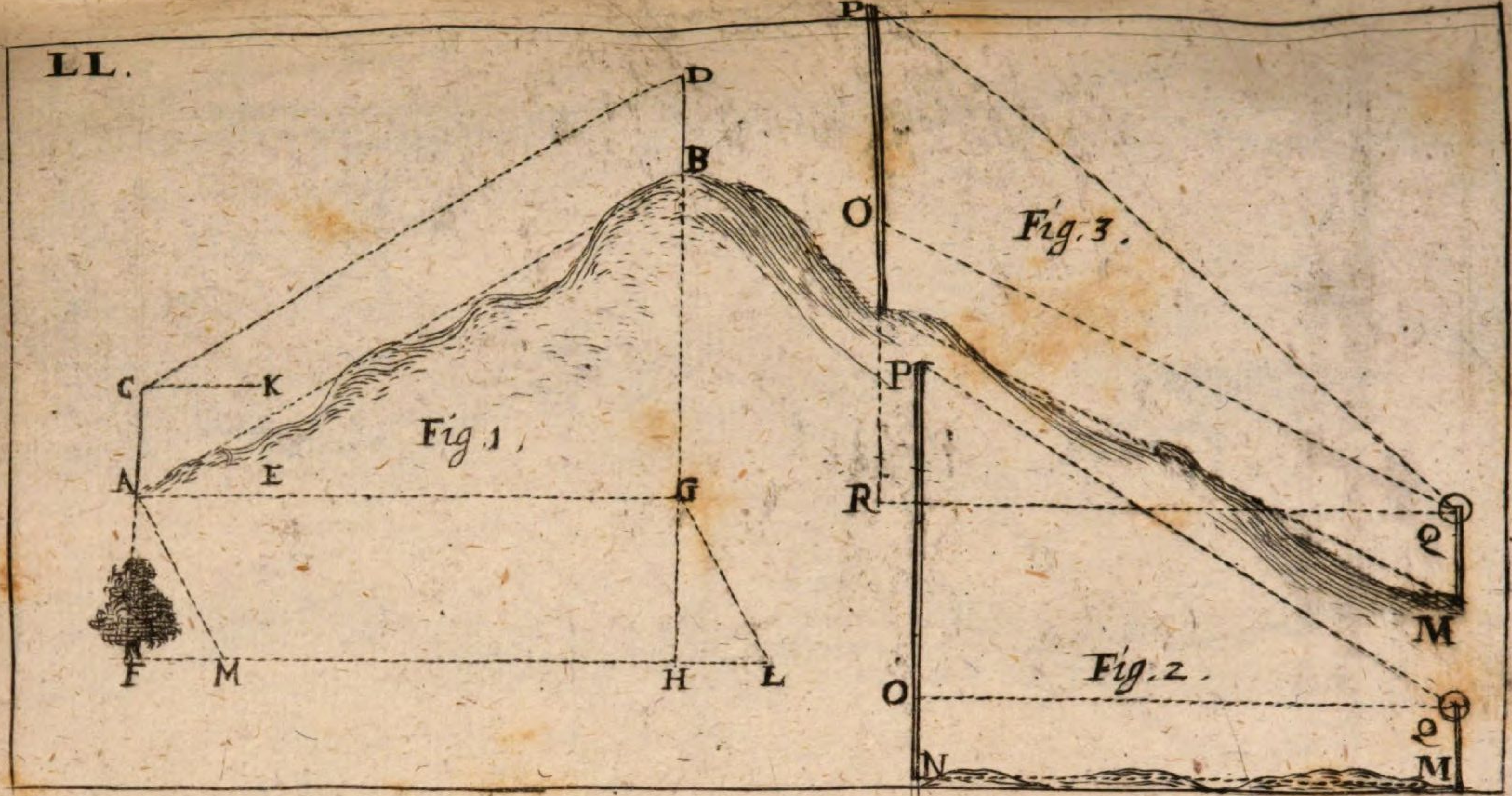


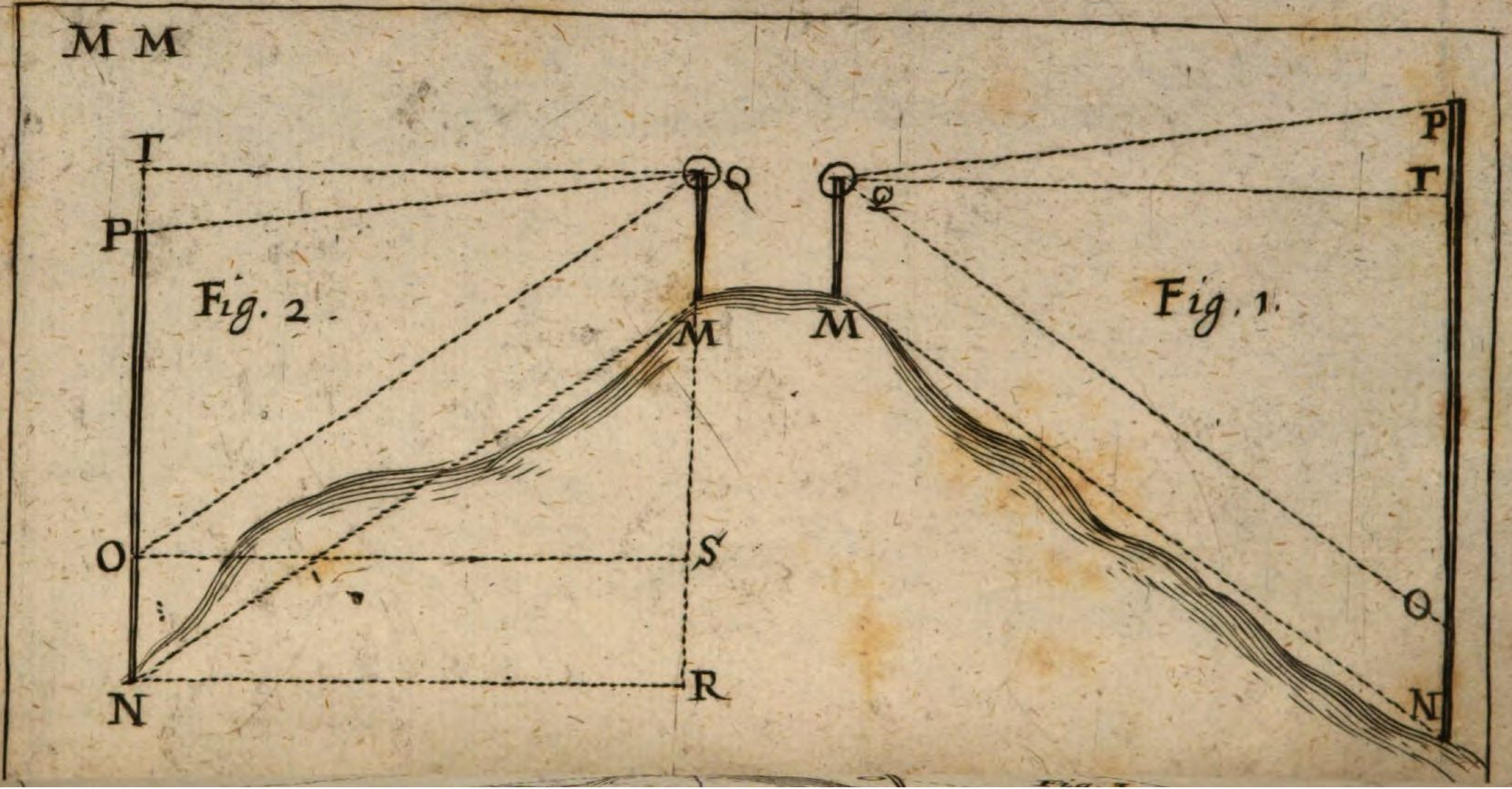
Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4

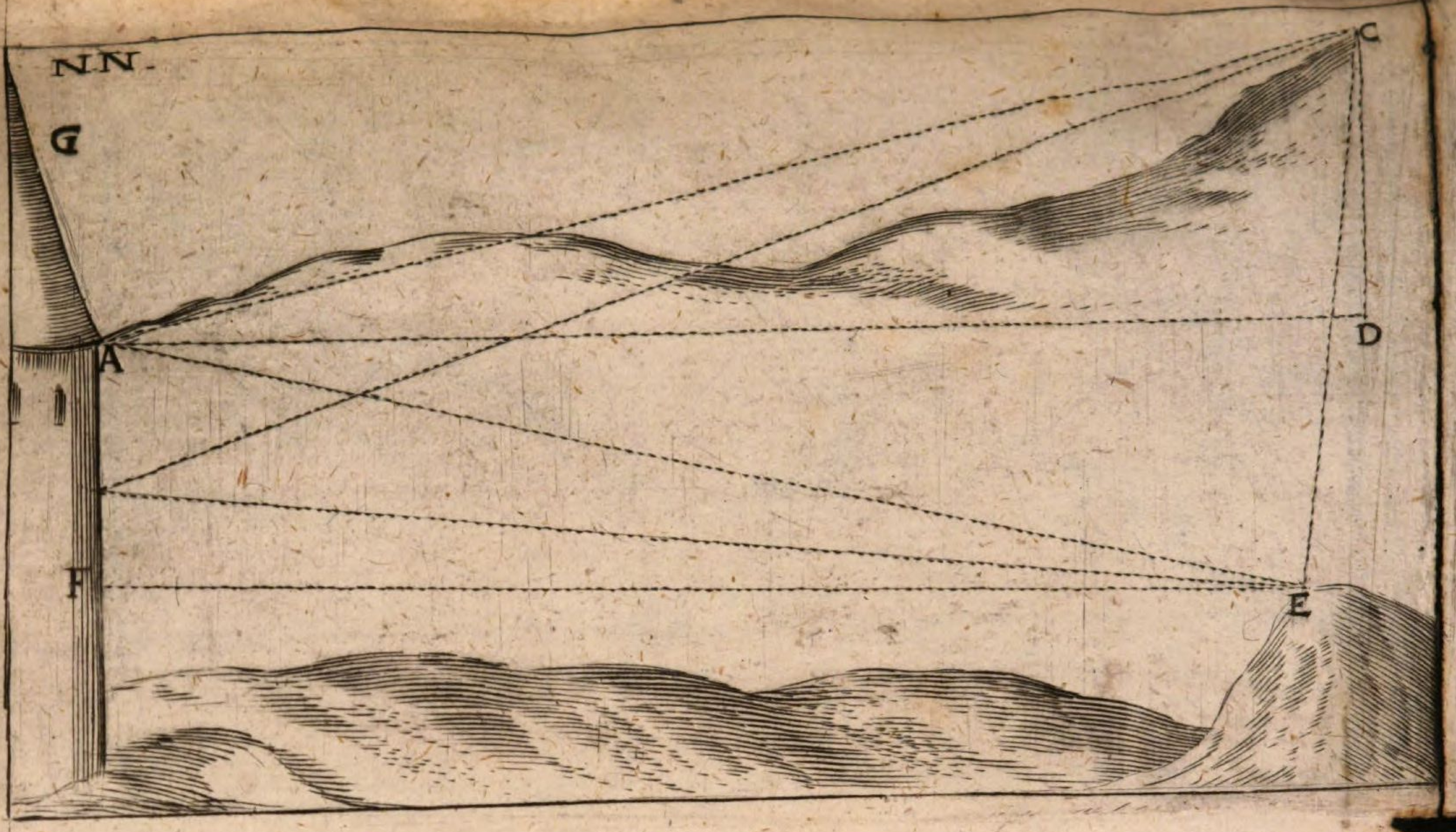

K.K.
Fig. 1.
n.
G
A
K
M
T
B
E
C
I
H
P
o
t
Fig. 4.
r
ſ
b.
Fig. 3.
d
g.
Fig. 5.
h
F
D
Fig. 2

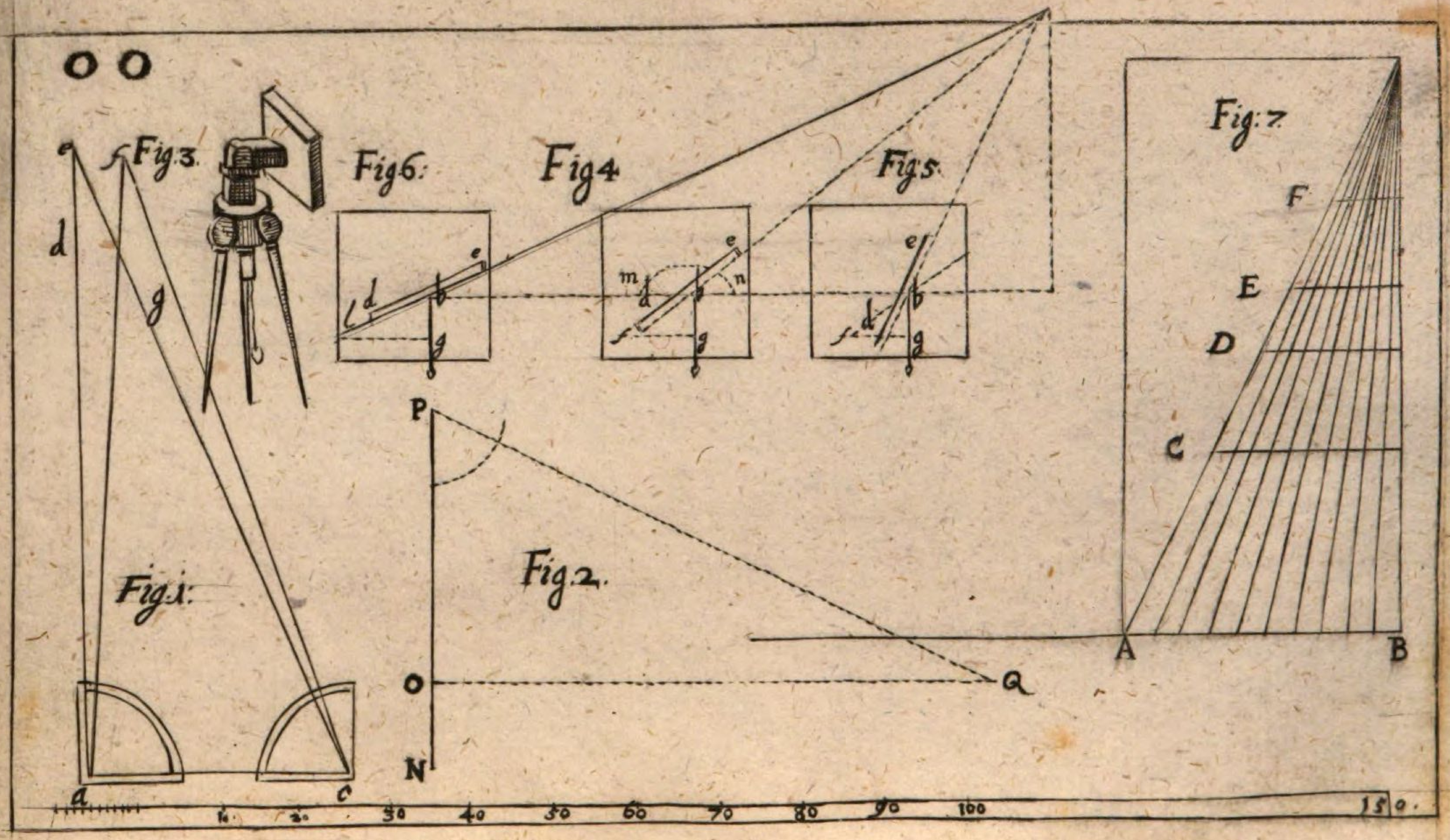

II.
Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
A
B
C
D
G
H
I
K
M
N
P
Q
R
S
T
V
W
X
Y
Z
a
b
c
d
e
g
h


K.K.
Fig. 1.
n.
G
A
R
T
B
E
M
L
H
P
o
t
Fig. 4.
r
ſ
Fig. 5.
g.
h
F
D
Fig. 2
C
b
Fig. 3.
d
a
c

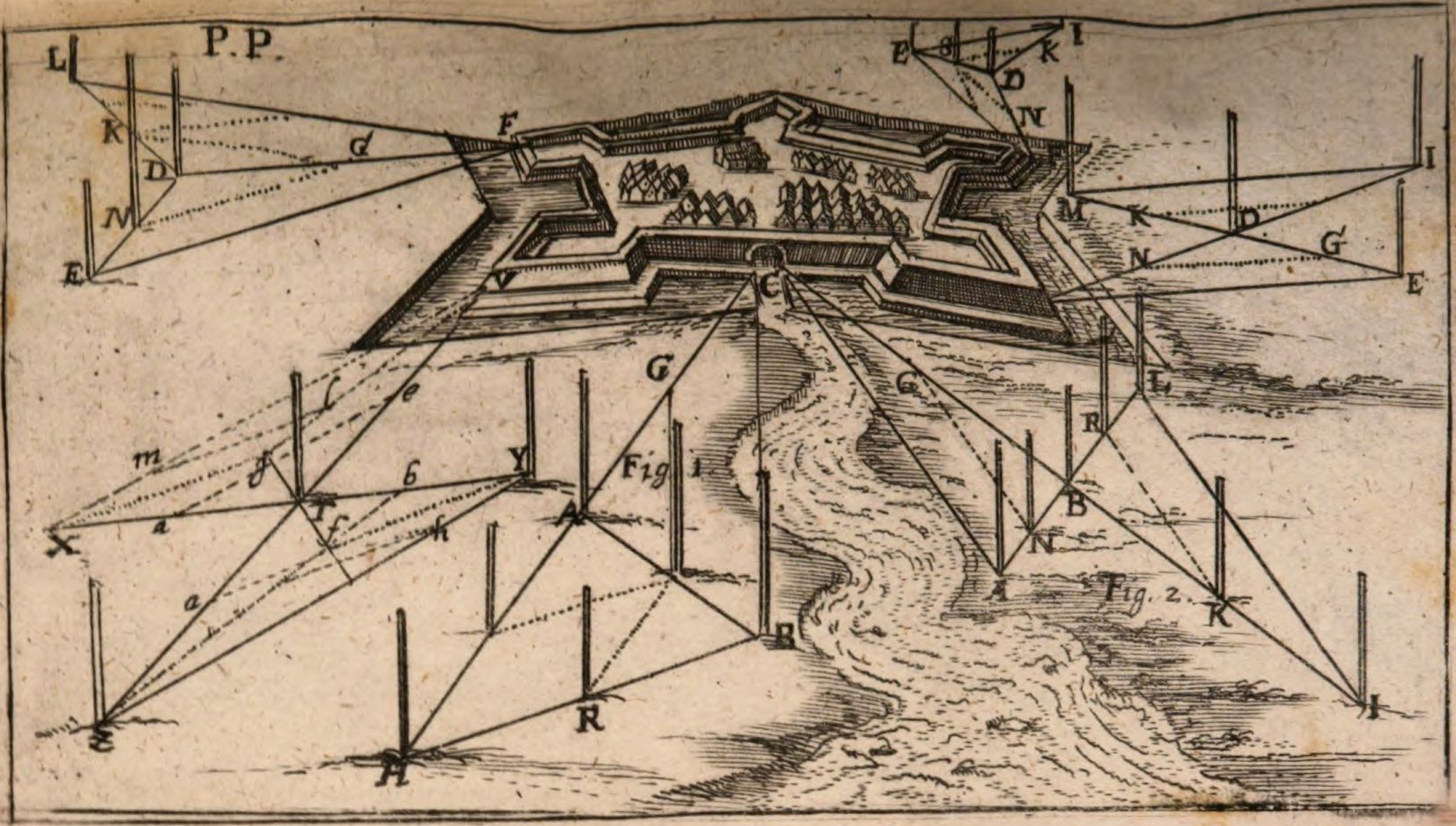

LL.
D
B
O
P
Fig. 3.
C
K
Fig. 1.
A
E
G
P
R
F
M
H
L
Q
M
Fig. 2.
O
Q
N
M

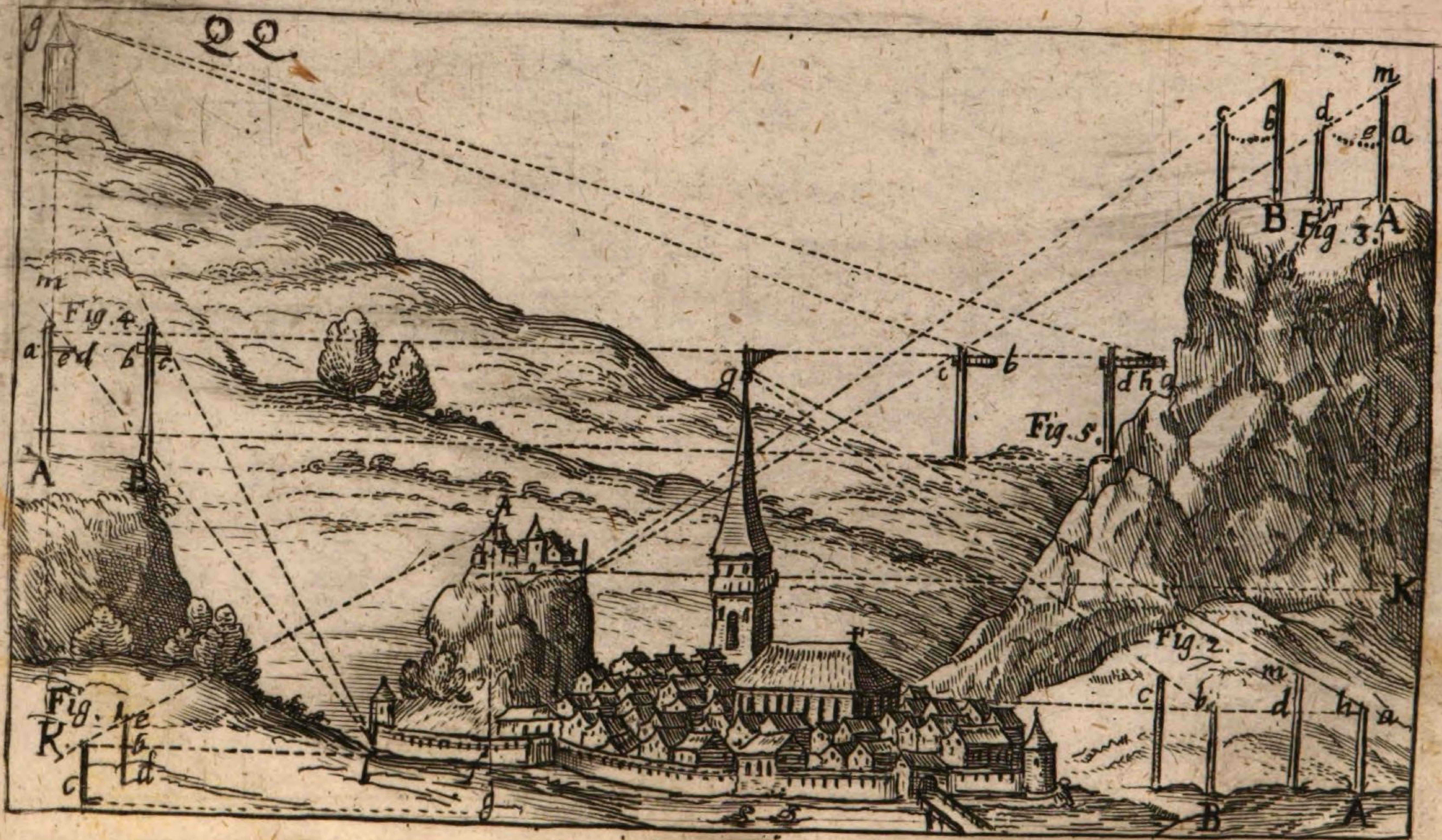

MM
Fig. 2.
Fig. 1.
T
P
O
N
Q
M
S
R
M
Q
P
T
O
N


NN.
G
A
F
E
D
C



O O
Fig.3.
Fig6:
Fig4
Fig.5.
Fig:7
Fig.1:
Fig.2.
A
B
C
D
E
F
P
O
N
Q


P.P.
Fig 1
Fig. 2


QQ
Fig. 4.
Fig. 5.
B Fig. 3. A
Fig. 2.
Fig.
K

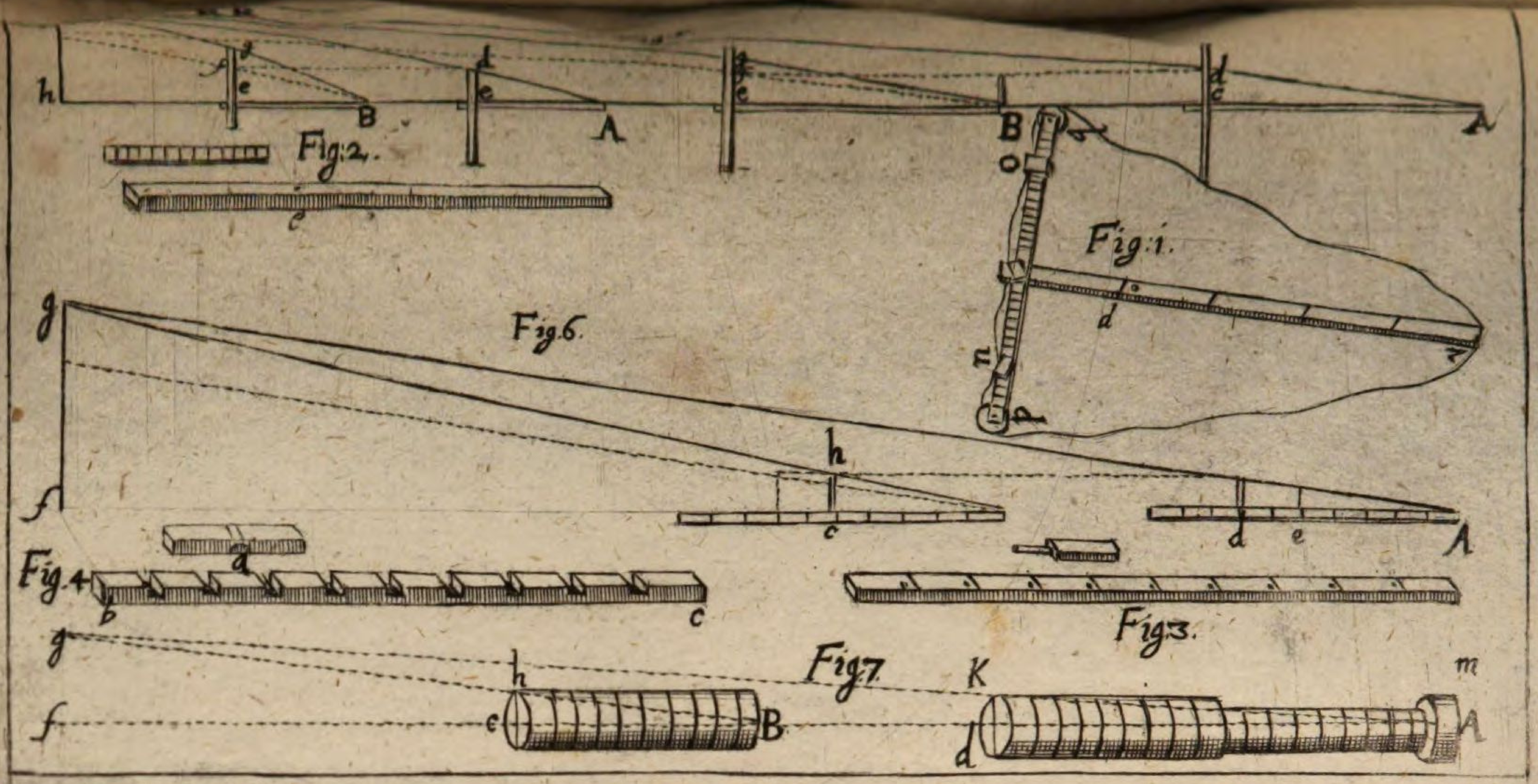
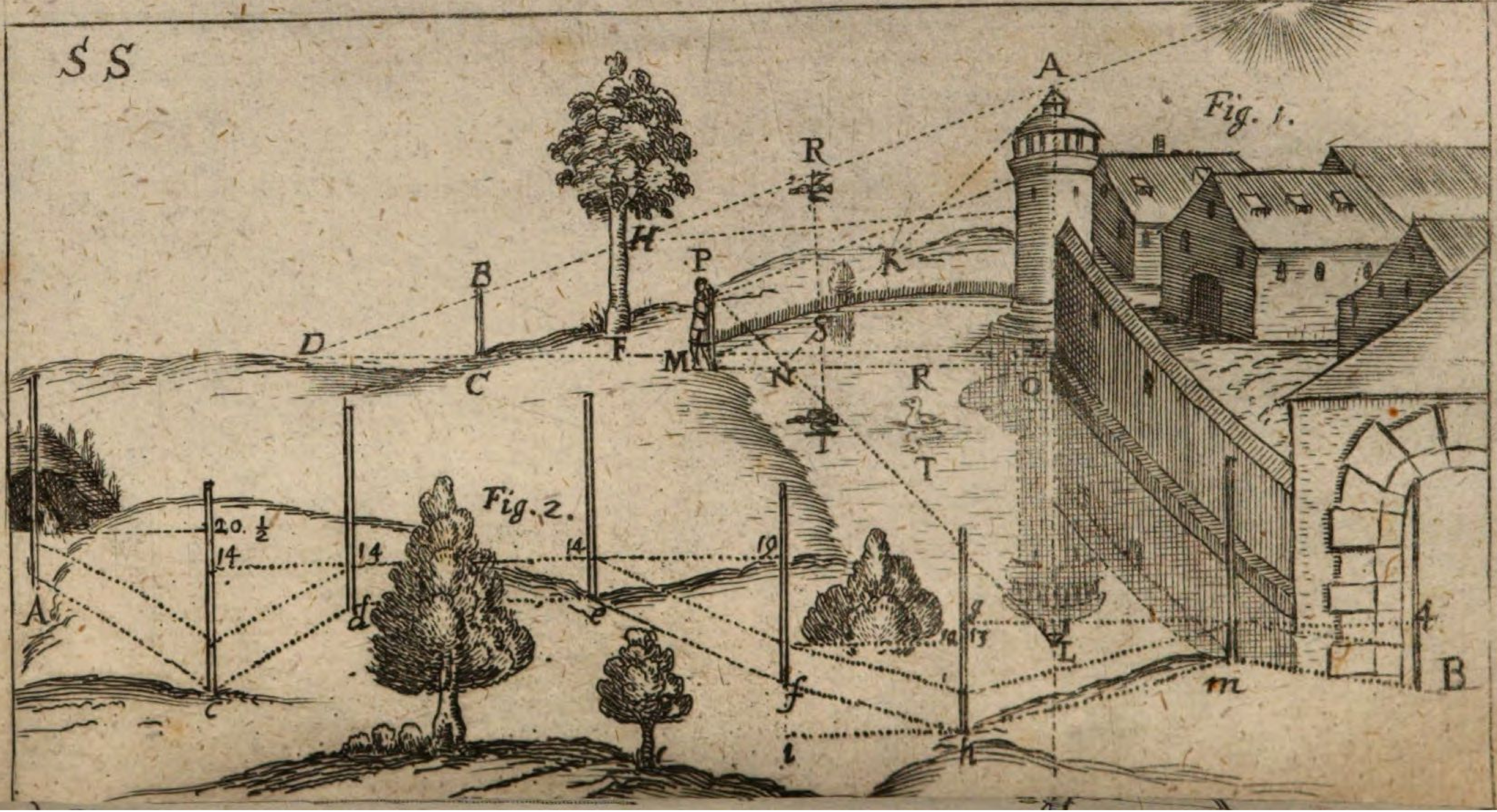
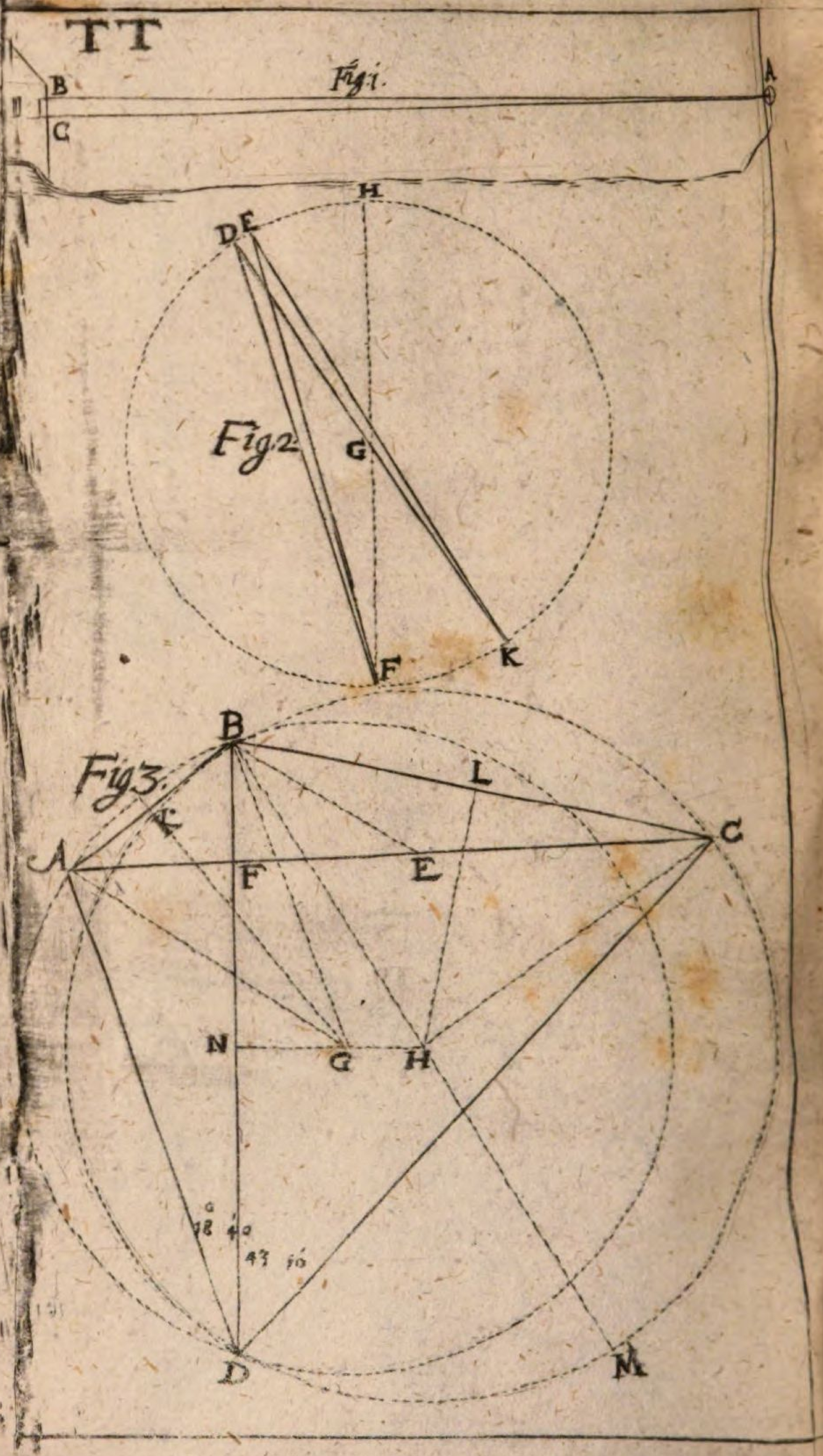


Fig:1.
Fig:2.
Fig:3.
Fig.4
Fig.6.
Fig.7


SS
Fig. 1.
Fig. 2.
A
B
C
D
F
H
K
L
M
N
O
P
R
S
T
20. ½
14
19
13
c
d
e
f
g
h
i
m


TT
Fig.1.
B
C
A
H
DE
Fig.2
G
F
K
B
Fig.3.
L
K
A
F
E
C
N
G
H
D
M

V.V.

Fig.1.

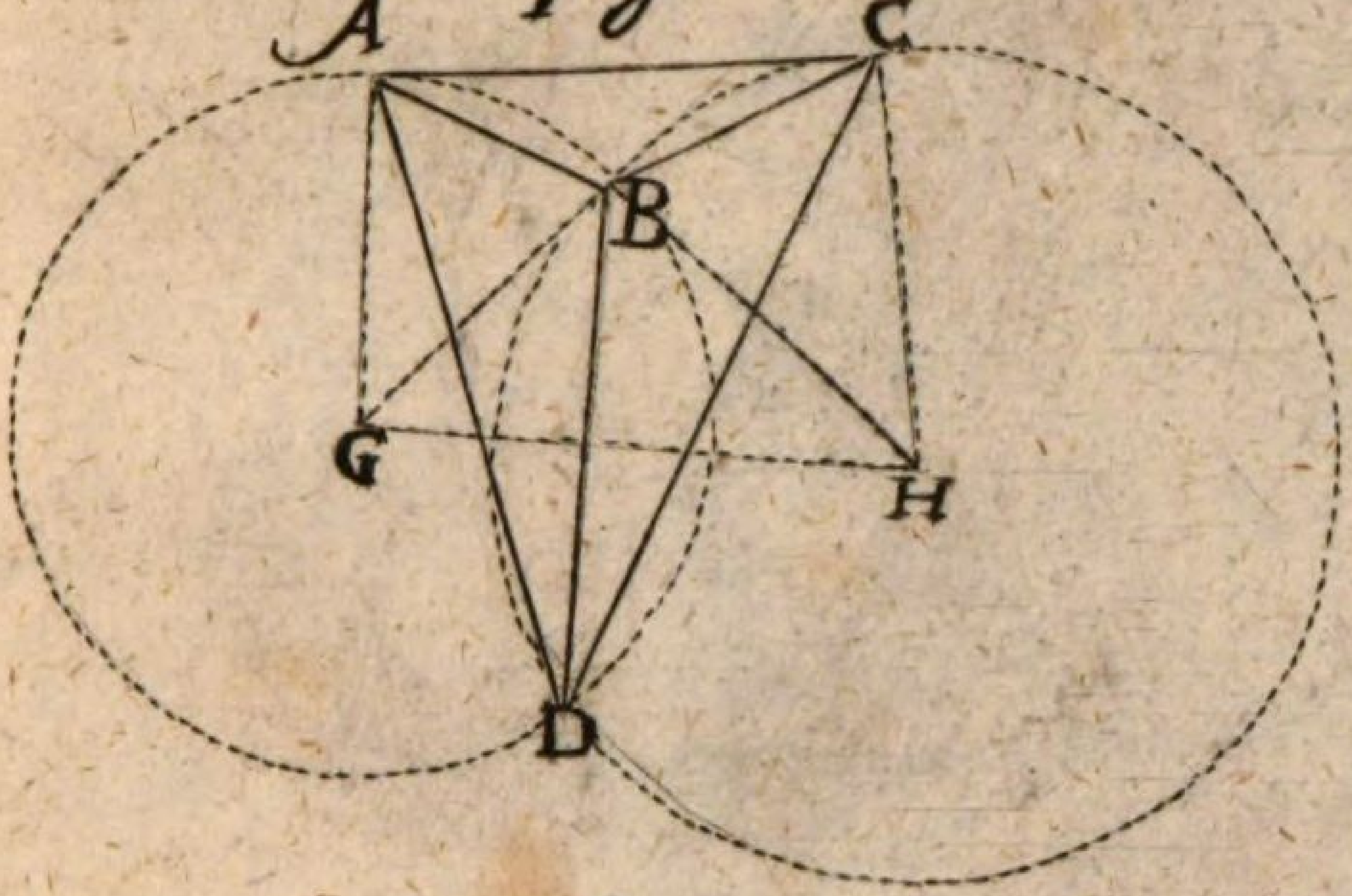
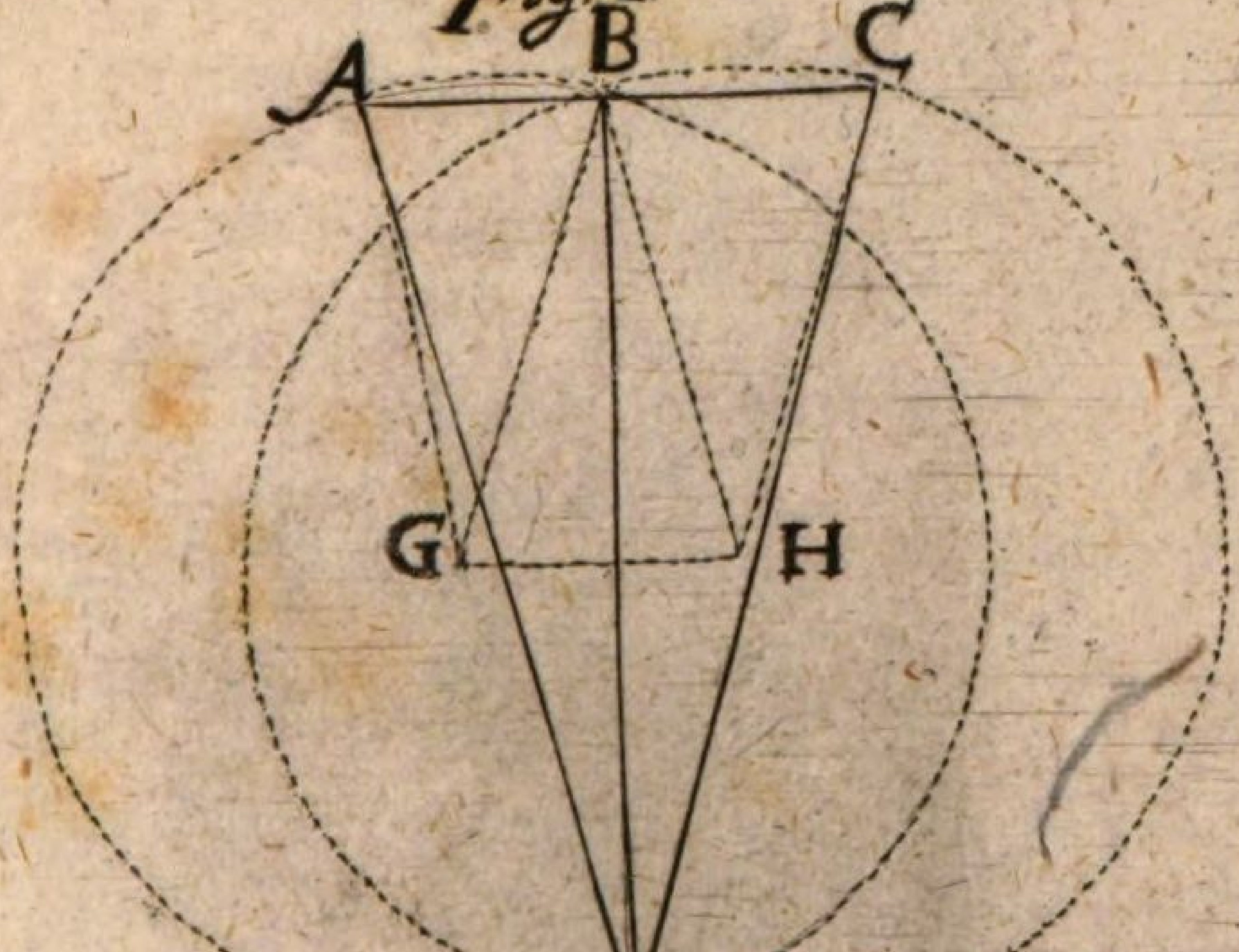


Fig.2.



WW

Fig 1

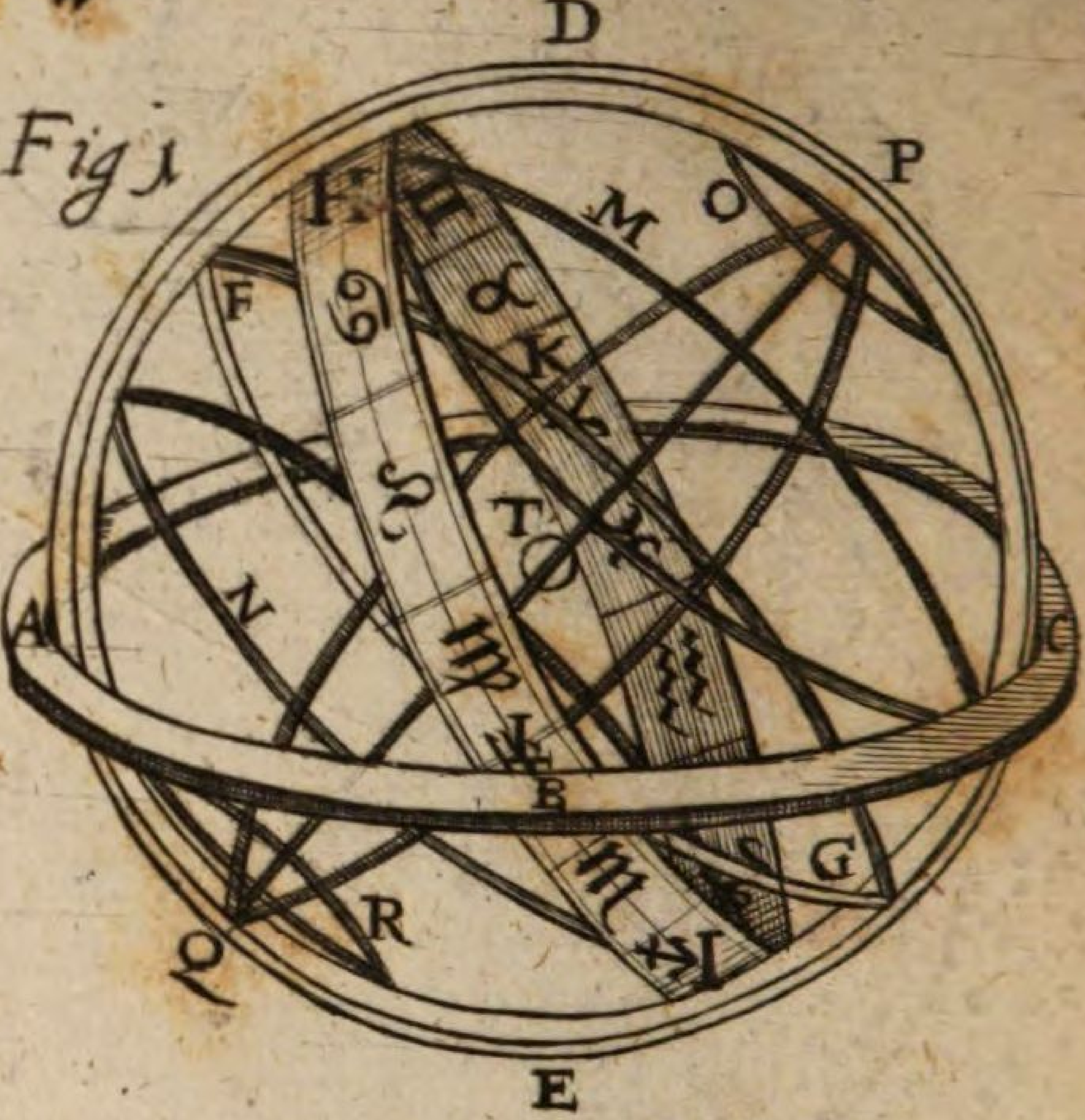
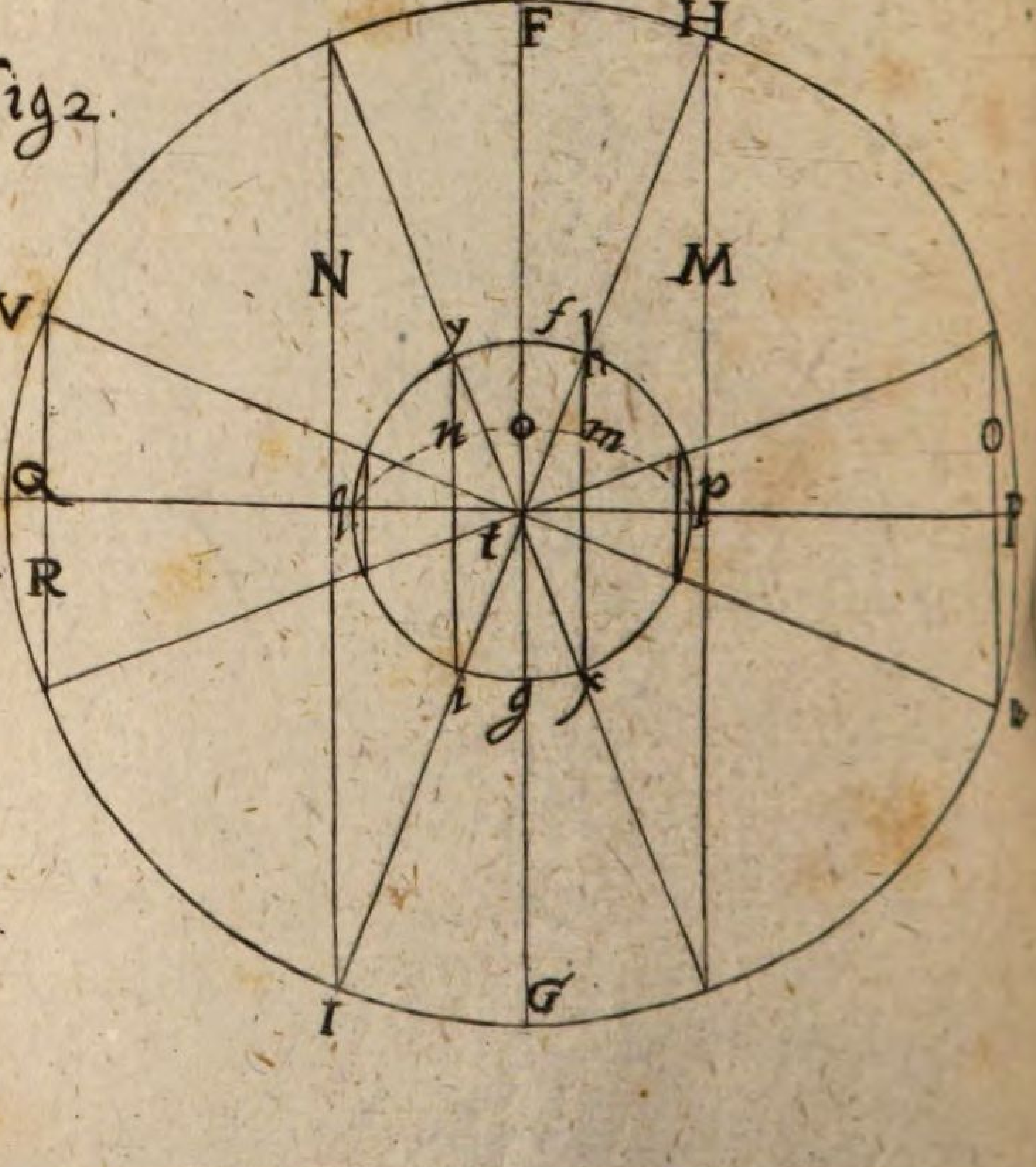


Fig 2.



XX

Fig. 1.

Fig. 2

Fig. 3.

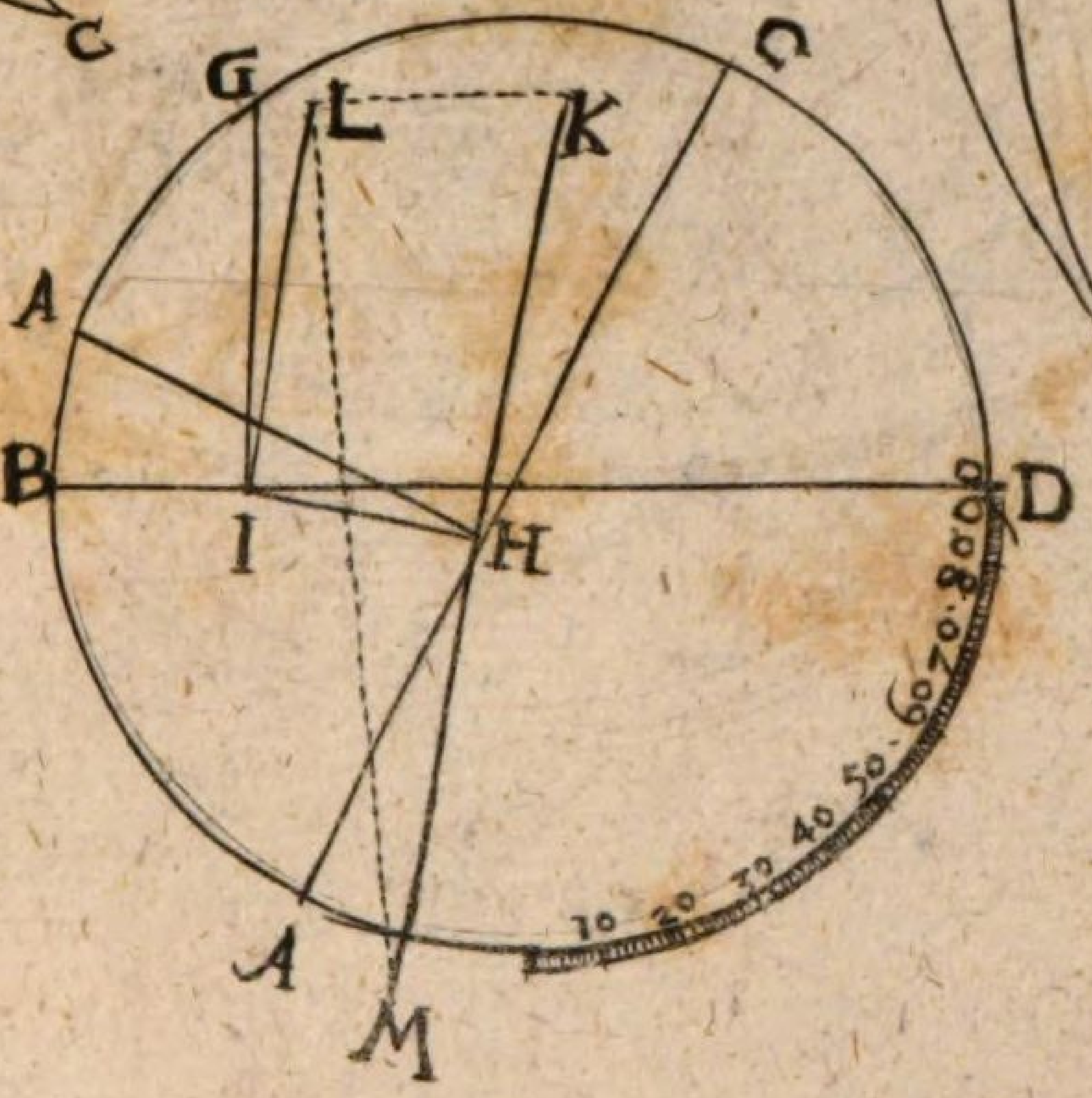
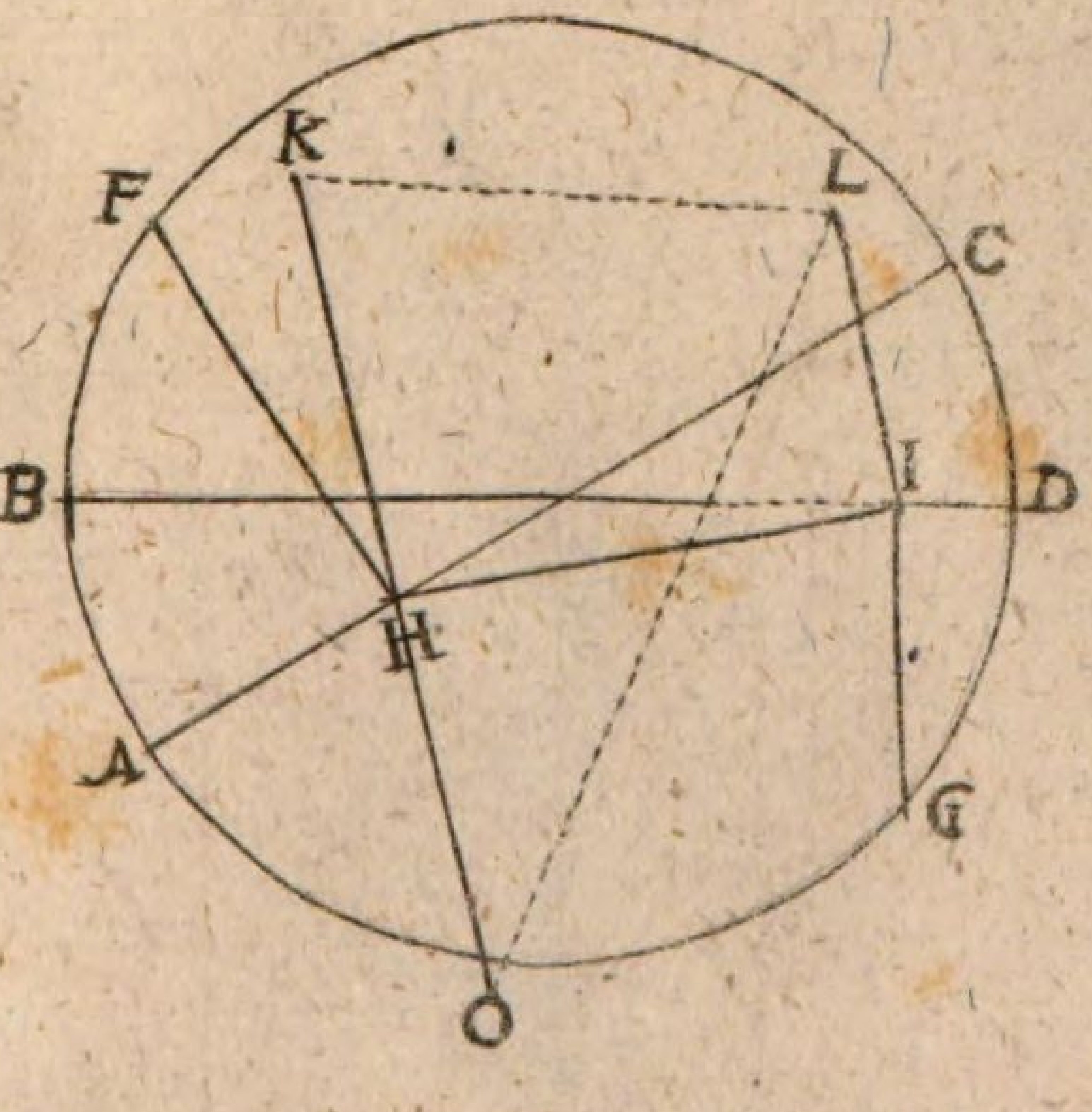
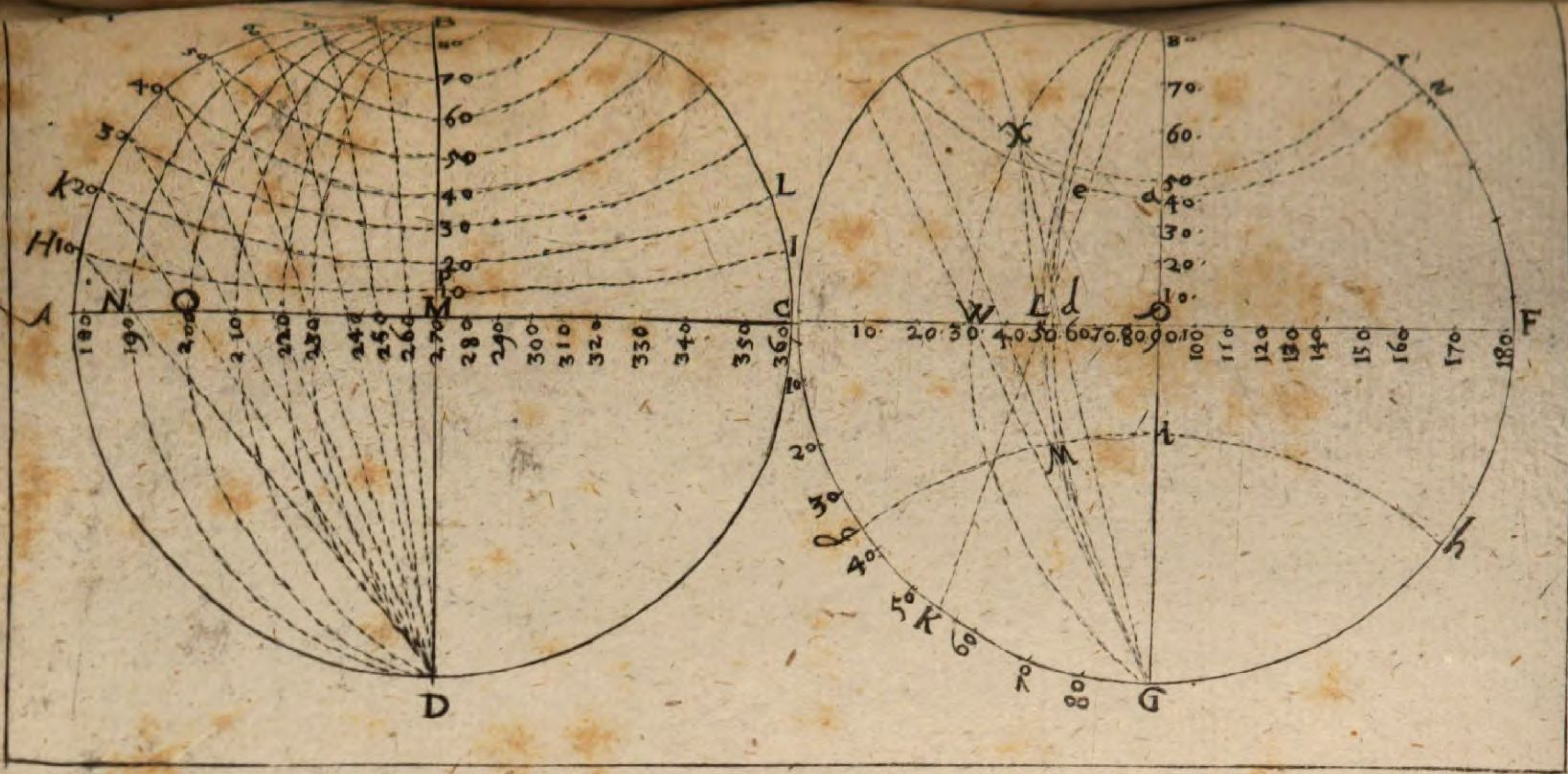
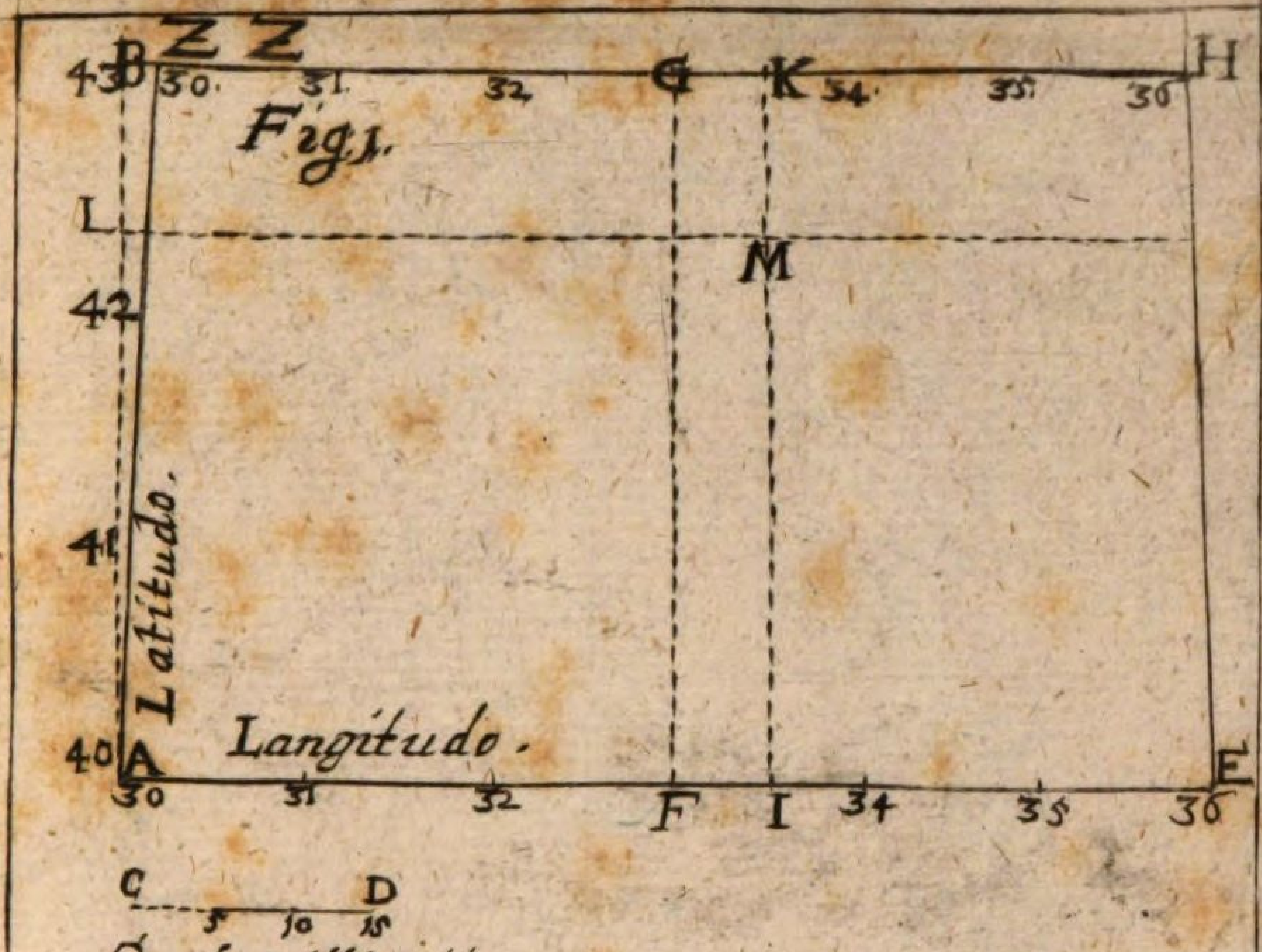


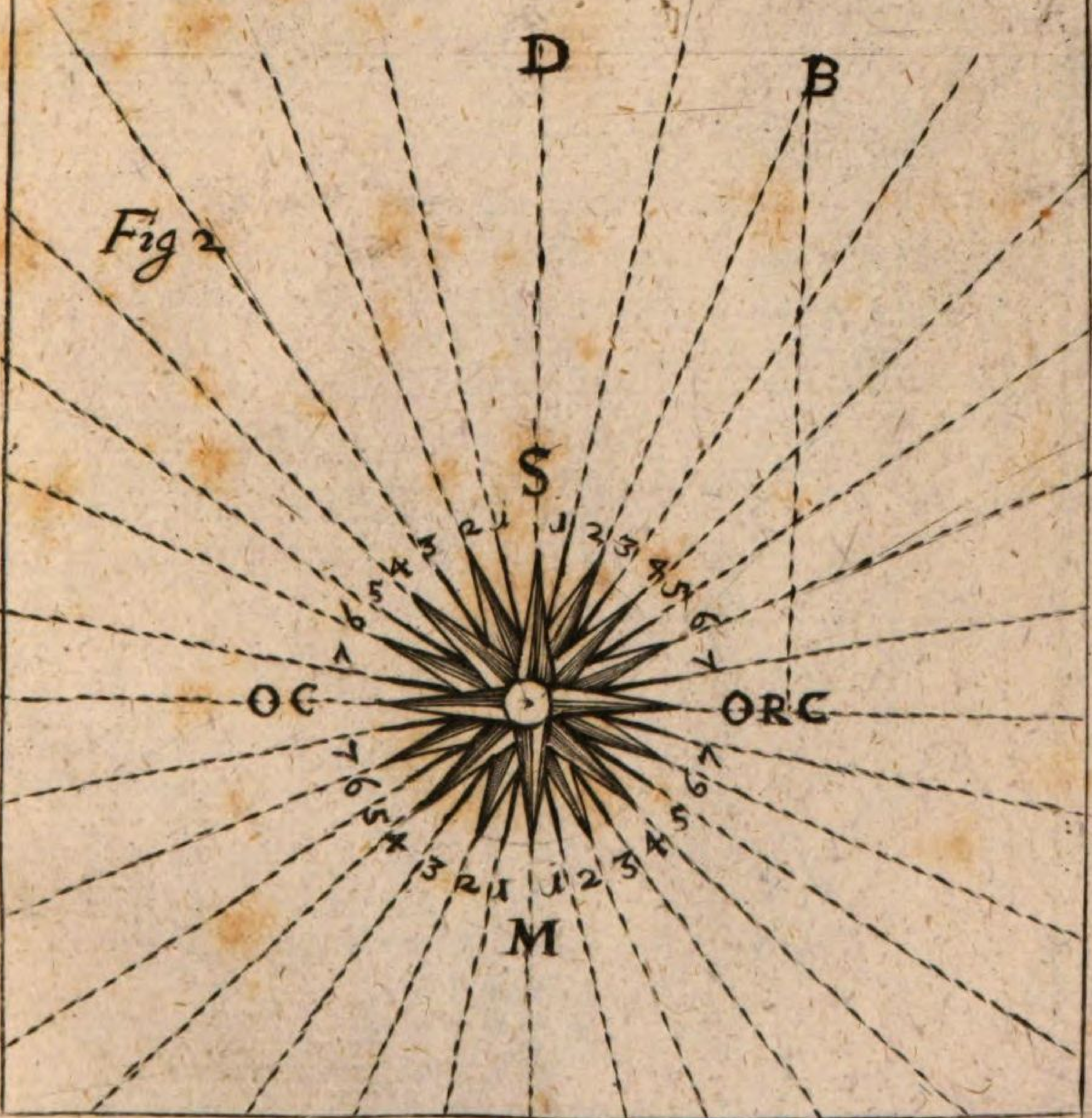
Fig. 4




A
N
O
M
D
L
I
C
H10
K20
W
L
d
O
F
G
X
e
M
i
h
K
180
190
200
210
220
230
240
250
260
270
280
290
300
310
320
330
340
350
360
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180



Scala Milliarium.



AAA

Fig.1

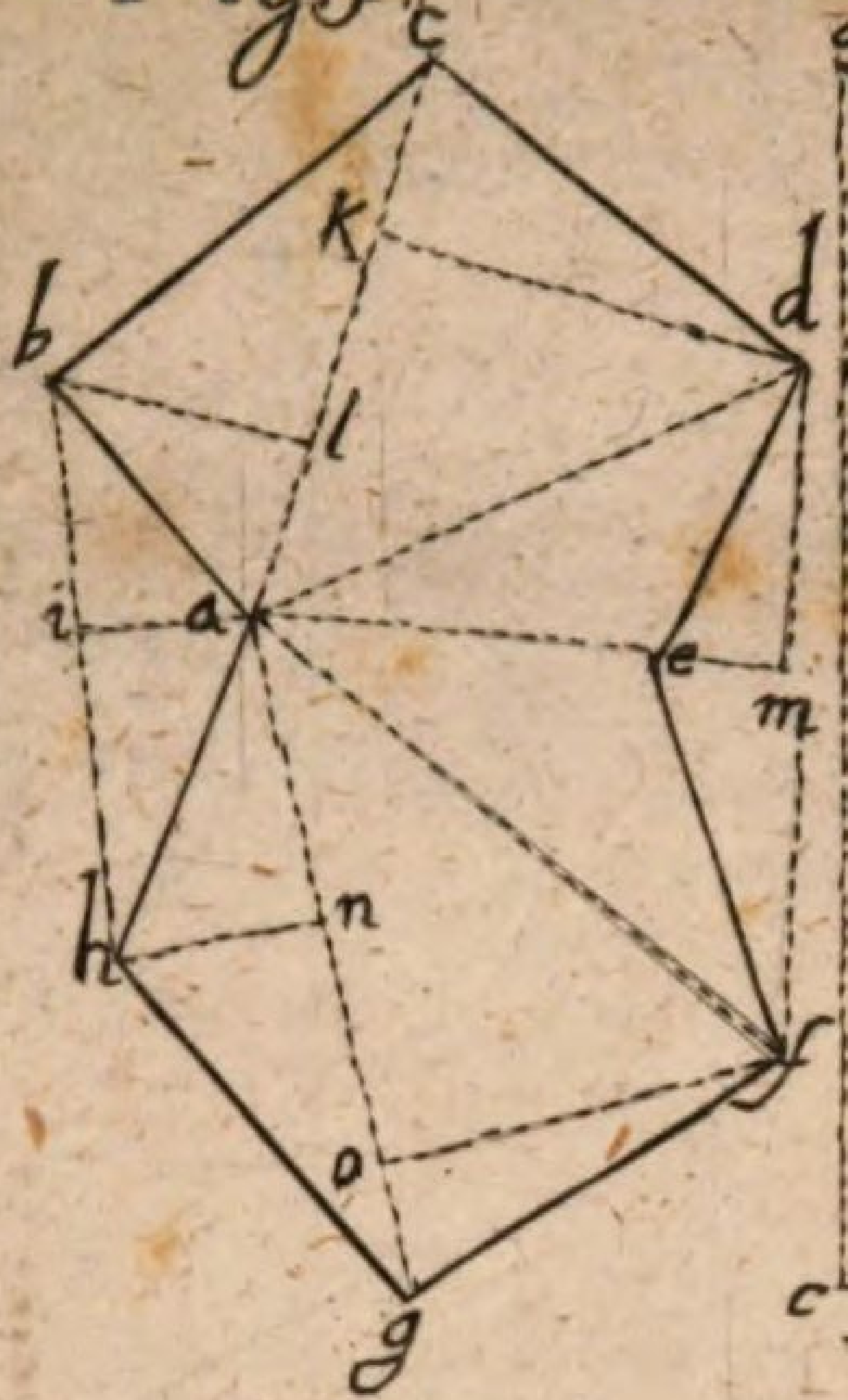
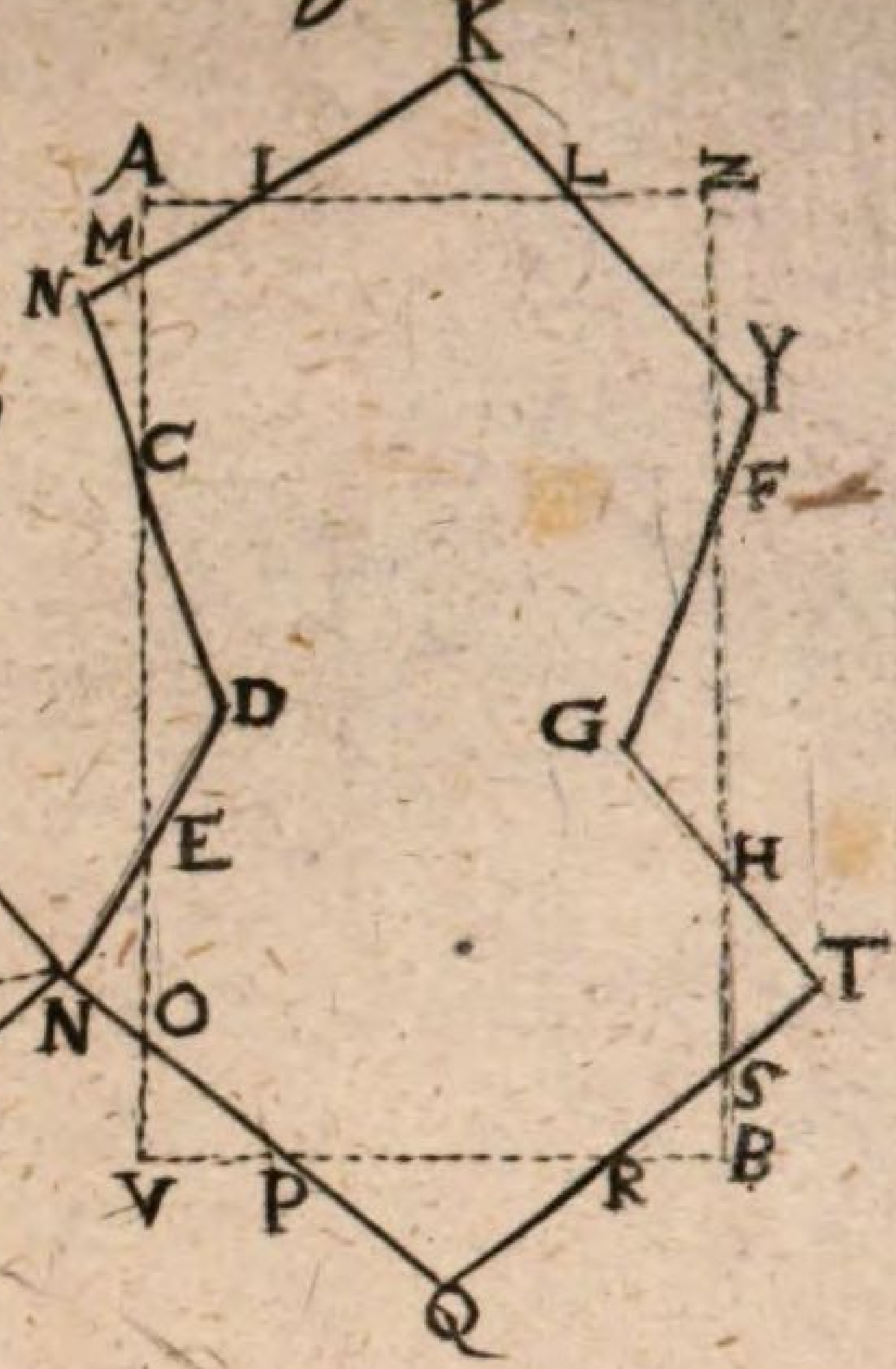


Fig.2

Fig.3

Fig.4



BBB

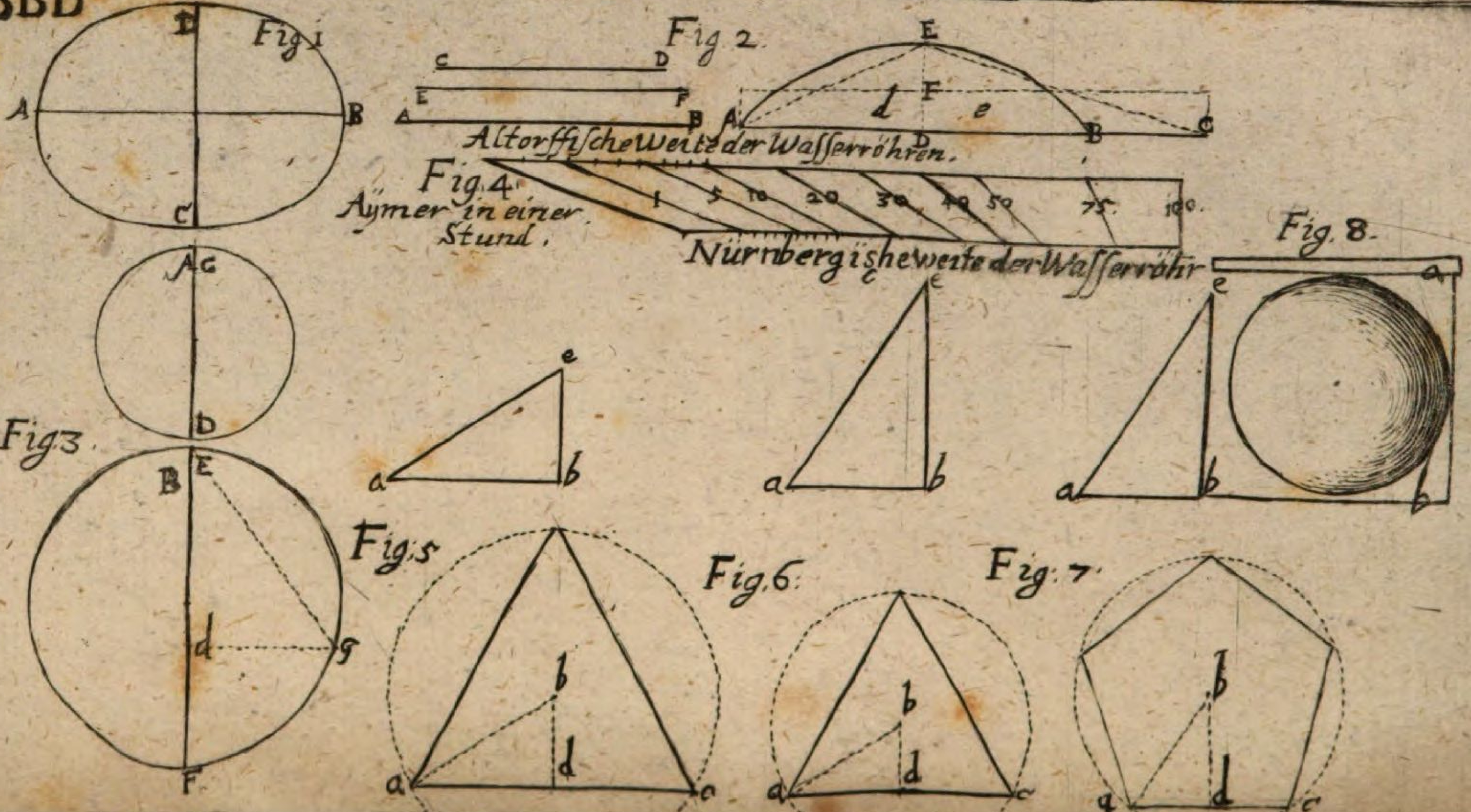


Fig 1
A
B
C
D
Fig 2.
C
D
E
F
A
B
E
F
d
e
D
C
Altorffiſche Weite der Waſſerröhren.
Fig. 4.
Äymer in einer Stund.
1
5
10
20
30
40
50
75
100.
Nürnbergiſche weite der Waſſerröhr
Fig. 8.
Fig 3.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
a
b
c
d
e
g

CCC

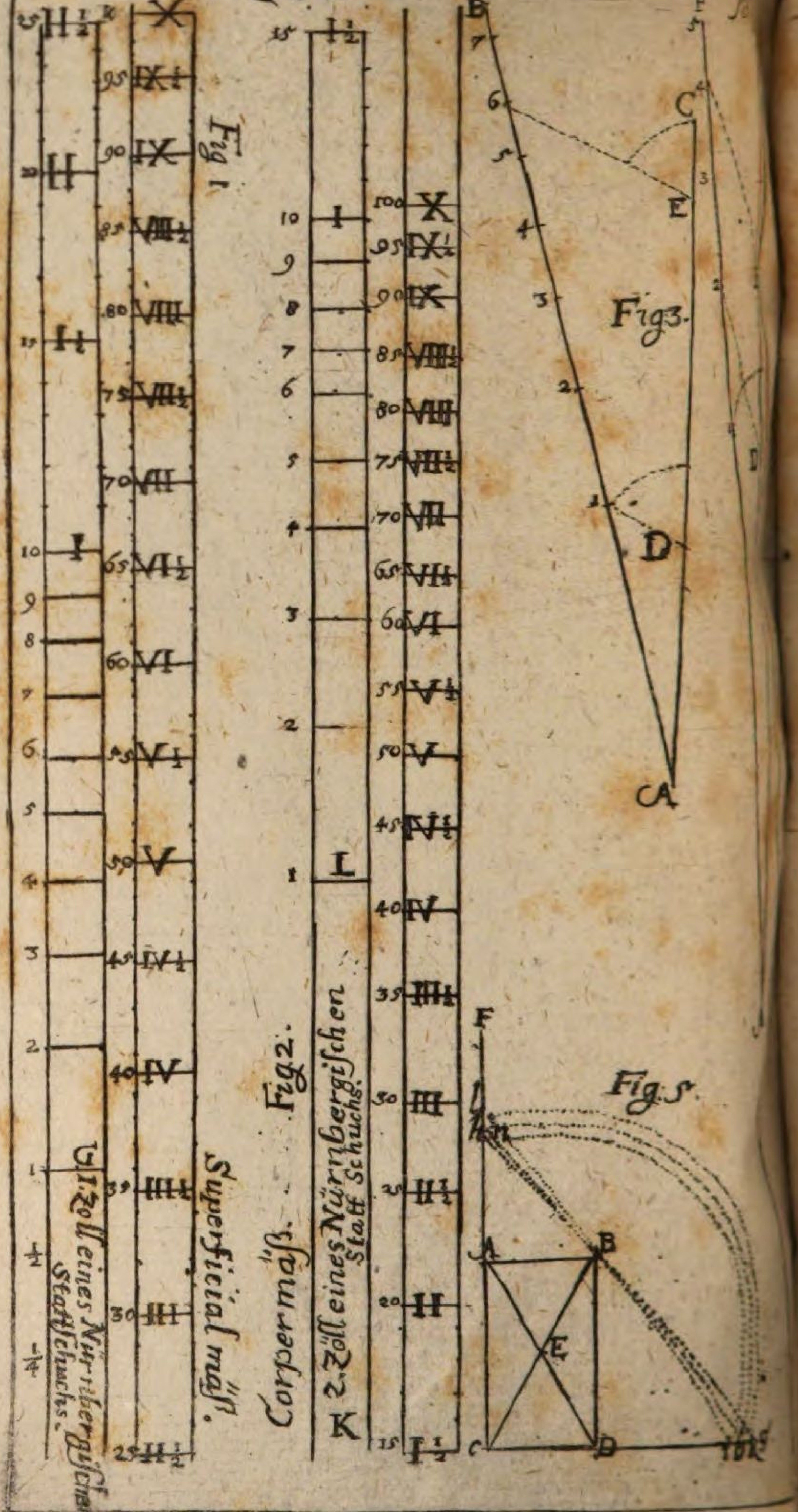
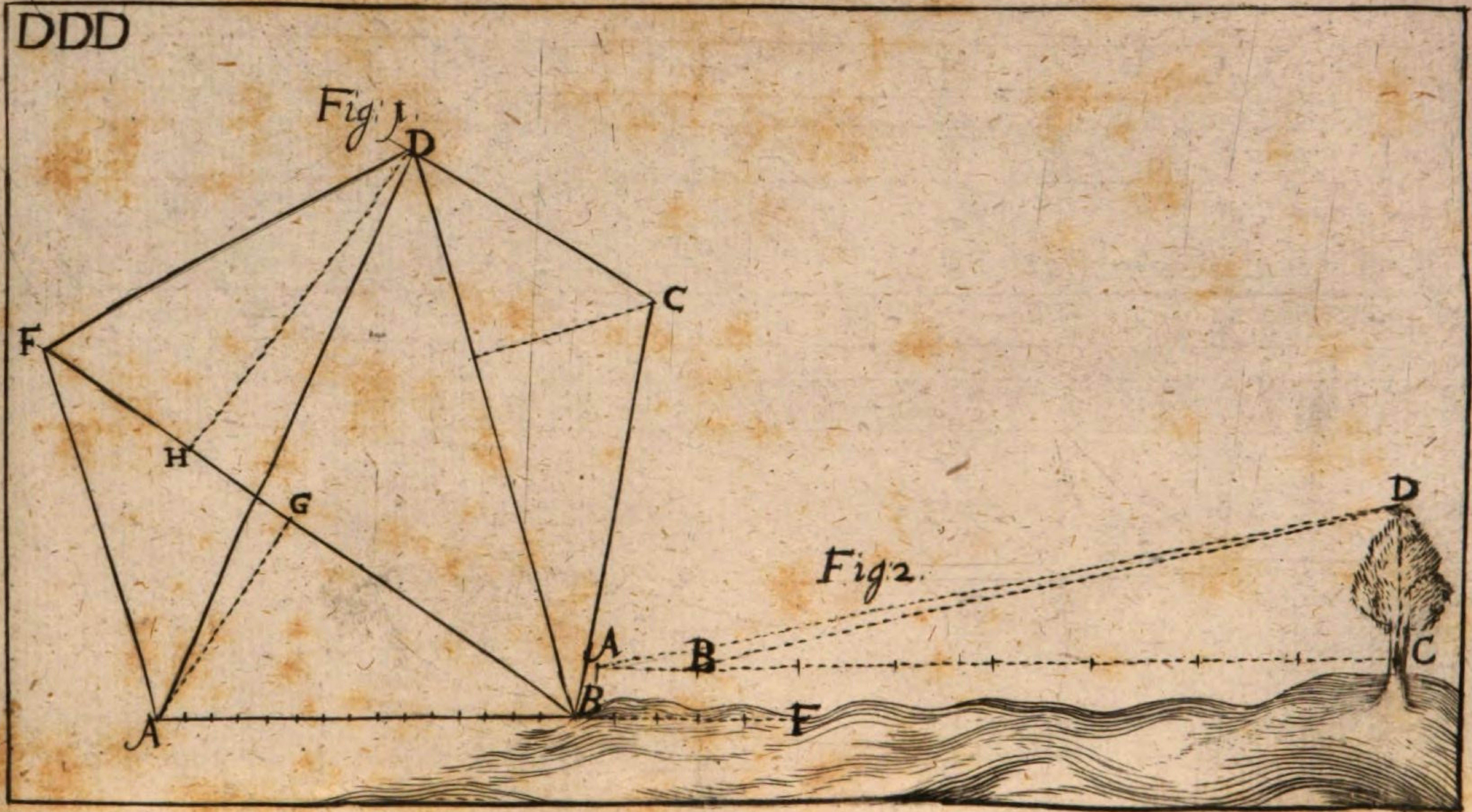
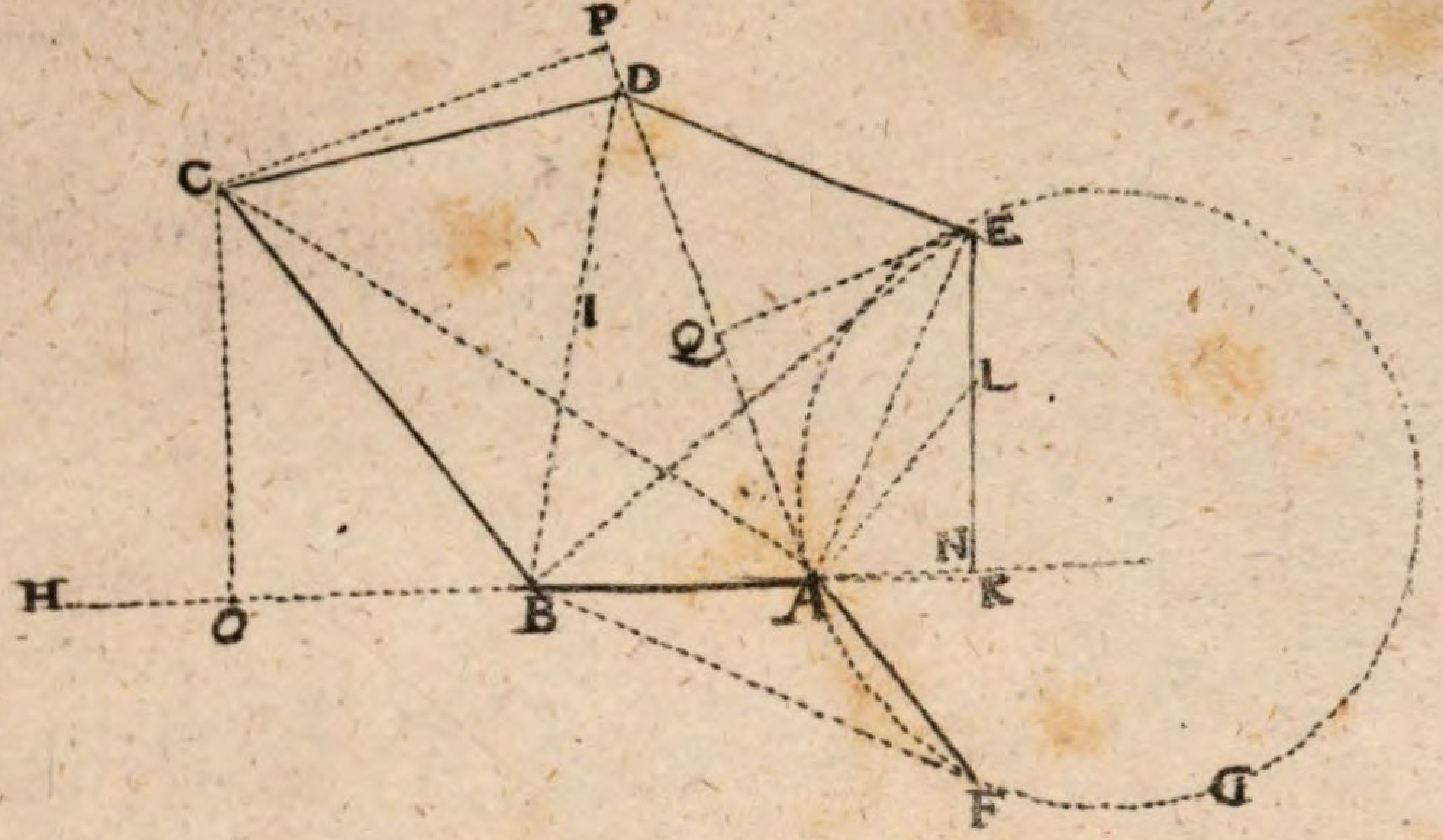


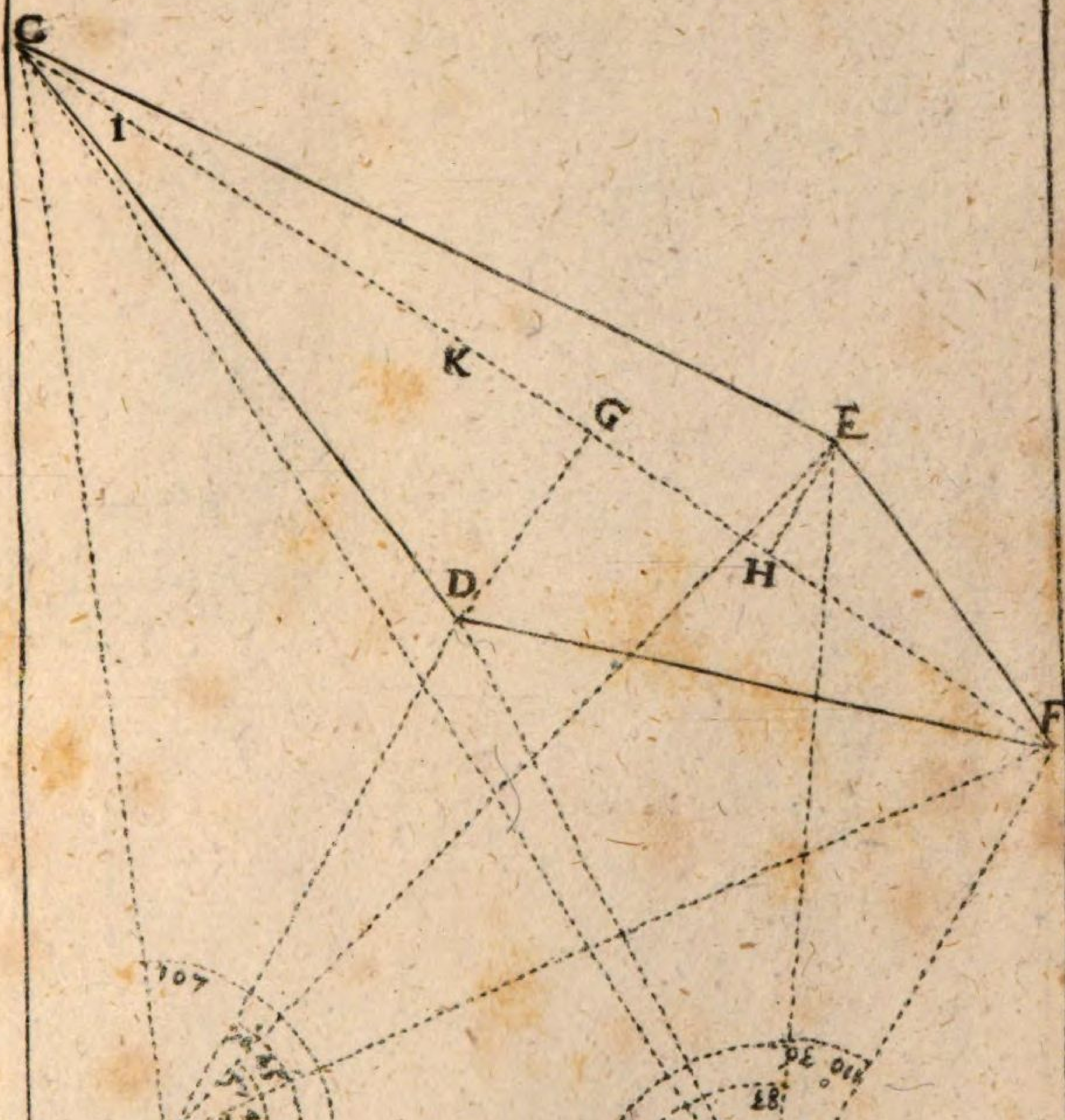
Fig 1
Superficial mäſſ.
1. Zoll eines Nürnbergiſchen Stattſchuchs.
Fig 2.
Corpermäſſ.
2. Zöll eines Nürnbergiſchen Statt Schuchs.
Fig 3.
Fig 5.

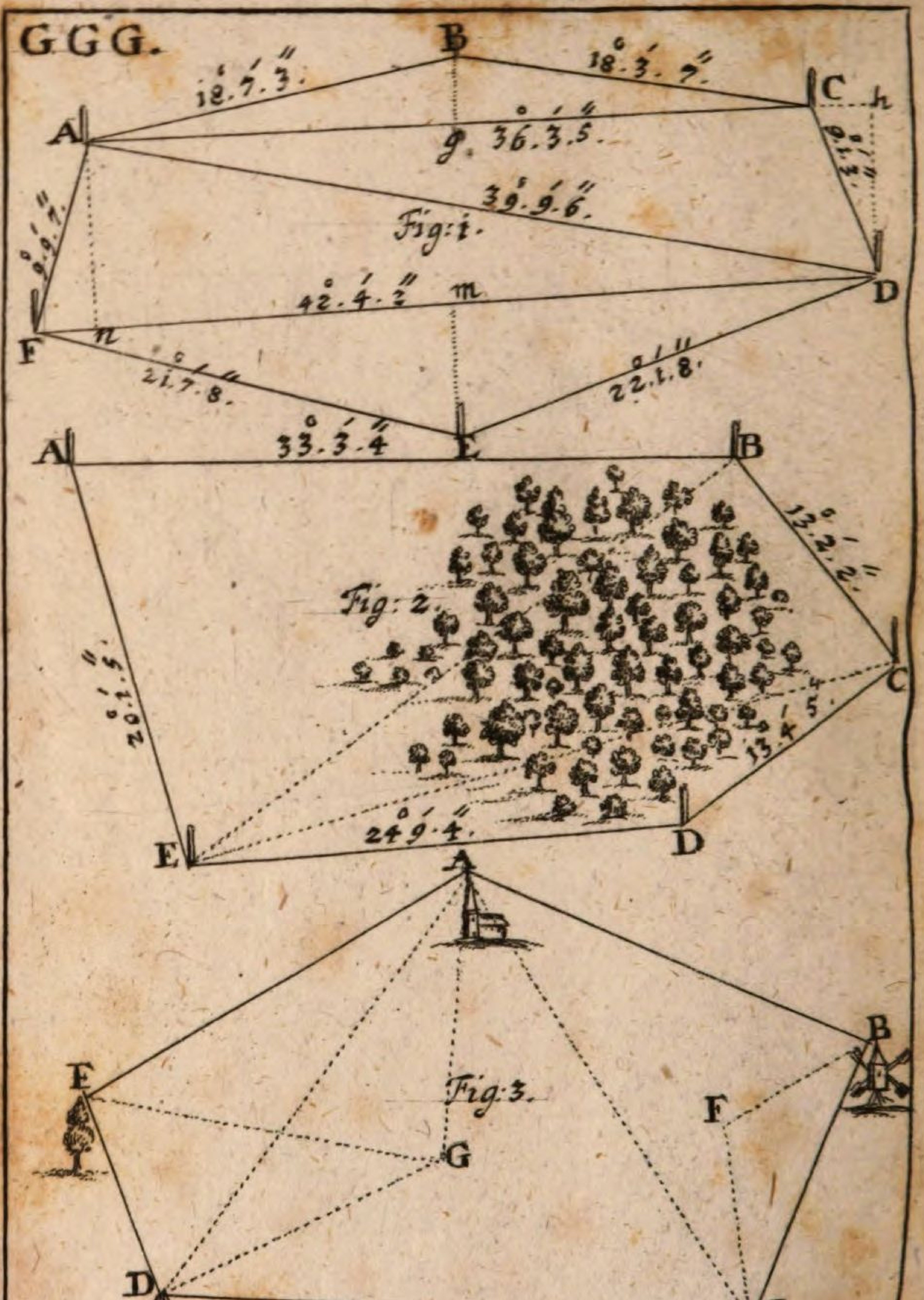

DDD
Fig. 1.
D
C
F
H
G
A
A
B
Fig. 2.
D
B
C
B
F

EEE



FFF




GGG.
Fig: 1.
A
B
C
h
D
F
n
m
g
E
Fig: 2.
A
B
C
D
E
Fig: 3.
A
B
C
D
E
F
G
Fig: 4.

HHH

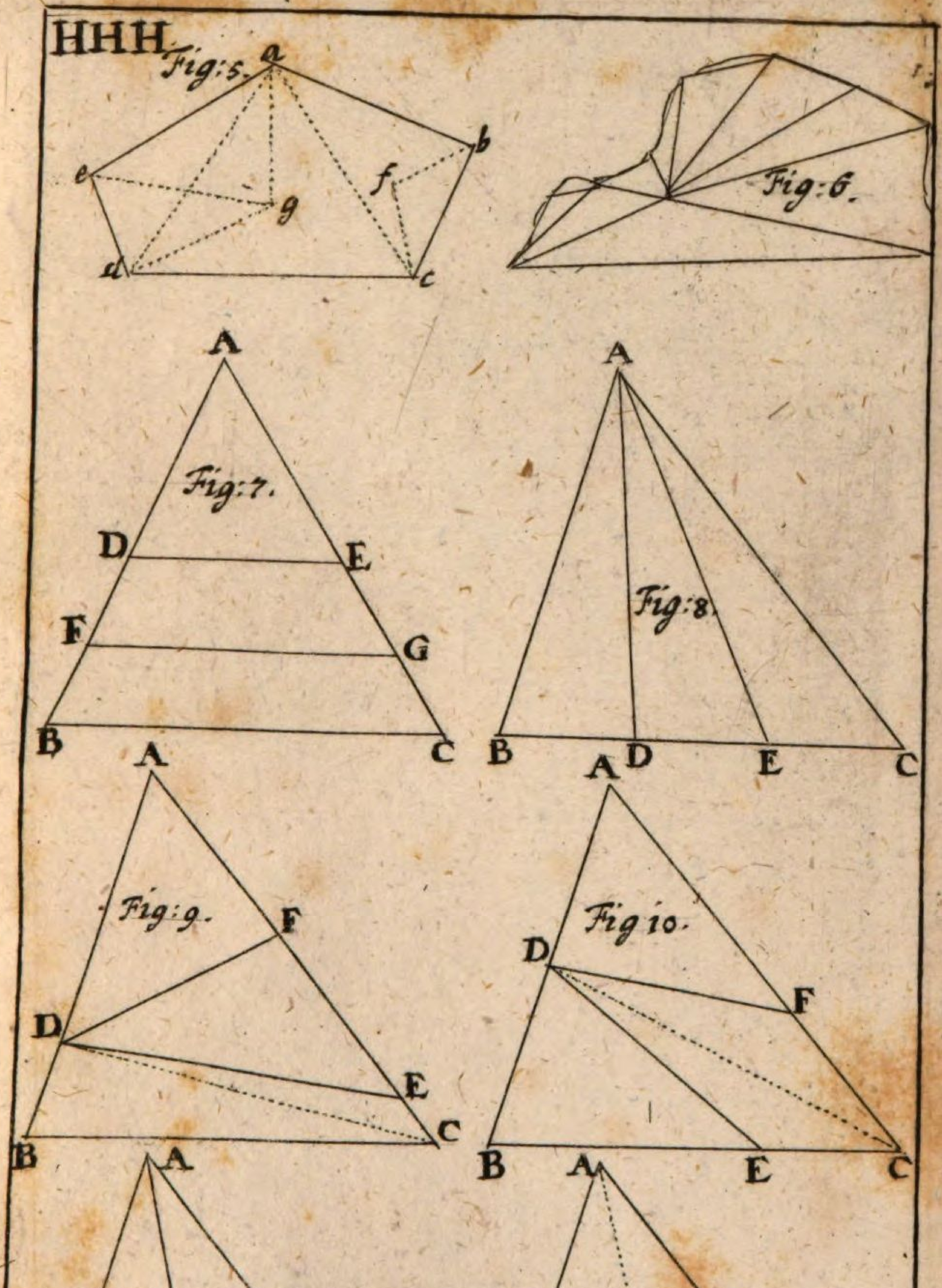
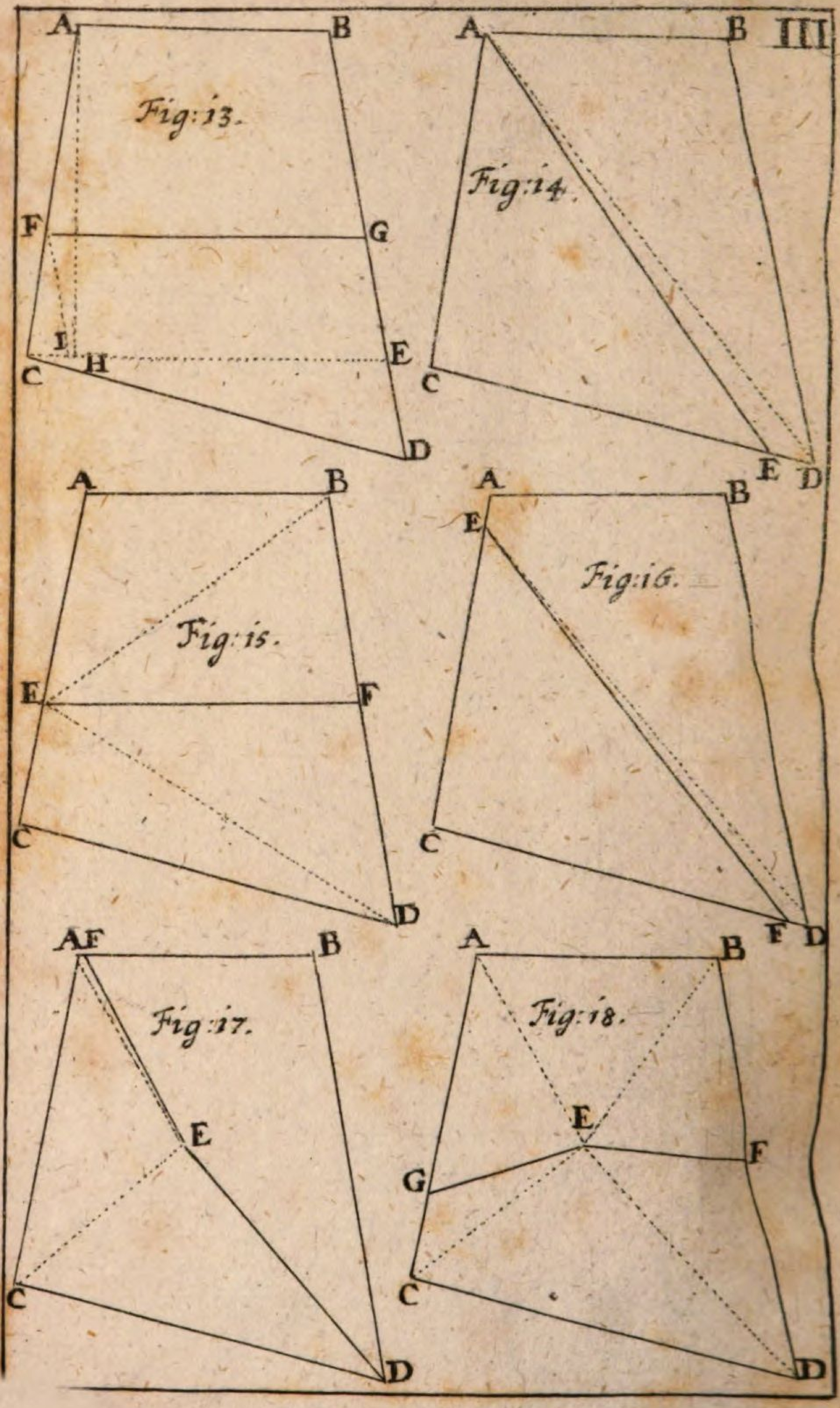


Fig:5.
a
b
e
f
g
d
c
Fig:6.
Fig:7.
A
D
E
F
G
B
C
Fig:8.
A
B
D
E
C
Fig:9.
A
F
D
E
B
C
Fig 10.
A
D
F
B
E
C
Fig:11.
A
D
E
F
B
C
Fig:12
A
G
E
D
B
F
C


III
Fig:13.
A B F G I C H E D
Fig:14.
A B C E D
Fig:15.
A B E F C D
Fig:16.
A B E C F D
Fig:17.
AF B E C D
Fig:18.
A B E G F C D

KKK.

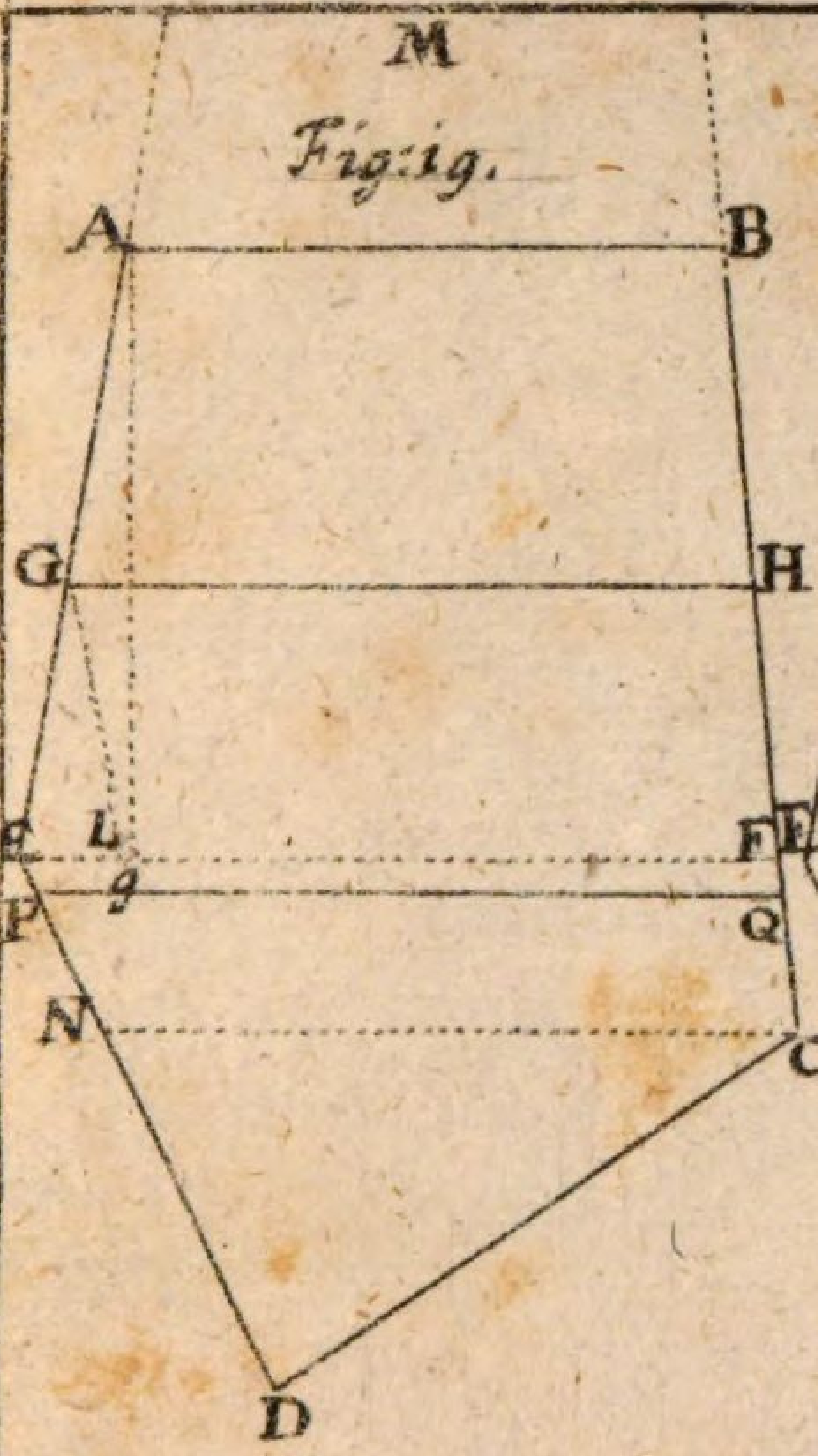


Fig:19.
M
A
B
G
H
e
L
F
E
g
P
Q
N
C
D

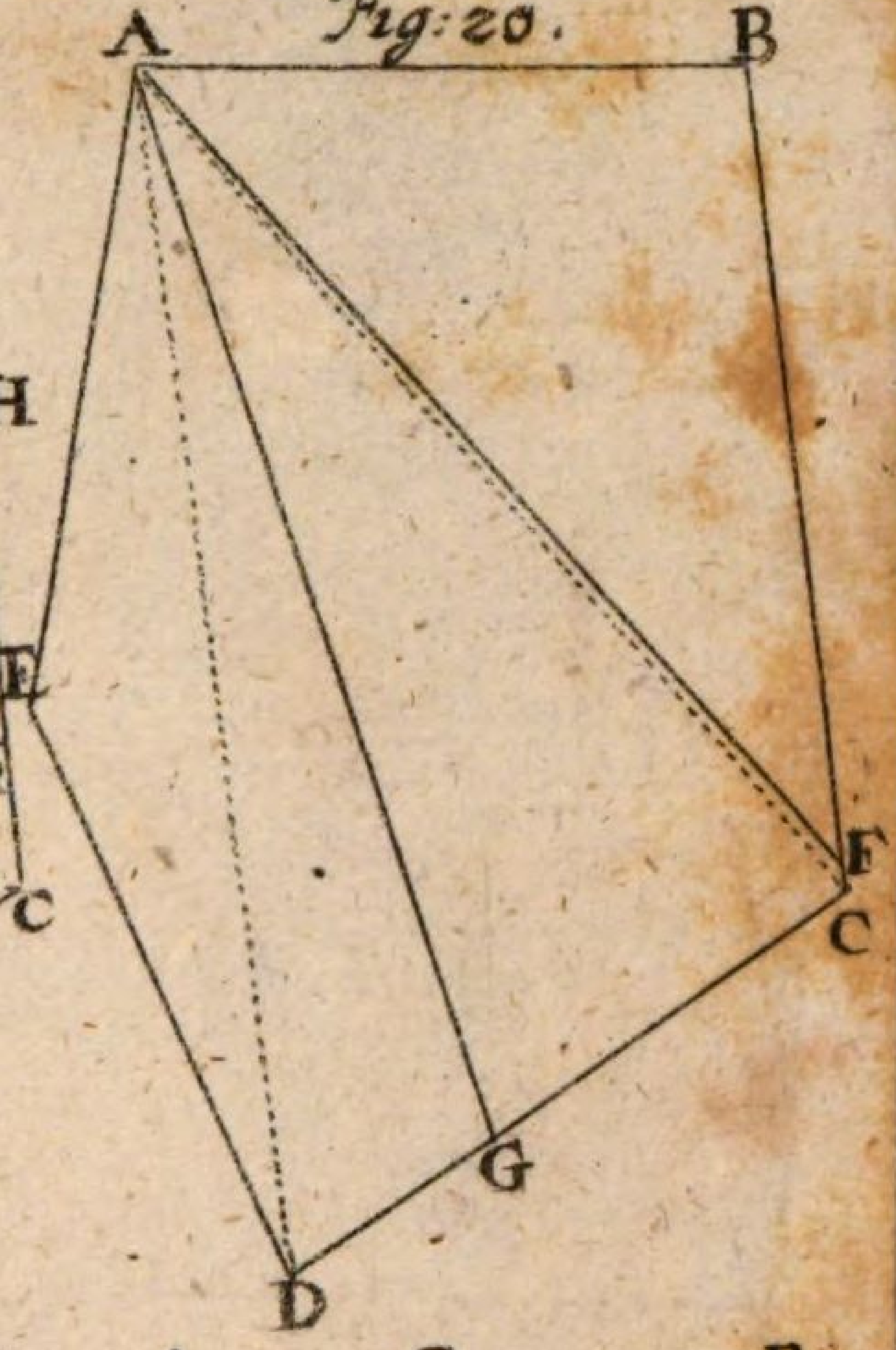


Fig:20.
A
B
E
F
C
G
D

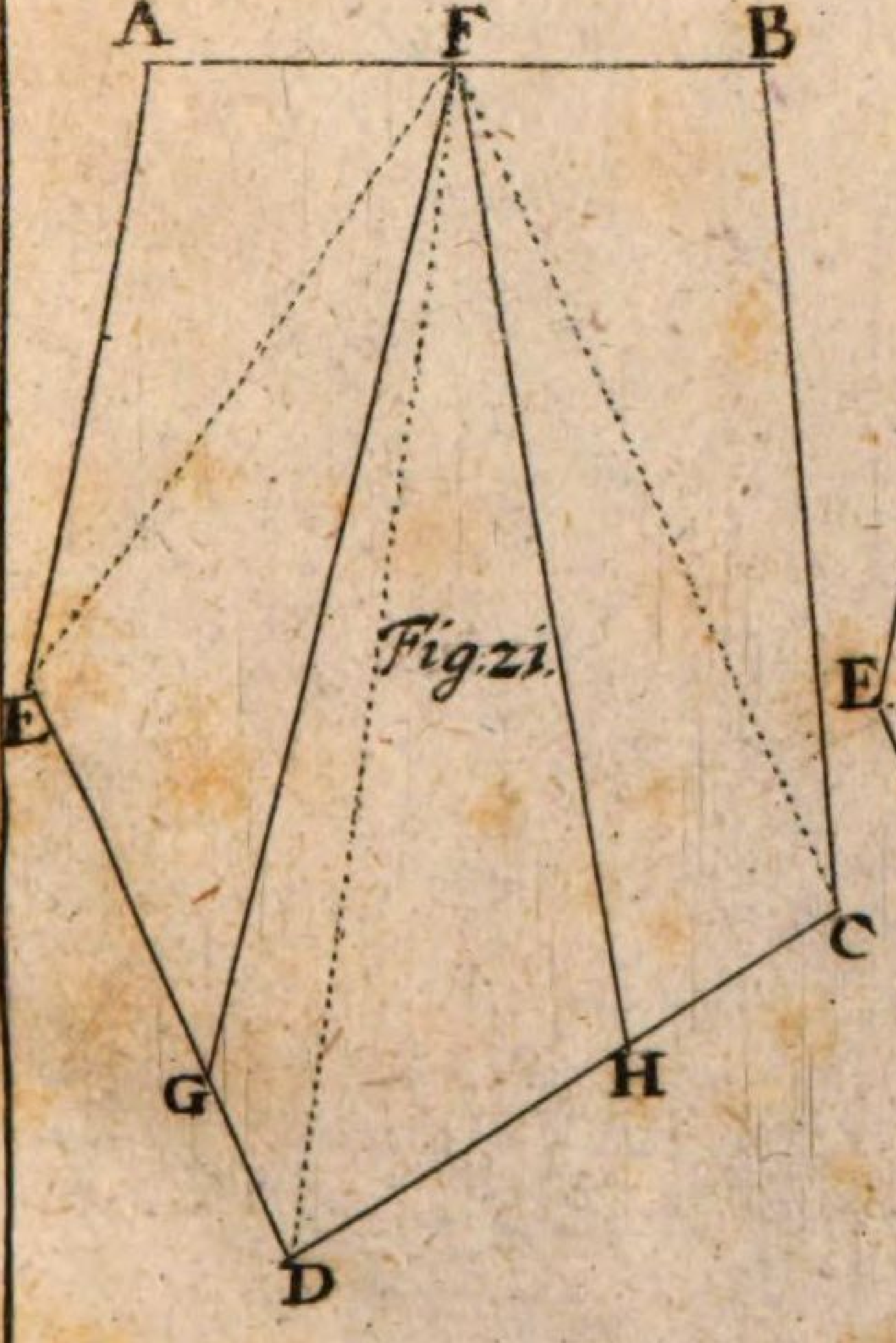


Fig:21.
A
F
B
E
C
G
H
D

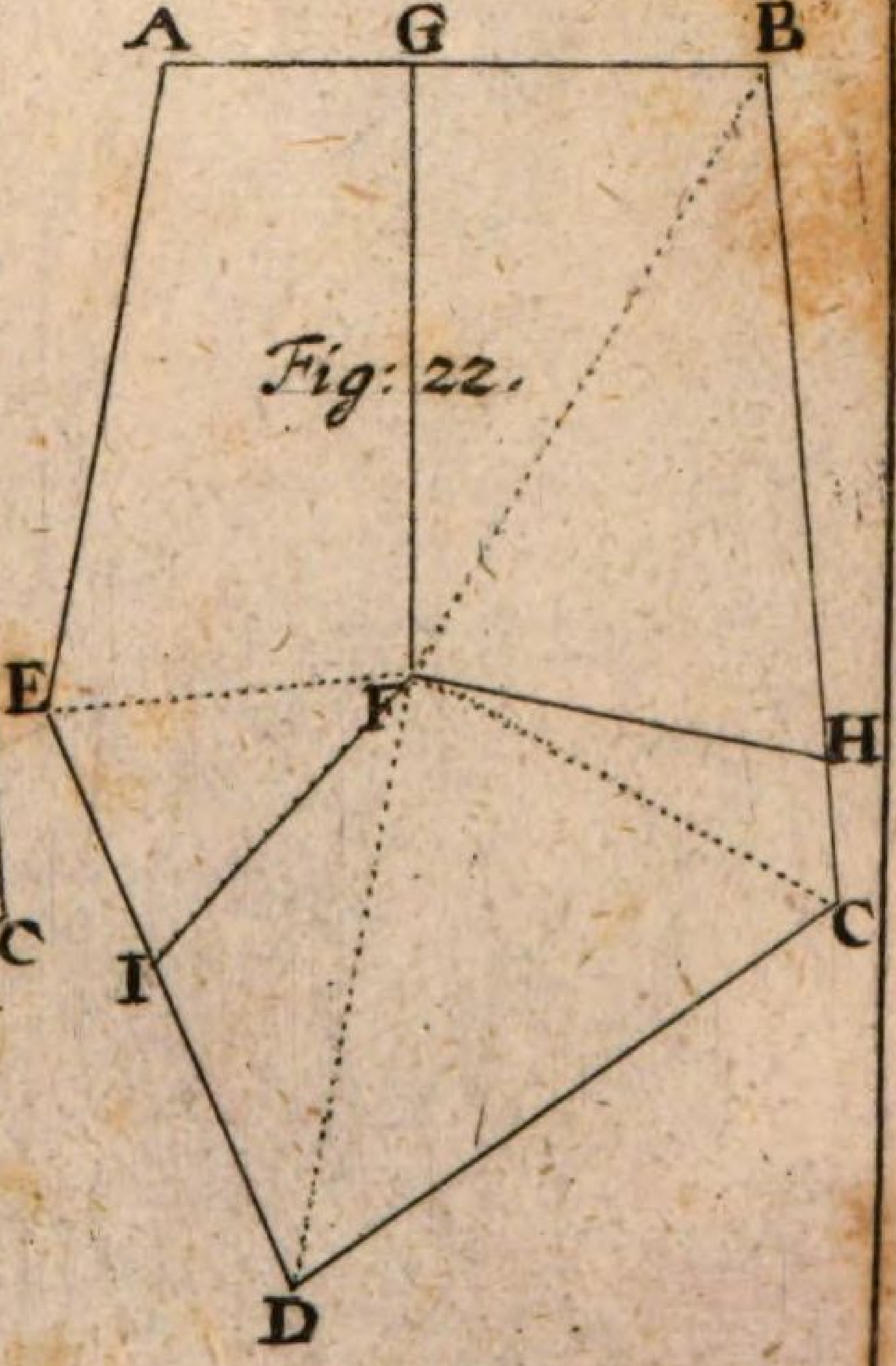


Fig:22.
A
G
B
E
F
H
C
I
D

Cantzler, Bernhard, / Trew, Abdias, / Doppelmayr, Johann Gabriel,

Summa Geometriae Practicae worinnen Erstlich Bernhard Cantzlers kurtzer
und leichter Bericht vom Feldmessen, Auf die insgemein vor andern fü
rkommende Fälle deß Messens und Abtheilens gerichtet. Zum Zweyten,
Unterschiedliche in Frieden- und Kriegs-Zeiten, zu Land und Wasser nü
tzliche Annotationes ... durch Abdiam Trew ... Zum Dritten, Ein neuer

Nürnberg 1718

Math.p. 594
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082972-9
VD18 10479287-002